

En lista över Working Papers finns sist i denna studie

Nr 257, 1990

PRISSÄTTNING AV TELEFONSAMTAL

av

Harald Lang och Stefan Lundgren

Mars 1990

PRISSÄTTNING AV TELEFONSAMTAL

av

Harald Lang
Stefan Lundgren

Industriens utredningsinstitut

augusti 1989
reviderad februari 1990

Optimal Pricing in the Telecommunications Market
by Harald Lang and Stefan Lundgren

Abstract

The paper addresses the question whether current tariffs for telecommunications services provided by the Swedish telecommunications company, Televerket (TVT), are optimal, second-best "Ramsey" prices. Focusing on two tariffs for telecommunications services – those on subscription and calling time – the paper estimates whether it is possible to increase consumers' surplus with current net revenue for TVT unchanged. To this end, a micro model is constructed in which consumers differ as to "taste" for using a telephone

and as to income. In order to make or receive calls, the consumer has to buy a subscription. The utility maximising consumer chooses whether to subscribe or not and, if subscribing, how much to call. The resulting individual demands are aggregated over a density of taste and income. This simple model gives the following two relations between elasticities, where S is the number of subscriptions, X the number of calling-minutes, p_s and p_x the corresponding prices:

$$\frac{\epsilon X}{\epsilon p_s} = 2 \frac{\epsilon S}{\epsilon p_s} \frac{x_m}{x}$$

$$\frac{\epsilon S}{\epsilon p_x} = \frac{\epsilon S}{\epsilon p_s} \frac{p_x x_m}{p_s}$$

Here x is the average calling time for all subscribers, x_m is a weighted average of calling time over marginal subscribers. These formulas give us the cross-elasticities $\epsilon X/\epsilon p_s$ and $\epsilon S/\epsilon p_x$ once the own-price elasticity $\epsilon S/\epsilon p_s$ and the levels of x and x_m are known. The value of $\epsilon S/\epsilon p_s$ is taken from the literature; the value of x from a data set that has been collected jointly by IUI and TVT: about 5000 subscribers' calling times have been measured for three (non-adjacent) weeks.

This data set has also been used to estimate the own-price elasticity $\epsilon x/\epsilon p_x$ when the number of subscribers is held fixed. The demand $x(p_x)$ is assumed to be exponential, i.e., $\epsilon x/\epsilon p_x$ is proportional to p_x . The tariff for calling time is differentiated in two dimensions: as to distance zone and as to point in time of the week (day-night, holiday-weekday). Demand is assumed to show substitution effects across points in time, but not across different distance zones. This makes it possible to estimate $\epsilon x/\epsilon p_x$ (and in principle also the cross elasticity across points in time, although these are not accurate). The result is that $\epsilon x/\epsilon p_x = 0.012 \cdot p_x$, where p is öre/minute. However, total demand X is also influenced via S so, from the micro model, (we assume that $x=x_m$) the total effect is

$$\frac{\epsilon X}{\epsilon p_x} = \frac{\epsilon X}{\epsilon p_x} + 2 \frac{\epsilon S}{\epsilon p_s} \frac{x p_x}{p_s}$$

The consumers' surplus is affected also via external effects: the network externalities of subscriptions. We argue that the value for other consumers of a subscription at the margin is equal to p_s . Equipped with these numbers, we calculate the optimal marginal price adjustment that keep TVT's net revenue constant. The result suggests that price on subscription and very long distance calls are too high, whereas price on local calls is too low.

PRISSÄTTNING AV TELEFONSAMTAL

INNEHÅLL

1. Inledning

1.1. Prissättningsproblemet

1.2. En enkel principmodell

1.3. Rapportens syfte och uppläggning

2. Produktområdet och externa effekter

2.1. Produktområdet

2.2. Externa effekter

3. Efterfrågan på telefonsamtal

3.1. Den enskilde abonnenten

3.2. Den aggregerade efterfrågan

3.2.1. Priseffekter på samtalsefterfrågan

3.2.2. Preiseffekter på efterfrågan på abonnemang

3.2.3. Korspriseffekter uttryckta i egenpriseffekter

4. Empiri

4.1. Estimerad modell

4.2. Data

4.3. Estimering och resultat

5. Kostnader

5.1. Producentöverskottet

5.2. Kommentarer till kostnadsfunktionen

6. Prissättningsresultat

6.1. Optimal marginell prisanpassning

6.2. En simuleringsmodell

Appendix 1: Producent- och konsumentöverskottsderivator

Appendix 2: Simuleringsmodell för beräkning av optimal marginell prisförändring

1. Inledning.

1.1. Prissättningsproblemet.

I denna rapport ska vi behandla följande problem: Vilka kriterier bör användas när ett företag ska bestämma priserna på sina produkter? Svaret på frågan beror naturligtvis på vilka mål företaget har för sin verksamhet, och därmed sin prissättning. Vi ska emellertid utgå ifrån ett samhällsekonomiskt perspektiv och förutsätta att målet för verksamheten är att främja samhällsekonomisk effektivitet. Eftersom rapporten mer specifikt behandlar Televerkets (dvs ett affärsdrivande verks) prissättning av telefonsamtal förefaller det vara den naturliga utgångspunkten. Problemet är således: Vilka kriterier bör Televerket använda vid utformningen av telefontarifferna om målet med prissättningen är att främja samhällsekonomisk effektivitet?

Vi förutsätter att läsaren är bekant med innebörden av samhällsekonomisk effektivitet (om inte, ger Bohm (1986) en god introduktion). Låt oss dock påminna om att full samhällsekonomisk effektivitet innebär att priserna är sådana att summan av producent- och konsumentöverskott för de olika produkterna maximeras. Det är väl känt att ett nödvändigt villkor för detta är att priset på en vara är lika med dess marginalkostnad. Om priset i stället t ex vore högre än marginalkostnaden betyder det att konsumenternas marginella värdering av varan (som ju alltid kommer att vara lika med priset) vore högre än vad det på marginalen kostar att producera varan. Det skulle då vara samhällsekonomiskt effektivt att öka produktionen, och därmed konsumtionen, av varan.

Problemet som vi formulerade inledningsvis förefaller därför att vara enkelt löst: Identifiera de relevanta marginalkostnaderna för produkterna i fråga och sätt priserna lika med dessa marginalkostnader. Det kan i och för sig vara praktiskt besvärligt att identifiera de relevanta marginalkostnaderna eftersom dessa inte direkt motsvaras av de gängse kostnadsåtgångar som brukar återfinnas i ett företags kostnadsbokföring. I vissa fall, framförallt gäller det s k samproduktion (joint production), kan det också vara konceptuellt svårt – eller t o m omöjligt – att definiera en varas marginalkostnad. Det är dock knappast fallet för de produkter – telefonsamtal – som behandlas i denna rapport.

Det finns dock ett antal andra problem förknippade med marginalkostnadsprissättning. Ett är att marginalkostnadspriser i strikt mening är effektiva endast om också alla andra priser i ekonomin är lika med marginalkostnaderna. Detta är emellertid ett allvarligt problem

först om priserna på telefonsamtal har "stor" betydelse för produktion och konsumtion av varor där priserna markant skiljer sig ifrån marginalkostnaden. Vår förutfattade mening är att telefonsamtal är en "liten" produkt i förhållande till resten av ekonomin. Det bör därför vara approximativt effektivt med marginalkostnadspriser på telefonsamtal även om priserna på andra varor inte är lika med marginalkostnaderna.

Ett annat mycket uppmärksammat problem med marginalkostnadsprissättning, och som är mer relevant för telefonsamtal, är att den kan leda till finansiella underskott. Så är fallet när det finns betydande fasta kostnader i förhållande till de rörliga kostnaderna, eller när det på annat sätt förekommer avsevärda stordriftsfördelar. Eftersom kostnaderna för ett telenät huvudsakligen utgörs av fasta kostnader är det möjligt att marginalkostnadspriser skulle leda till finansiella underskott. I och för sig kan det vara effektivt att tillåta sådana underskott och finansiera dem med skattemedel. Det gäller om effektivitetsförlusterna för skatteuttaget är mindre än effektivitetsförlusten av att låta priserna för telefonsamtal vara högre än marginalkostnaderna. I praktiken utgår man oftast från att motsatsen gäller: det är samhällsekonomiskt mest effektivt att låta priserna avvika från marginalkostnaderna så att finansiella underskott kan undvikas.

Det är detta senare slag av prissättningsproblem som vi ska diskutera fortsättningsvis i rapporten. Coase (1946) observerade att finansiella underskott ibland kan undvikas och full effektivitet bevaras genom att utnyttja två-delade priser: ett pris per konsumerad enhet som är lika med marginalkostnaden samt en fast avgift. Givet att en individ överhuvudtaget finner det värt att konsumera varan bestämmer marginalkostnadspriset hur mycket en sådan individ väljer att konsumera. Den fasta avgiften avgör om individen överhuvudtaget väljer att konsumera något av varan. Så länge som individens konsumentöverskott vid en marginalkostnadsbaserad rörlig avgift är större än den fasta avgiften kommer han att konsumera varan. Här finns emellertid ett potentiellt problem med Coaselösningen. Antag att det finns ett antal individer vars konsumentöverskott är mindre än den fasta avgiften. De kommer då att avstå ifrån konsumtion av varan, något som inte skulle hända om de enbart behövt betala ett pris lika med marginalkostnaden, dvs om den fasta avgiften hade varit noll. I detta fall leder inte Coaselösningen till full samhällsekonomisk effektivitet.

Nu skulle man i princip även kunna undvika denna situation genom att differentiera den fasta avgiften mellan olika individer. Sådana med ett lågt konsumentöverskott skulle betala en låg avgift, medan de med större konsumentöverskott betalar en högre fast avgift. Detta förutsätter dock att företaget kan identifiera olika kunders konsumentöverskott och att det kan kontrollera omfattningen av var och ens konsumtion (så att inte kunder med låg fast

avgift säljer vidare till kunder med högre fast avgift). Det senare är ofta möjligt i de fall då den fasta avgiften är kopplad till någon form av fysisk anslutning som t ex för telefon- och elabonnemang. Däremot är det knappast realistiskt att ett företag kan identifiera betalningsviljan hos alla sina kunder. I en del fall kan det dock vara möjligt att identifiera en systematisk skillnad i betalningsvilja mellan olika kundgrupper, t ex en skillnad mellan hushållskunder och företagskunder. Det kan därför vara motiverat ur effektivitetssynpunkt med en viss prisdiskriminering mellan olika kundkategorier.

Ett alternativ är att erbjuda kunderna ett val mellan olika kombinationer av fast och rörlig avgift. Under vissa förutsättningar kan en sådan s k självselektion mellan olika tariffer verka effektivitetsfrämjande.

1.2. En enkel principmodell.

För att illustrera de prissättningsproblem som diskuterats ovan och för att ge en ram för den fortsatta diskussionen i rapporten ska vi presentera en enkel principmodell för en optimal två-delad tariff. Vi tänker oss således att vi ska bestämma dels ett pris, p , per konsumerad enhet, dels en fast avgift p_A .

Låt X beteckna den totala produktionen av varan i fråga. De totala rörliga kostnaderna är $c \cdot X$, dvs marginalkostnaden c är konstant och lika med styckkostnaden. Den fasta kostnaden är F . Företagets vinst är

$$\pi = (p-c) \cdot X + A \cdot p_A - F$$

där A är antalet kunder.

Företagets kunder karaktäriseras av en preferensparameter θ som vi antar är sådan att ett högre värde för θ innebär ett högre konsumentöverskott (dvs högre total betalningsvilja). Konsumentöverskottet för en individ med preferensparametern θ ges av den indirekta nyttofunktionen

$$v(p, \theta) - p_A$$

Eftersom en individ genom att helt avstå ifrån konsumtion av varan ifråga erhåller konsumentöverskottet noll, så kommer endast individer med ett $\theta \geq \theta_0$, där θ_0 är definierad av ekvationen $v(p, \theta_0) - p_A = 0$, att konsumera varan.

Låt fördelningen av θ över populationen av potentiella kunder ges av täthetsfunktionen $g(\theta)$. Vi normerar totala antalet potentiella kunder till ett. Det faktiska antalet kunder vid en tariff (p, p_A) blir

$$A(p, p_A) = \int_{\theta_0(p, p_A)}^{\infty} g(\theta) d\theta = 1 - G(\theta_0(p, p_A))$$

Prissättningsproblemet kan nu formuleras på följande sätt

$$\max_{p, p_A} \int_{\theta_0(p, p_A)}^{\infty} [v(p, \theta) - p_A] g(\theta) d\theta + \pi$$

under bivillkoret att $\pi \geq \pi^*$

π^* är restriktionen på företagets vinst, t ex $\pi^* = 0$, dvs finansiella underskott får ej förekomma. Genom att notera att $v_p (= \partial v / \partial p) = -x(p, \theta)$ och att $X = \int_{\theta_0}^{\infty} x(p, \theta) g(\theta) d\theta$ samt att $A_p = -g(\theta_0) \partial \theta_0 / \partial p$ är förändringen av antalet kunder när p höjs och $A_{p_A} = -g(\theta_0) \partial \theta_0 / \partial p_A$ är förändringen av antalet kunder när den fasta avgiften p_A höjs, erhålles följande (första ordningens) villkor som en optimal tariff (p, p_A) måste satisfiera

$$X\lambda = (1+\lambda) \left[(c-p)X_p - ((p-x)x(p, \theta_0) + p_A)A_p \right] \quad (1)$$

$$A\lambda = -(1+\lambda)((p-c)x(p, \theta_0) + p_A)A_{p_A} \quad (2)$$

Vi kan först notera att om $v(c, 0) - F - \pi^* > 0$ så är $(p, p_A) = (c, F + \pi^*)$, dvs Coaselösningen, den optimala tariffen. Om så inte är fallet måste man göra en avvägning mellan det rörliga priset p och den fasta avgiften p_A .

Antag t ex att $p = c$ och $p_A = (F + \pi^*)/A$ samt att $\theta_0(c, (F + \pi^*)/A) > 0$. Genom att nu ändra p något förändras vinsten med $X + p_A \cdot A_p$, dvs med produktionen samt med förändringen i fasta avgifter till följd av att antalet kunder ändras (att också produktionen X förändras har ingen betydelse eftersom $p=c$). För att hålla vinsten oförändrad vid π^* måste den fasta avgiften modifieras med

$$dp_A = -\frac{p_A \cdot A_p + X}{A + p_A \cdot A_{p_A}} dp$$

När den fasta avgiften modifierats med detta belopp är således vinstrestriktionen fortfarande satisfierad. Vad händer då med målfunktionen i prissättningsproblemet? Eftersom vinsten inte förändras så ges effekten på målfunktionen av förändringen i det aggregerade konsumentöverskottet, dvs som

$$-Xdp - Adp_A = -\left(X - A \frac{p_A \cdot A_p + X}{A + p_A \cdot A_{p_A}}\right) dp \quad (3)$$

Om uttrycket inom parantesen i (3) är mindre än noll kan man alltså öka konsumentöverskottet vid given vinst genom kombinationen av ett höjt pris och en kompenserande modifiering av den fasta avgiften. Som framgår är det priseffekterna A_p och A_{p_A} som bestämmer hur p och p_A bör förändras. Om dessa effekter är noll blir effekten på konsumentöverskottet noll, dvs den ursprungliga Coasetariffen är optimal.

När det rörliga priset p är skilt från marginalkostnaden c anger de nödvändiga villkoren (1)–(2) att vid den optimala tariffen (p, p_A) kan en tariffändring (dp, dp_A) , som håller vinsten π konstant, varken öka eller minska det aggregerade konsumentöverskottet. Dessa villkor kan skrivas om som

$$\frac{p-c}{p} = \frac{\lambda}{1+\lambda} \left[1 - A \cdot \frac{x(\theta_0)}{X} \right] \cdot 1/\epsilon = \frac{\lambda}{1+\lambda} \left[1 + \epsilon_{p_A}/e \right] 1/\epsilon$$

$$(p-c)x(\theta_0)/p_A = \frac{\lambda}{1+\lambda} 1/e - 1$$

där $\epsilon \equiv -X_p p/X$, $\epsilon_{p_A} \equiv X_{p_A} p_A/X$ och $e \equiv -A_{p_A} p_A/A$.

Som vanligt innehåller de optimala prisformlerna på ett relativt komplicerat sätt egenpriselasticiteterna och korspriserffekter. Det är således information om dessa elasticiteter som krävs för att man ska kunna beräkna en samhällsekonomiskt effektiv tariff. Observera att det i ovanstående enkla prissättningsmodell finns ett användbart samband mellan egenpris- och korspriserffekter. Det är enkelt att verifiera att

$X_{p_A} = A_{p_A} \cdot X(p, \theta_0)$ och att $A_p = A_{p_A}$. Det är således tillräckligt att känna till egenpris-

effekten för att kunna genomföra en beräkning av effektiva priser.

1.3. Rapportens syfte och uppläggning.

Syftet med föreliggande rapport är att utifrån den ansats som principmodellen i föregående avsnitt illustrerade diskutera vad en samhällsekonomiskt effektiv två-delad tariff för olika typer av telefonsamtal innebär. För att kunna göra det krävs information av olika slag. För det första måste vi avgränsa produktområdet mer precist och diskutera dessa produkters egenskaper. När det gäller telefonsamtal och telefonabonnemang förekommer också ett antal externa effekter som man bör beakta vid prissättningen. Dessa aspekter behandlas i avsnitt 2.

För det andra krävs information om kostnadsstrukturen, särskilt marginalkostnaderna. Detta diskuteras i avsnitt 5. Ett tredje slag av information som erfordras gäller efterfrågesambanden. Dessa behandlas i avsnitt 3 och 4. I avsnitt 3 redovisar vi en teoretisk modell för efterfrågan på telefonsamtal. Huvudsyftet med den är att identifiera samband mellan korspriser mellan telefonsamtal och abonnemang och egenpriser, samband som underlättar analysen av hur effektiva priser bör se ut. Dessa samband är av samma natur som de som gäller i den enkla prissättningsmodellen i avsnitt 1.2. I avsnitt 4 visar vi att de gäller — under vissa förutsättningar — också när det föreligger abonnemangsexternaliteter och när det finns inkomstskillnader mellan abonnenter. I avsnitt 4 redovisar vi ett försök att estimerar telefonafterfrågans priskänslighet med det datamaterial som hittills samlats in inom ramen för IUI:s televerksprojekt.

I avsnitt 6 tar vi upp utformningen av effektiva priser. Vi ska särskilt beakta det faktum att man sällan har tillräcklig kvantitativ information om kostnader och efterfrågesamband för att med rimlig precision kunna beräkna effektiva priser. Men ibland har man tillräckligt god lokal information för att kunna säga något om i vilken riktning priser bör ändras. Vi redovisar i avsnitt 6 en ansats för hur detta senare problem kan analyseras.

2. Produktområdet och externa effekter.

2.1. Produktområdet.

Rapporten avgränsas till prissättning av telefonsamtal och abonnemang. Andra typer av teletjänster, som nummer- och namnupplysning, telefonkö, väckning etc, behandlas inte. I princip borde produktområdet som ska prissättas omfatta alla tjänster som produceras av Televerket. Men för att göra analysen någorlunda hanterlig har vi valt att avgränsa oss till telefonsamtal och abonnemang.

Även med den avgränsningen är det relevanta produktområdet stort. I den enkla principmodell som användes i föregående avsnitt förekom ett pris per konsumerad enhet, vilket förutsätter att det finns en väldefinierad vara. Telefonsamtal är emellertid en mångdimensionell produkt. En abonnent ringer samtal med olika varaktighet, han ringer vid olika tidpunkter och han ringer över olika geografiska avstånd. Man kan således särskilja åtminstone tre dimensioner som är viktiga att beakta: samtals varaktighet, samtals fördelning i tiden (dag/natt, veckodag, säsong) samt samtalsavstånd.

Ur abonnentens synpunkt är dessa olika typer av telefonsamtal att betrakta som skilda varor. Man kan därför inte utan vidare aggregera dem till total samtalstid. Ett samtal på en minut är inte samma produkt som ett tiominuterssamtal. Man kan rimligen inte heller betrakta ett tiominuterssamtal som samma sak som tio stycken enminuters samtal. Samtal med olika varaktighet är således inte olika kvantiteter av någon grundvara samtalstid, utan olika produkter. Dessutom är samtal som rings vid olika tidpunkter, och/eller över olika avstånd, att betrakta som olika produkter, dvs de är inte perfekta substitut för abonnenten. Det innebär att en analys av prissättning av telefonsamtal med nödvändighet måste bli förhållandevis komplicerad, eftersom antalet produkter är mycket stort, i princip oändligt.

I det följande ska vi diskutera efterfrågan på utgående samtal. Mot bakgrund av vad som sagts ovan kan vi karaktärisera en abonnents efterfrågan på följande sätt: Ett telefonsamtal har en viss varaktighet, äger rum vid en viss tidpunkt samt sträcker sig över ett visst geografiskt avstånd. En abonnent efterfrågar en "portfölj" av telefonsamtal med olika varaktighet samt tidsmässig och geografisk fördelning.

2.2. Externa effekter.

Prissättningsproblemet kompliceras ytterligare av att telefonsamtal ger upphov till externa effekter av olika slag. Man brukar vanligen identifiera tre typer av externaliteter:

1) trängseffekter, 2) samtalsexternaliteter samt 3) abonnemangsexternaliteter.

Trängselexternaliteter förekommer när en abonnents ringande försvårar framkomligheten för andra abonnenter. Denna typ av externalitet diskuterar vi närmare i avsnitt 3 som handlar om samtalskostnader.

Samtalsexternaliteter uppkommer när ett telefonsamtal värderas av mottagaren, såväl som av den uppringande som betalar för samtalet. I prissättnings-sammanhang torde denna externalitet vara av mindre betydelse. För det första omfattar den endast två parter och är därför lätt att internalisera genom att man delar samtalskostnaderna, t ex genom att ringa varannan gång. För det andra kan externaliteten ibland vara negativ, dvs man kan ha en negativ värdering av att bli uppringd. Utslaget över många samtal kan det därför vara så att positiva och negativa samtalsexternaliteter tenderar att jämna ut varandra.

Abonnemangsexternaliteter är däremot potentiellt mer betydelsefulla. En abonnemangsexternalitet uppkommer därför att varje ny abonnent ökar kommunikationsmöjligheterna för redan existerande abonnenter och därmed nyttan av deras abonnemang.

Förekomsten av abonnemangsexternaliteter innebär att den samhällsekonomiskt effektiva abonnemangsavgiften ska vara lägre än om dessa externaliteter ej förekom. Antag att vi för tillfället kan bortse från restriktionen på producentöverskottet. Då vet vi att marginalkostnadspriser är ett nödvändigt villkor för samhällsekonomisk effektivitet. Men med abonnemangsexternaliteter måste marginalkostnaden för att tillhandahålla ett abonnemang minskas med värdet detta abonnemang har för övriga abonnenter. Den effektiva abonnemangsavgiften, p_A , är således

—

$$p_A = MC_A - v_A$$

där MC_A är marginalkostnaden för ett abonnemang och v_A är värdet av ett nytt abonnemang för övriga abonnenter.

Det praktiska problemet är att beräkna abonnemangsexternaliteten v_A , eftersom den inte är någon observerbar storhet. En viss vägledning kan man emellertid få från följande resonemang.

Låt u_{jk} beteckna värdet för abonnent j av att individ k har ett abonnemang. Värdet av k :s abonnemang för övriga abonnenter är då

$$e_k = \sum_j u_{jk}$$

Låt $N(A)$ vara antalet abonnenter och låt \bar{e} vara det genomsnittliga externa värdet av ett nytt abonnemang, dvs.

$$\bar{e} = \sum_k e_k / N(A)$$

En individs värdering av sitt eget abonnemang hänger samman med hans värdering av andra individers abonnemang. Om ingen annan hade något abonnemang kan hans eget inte vara värt något. Hans värdering av en annan individs abonnemang är helt enkelt värdet av att kunna kommunicera med denna individ, medan värderingen av hans eget abonnemang är värdet av samtliga kommunikationsmöjligheter abonnemanget ger honom. Om vi låter p_j beteckna individ j :s värdering av sitt eget abonnemang gäller därför att

$$p_j = \sum_k u_{jk}$$

Den genomsnittliga värderingen, \bar{p} , av det egna abonnemanget måste därför vara lika med den genomsnittliga externa värderingen av ett nytt abonnemang eftersom

$$\bar{p} = \sum_j p_j / N(A) = \sum_j \sum_k u_{jk} / N(A) = \sum_k e_k / N(A) = \bar{e}$$

Vidare gäller att $\bar{p} > p_A$ eftersom värderingen av det egna abonnemanget minst måste vara p_A (dvs abonnemangsavgiften) för de individer som skaffar sig ett abonnemang.

Värdet v_A för abonnemangsexternaliteten som ska ansättas i formeln för den effektiva abonnemangsavgiften (utan finansieringsrestriktion) är den externa värderingen av ett marginellt abonnemang. För en marginell abonnent gäller att värderingen av det egna

abonnemanget är lika med p_A . Om vi kan anta att den relation som gäller för samtliga abonnenter, att $\bar{p} = \bar{e}$, också gäller för de marginella abonnenterna så är $v_A = p_A$ och den effektiva abonnemangsavgiften är hälften av marginalkostnaden för ett nytt abonnemang. I avsaknad av annan information är detta vårt huvudantagande i den fortsatta analysen.

3. Efterfrågan på telefonsamtal.

I detta avsnitt ska vi formulera en modell för efterfrågan på telefonsamtal. Vi är primärt intresserade av hur marknadsefterfrågan, dvs den aggregerade efterfrågan från samtliga abonnenter, beror på kostnaden för telefonsamtal samt andra ekonomiska variabler, t ex abonnenternas inkomster. För att en sådan modell ska vara konsistent med enskilda abonnenters individuella beteende bör man konstruera den aggregerade modellen med utgångspunkt från en modell av hur den enskilde abonnentens efterfrågan på telefonsamtal bestäms. Vi börjar därför med en modell av den enskilde abonnentens beslutssituation, för att därefter aggregera de individuella beteendesambanden till en modell för hur marknadsefterfrågan på telefonsamtal beror på samtalspriser, abonnemangskostnad och abonnenternas inkomster. Syftet med detta avsnitt är att härleda uttryck för hur samtalsefterfrågan och efterfrågan på abonnemang påverkas av priserna på samtal respektive abonnemang. Vi vill särskilt visa att effekten på samtalsefterfrågan av en förändring i abonnemangspriset under vissa förutsättningar kan härledas från information om hur antalet abonnemang påverkas av det ändrade abonnemangspriset.

3.1. Den enskilde abonnenten.

En abonnent efterfrågar en "portfölj" av samtal med olika varaktighet, fördelning över tiden samt geografisk fördelning. Låt varaktighet vara en kontinuerlig variabel, och antag att det finns k tidsperioder och m avståndsklasser. Den enskilde abonnenten karakteriseras dels av sin inkomst I , dels av en "preferensparameter" θ . Låt $x_{ij}(t)$ beteckna abonnentens efterfrågan på samtal av olika varaktighet under tidsperiod i och j avståndsklass j . Efterfrågan $x_{ij}(t)$ är en täthetsfunktion som beskriver antalet samtal av längd t (dvs. antal samtal av längd mellan t och $t+dt$ är $x_{ij}(t)dt$). Abonnentens portfölj av samtal är därmed $x = (x_{11}(t), \dots, x_{km}(t))$.

Låt p_A vara priset på abonnemang, $p_{ij}(t)$ priset på samtal under tidsperiod i , avståndsklass j och varaktighet t och $p^y = (p_1^y, \dots, p_n^y)$ priserna på övriga varor. Låt $p = (p_{11}(t), \dots, p_{km}(t))$ beteckna telefontariffen.

Givet att individen har tecknat ett abonnemang bestäms efterfrågan på telefonsamtal, x , och efterfrågan på övriga varor $y = (y_1, \dots, y_n)$ från beslutsproblemet

$$A: u^A(p, p^y, I - p_A; \theta, A) = \max_{x, y} \left\{ u(x, y; \theta, A) \text{ u.b. } \sum_i \sum_j \int_0^\infty x_{ij}(t) p_{ij}(t) dt + p^y \cdot y = I - p_A \right\}$$

Lösningen till A ger samtalsefterfrågan $x(p, p^y, I - p_A; \theta, A) =$
 $= (x_{11}(t; p, p^y, I - p_A; \theta, A), \dots, x_{km}(t; p, p^y, I - p_A; \theta, A))$ för en individ som har ett abonnemang.

Individen kan naturligtvis avstå från abonnemang. Då är efterfrågan på samtal med nödvändighet $x = 0$ och efterfrågan på övriga varor bestäms av lösningen till

$$N: u^N(p^y, I; \theta, A) = \max_y \left\{ u(0, y; \theta) \text{ u.b. } p^y \cdot y = I \right\}$$

Maximumvärdefunktionerna u^A och u^N är de indirekta nyttofunktionerna. Den indirekta nyttan u^A anger abonnentens totala värdering av sin telefonanvändning, samt konsumtion av övriga varor, när kostnaden för abonnemanget är p_A , telefontariffen är p , priset på övriga varor är p^y och hans inkomst är I . På motsvarande sätt anger den indirekta nyttan u^N en icke-abonnents totala värdering av sin konsumtion av övriga varor givet en inkomst I och priserna p^y . För individen är det således värt att skaffa ett abonnemang om $u^A > u^N$, annars väljer han att avstå.

Låt oss nu definiera preferensparametern θ så att $u^A - u^N$ är växande i θ . Differensen $u^A - u^N$ är ett mått på individens betalningsvilja utöver den faktiska kostnaden p_A för ett abonnemang. Parametern θ rangordnar således alla individer med samma inkomst efter deras betalningsvilja för abonnemang och är därmed ett sätt att ta hänsyn till skillnader mellan individer som beror på andra faktorer än att de kan ha olika inkomster. Eftersom individens inkomst också påverkar betalningsviljan för abonnemang måste vi beakta att det värde på θ som anger vilka individer som är indifferent mellan att ha eller inte ha abonnemang är en funktion av inkomsten I . Låt därför funktionen $\theta_0(I; p, p_A, A)$ vara implicit definierad av villkoret $u^A(p, I - p_A; \theta_0(I; p, p_A, A), A) - u^N(I, \theta_0(I; p, p_A, A); A) = 0$. (Hädanefter kommer vi inte att explicit ange funktionsberoende av p^y ; dessa priser är genomgående konstanta i analysen). Om $\theta > \theta_0(I; p, p_A, A)$ kommer individen att skaffa sig ett abonnemang, annars inte.

3.2. Den aggregerade efterfrågan.

Den aggregerade efterfrågan erhålles genom att addera de enskilda individernas efterfrågan vid givna priser. Låt individens inkomst dels bestå av en konstant del I^* , densamma för samtliga individer, dels en individberoende del M . Låt $g(\theta, M)$ vara en simultan täthetsfunktion som beskriver frekvensen individer med karaktäristik (θ, M) . Det totala antalet individer är därmed normerat till ett, dvs

$$1 = \int_0^\infty \int_0^\infty g(\theta, M) d\theta dM$$

Antalet abonnemang bestäms av ekvationen

$$A = \int_0^\infty \int_0^\infty \theta_0(I; p, p_A, A) g(\theta, M) d\theta dM \quad (4)$$

där $I = I^* + M$.

Den aggregerade efterfrågan på samtal under period i och avståndsklass j samt med varaktighet ges av

$$X_{ij}(t; p, p_A, I^*) = \int_0^\infty \int_0^\infty \theta_0(I; p, p_A, A) x_{ij}(t; p, I - p_A; \theta, A) g(\theta, M) d\theta dM \quad (5)$$

där $A = A(p, p_A, I^*)$ är implicit definierad av ekvation (4).

Vi kan nu härleda uttryck för hur telefonefterfrågan, samt antalet abonnemang, påverkas av förändringar i telefontariffen, abonnemangspriset samt individernas inkomster genom att derivera (4) respektive (5) m a p σ , p_A respektive I^* . Eftersom vi primärt är intresserade av prisseffekterna nöjer vi oss med att återge dessa.

3.2.1. Preiseffekter på samtals efterfrågan

Effekterna på den aggregerade telefon efterfrågan under tidsperiod i och i avståndsklass j av variationer i σ och, p_A ges av uttrycken

$$\frac{\partial X_{ij}(t)}{\partial p_A} = \int_0^\infty \int_{\theta_0(I;\cdot)}^\infty \left[\frac{\partial x_{ij}(t;\cdot)}{\partial p_A} + \frac{\partial x_{ij}(t;\cdot)}{\partial A} A_{p_A} \right] g(\theta, M) d\theta dM - \int_0^\infty x_{ij}(t; \theta_0(I;\cdot), I, \cdot) g(\theta_0(I;\cdot), M) \frac{\lambda(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot) - A_{p_A} \cdot v_A(M)}{v_\theta(M)} dM \quad (6)$$

$$\frac{\partial X_{ij}(t)}{\partial \sigma} = \int_0^\infty \int_{\theta_0(I;\cdot)}^\infty \left[\frac{\partial x_{ij}(t;\cdot)}{\partial \sigma} + \frac{\partial x_{ij}(t;\cdot)}{\partial A} A_I^* \right] g(\theta, M) d\theta dM - \int_0^\infty x_{ij}(t; \theta_0(I;\cdot), I, \cdot) g(\theta_0(I;\cdot), M) \frac{-u_P^A(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot) p_\sigma - A_\sigma \cdot v_A(M)}{v_\theta(M)} dM \quad (7)$$

där $v_A(M) \equiv u_A^A(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot) - u_A^N(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot)$ och $v_\theta(M) \equiv u_\theta^A(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot) - u_\theta^N(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot)$

3.2.2. Preiseffekter på efterfrågan på abonnemang

Motsvarande uttryck för effekten på antalet abonnemang till följd av ett ändrat abonnemangspris, ändrad inkomst eller förändringar i prisparameteriseringen σ ges av

$$A_{p_A} = - \int_0^\infty g(\theta_0(I;\cdot), M) \frac{\lambda(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot) - A_{p_A} \cdot v_A(M)}{v_\theta(M)} dM$$

$$A_\sigma = \int_0^\infty g(\theta_0(I;\cdot), M) \frac{u_P^A(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot) p_\sigma + A_\sigma \cdot v_A(M)}{v_\theta(M)} dM$$

Definiera

$$H \equiv \int_0^\infty g(\theta_0(I;\cdot), M) \frac{v_A(M)}{v_\theta(M)} dM$$

och effekterna på antalet abonnemang kan uttryckas som

$$A_{p_A} = \frac{-1}{1-H} \int_0^\infty g(\theta_0(I;\cdot), M) \frac{\lambda(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot)}{v_\theta(M)} dM \quad (8)$$

$$A_\sigma = \frac{1}{1-H} \int_0^\infty g(\theta_0(I;\cdot), M) \frac{u_p^A(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot) p_\sigma}{v_\theta(M)} dM \quad (9)$$

3.2.3. Korspriser effekter uttryckta i egenpriser effekter

Som framgår av den enkla principmodell som presenterades i inledningsavsnittet så är villkoren för optimala priser uttryckta i termer av egenpris- och korspriser effekter. I vår efterfrågemodell är de relevanta priser effekterna $\partial X_{ij}/\partial \sigma$, $\partial X_{ij}/\partial p_A$, A_{p_A} samt A_σ . Av dessa utgör framförallt korspriser effekterna $\partial X_{ij}/\partial p_A$ och A_σ ett potentiellt bekymmer. För egenpriser effekterna har man i allmänhet någon form av empirisk information, ehuru ofta bräcklig och imprecis, vilket däremot sällan är fallet för korspriser effekter. Det är emellertid möjligt att under vissa förutsättningar uttrycka korspriser effekterna i vår modell i termer av egenpriser effekten A_{p_A} samt information om marginalabonnenters telefonerande.

Definiera till att börja med viktsfunktionen

$$h_1(M) = \frac{g(\theta_0(I;\cdot), M) \lambda(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot) (v_\theta)^{-1}}{\int_0^\infty g(\theta_0(I;\cdot), M) \lambda(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot) (v_\theta)^{-1} dM}$$

Från uttrycket (10) för egenpriser effekten A_{p_A} följer att

$$g(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot) \lambda(\theta_0(I;\cdot), I, \cdot) (v_\theta(M))^{-1} = -A_{p_A} (1-H) \cdot h_1(M)$$

vilket efter substitution i (6) ger

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_{ij}(t)}{\partial p_A} &= \int_0^\infty \int_{\theta_0(I;\cdot)}^\infty \frac{\partial x_{ij}(t;\cdot)}{\partial p_A} g(\theta, M) d\theta dM + \\ &+ A_{p_A} \left[\int_0^\infty \int_{\theta_0(I;\cdot)}^\infty \frac{\partial x_{ij}(t;\cdot)}{\partial A} g(\theta, M) d\theta dM + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_0^\infty x_{ij}(t; \theta_0(I; \cdot), I, \cdot) \left[(1-H)h_1(M) + g(\theta_0(I; \cdot), M) \frac{v_A(M)}{v_\theta(M)} \right] dM \Big] = \\
& = \int_0^\infty \int_0^\infty \theta_0(I; \cdot) \frac{\partial x_{ij}(t; \cdot)}{\partial p_A} g(\theta, M) d\theta dM + \\
& + A_{p_A} \left[\int_0^\infty \int_0^\infty \theta_0(I; \cdot) \frac{\partial x_{ij}(t; \cdot)}{\partial A} g(\theta, M) d\theta dM + \right. \\
& \left. + \int_0^\infty x_{ij}(t; \theta_0(I; \cdot), I, \cdot) \left[(1-H)h_1(M) + Hh_2(M) \right] dM \right]
\end{aligned}$$

där $h_2(M)$ är en viktsfunktion definierad som $h_2(M) = g(\theta_0(I, \cdot), M) \frac{v_A(M)}{v_\theta(M)} H^{-1}$.

Antag nu att de vägda genomsnitt för marginalabonnenternas telefonerande som erhålles med viktsfunktionerna $h_1(M)$ respektive $h_2(M)$ är approximativt lika, dvs.

$$\int_0^\infty x_{ij}(t; \theta_0(I, \cdot), I, \cdot) h_1(M) \approx \int_0^\infty x_{ij}(t; \theta_0(I, \cdot), I, \cdot) h_2(M)$$

Från maximeringsproblemet A följer att $\frac{\partial x_{ij}(t)}{\partial p_A} = -\frac{\partial x_{ij}(t)}{\partial I}$ för $\theta > \theta_0$. Antag att inkomsteffekterna är små. Det innebär att $\frac{\partial x_{ij}(t)}{\partial p_A} \approx 0$.

Dessa antaganden ger oss följande uttryck för korspriseteffekten $\frac{\partial X_{ij}(t)}{\partial p_A}$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial X_{ij}(t)}{\partial p_A} & = A_{p_A} \left[\int_0^\infty \int_0^\infty \theta_0(I; \cdot) \frac{\partial x_{ij}(t; \cdot)}{\partial A} g(\theta, M) d\theta dM + \right. \\
& \left. + \int_0^\infty x_{ij}(t; \theta_0(I; \cdot), I, \cdot) h_1(M) dM \right] \tag{10}
\end{aligned}$$

Den första termen representerar telefonerandet till marginella abonnenter från övriga abonnenter medan den andra termen är ett (vägt) genomsnitt av de marginella abonnenternas telefonerande till övriga abonnenter. Om vi slutligen antar att dessa två flöden är ungefär lika stora erhålles slutligen

$$\frac{\partial X_{ij}(t)}{\partial p_A} \approx 2A_{p_A} \int_0^\infty x_{ij}(t; \theta_0(I; \cdot), I, \cdot) h_1(M) \quad (11)$$

Slutligen kan vi konstatera att korspriseteffekten A_σ med hjälp av viktsfunktionen $h_1(M)$ kan skrivas som

$$\begin{aligned} A_\sigma &= \frac{-1}{1+H} \int_0^\infty g(\theta_0(I; \cdot), M) \frac{u_p^A(\theta_0(I; \cdot), I, \cdot) p_\sigma}{v_\theta(M)} dM = \\ &= A_{p_A} \cdot \int_0^\infty \left[\sum_{ij} \int_0^\infty x_{ij}(t; \cdot) \frac{\partial p_{ij}(t)}{\partial \sigma} dt \right] h_1(M) dM \end{aligned} \quad (12)$$

4. Empiri.

Meningsfulla kvantitativa prissättningsrekommendationer förutsätter information om kostnader samt efterfrågefunktioner. Det är framförallt efterfrågesambanden som är svåra att få fram information om. Vi ska här rapportera ett försök att estimerade efterfrågan på samtalstid per abonnent utifrån den efterfrågemodell som presenterades i avsnitt 3.

4.1. Estimerad modell.

Låt Z_{ij} beteckna efterfrågan på samtalstid under period i och i avståndsklass j . Den definieras av integralen

$$Z_{ij}(p, p_A, I^*) = \int_0^{\infty} X_{ij}(t; p, p_A, I^*) dt$$

där $X_{ij}(t; p, p_A, I^*)$ är de efterfrågefunktioner för samtal av olika varaktighet som diskuterades i avsnitt 4. Vi inför nu följande antaganden:

1. Telefontariffen p är proportionell mot samtalstiden, dvs, $p_{ij}(t) = p_{ij} \cdot t$ för alla perioder i och avståndsklasser j . (Utom för lokalsamtal, som ej används vid estimationen)
2. Samtalsefterfrågan i en avståndsklass är oberoende av samtalspriserna i andra avståndsklasser. Det betyder att $\frac{\partial X_{ij}(t; \cdot)}{\partial p_{hs}} = 0$ för alla $s \neq j$. (Samtal inom olika avståndsklasser är varken substitut eller komplement och inkomsteffekten = 0)
3. Proportionen samtalsminuter i olika perioder skulle vara lika i alla avståndsklasser om det inte vore några prisskillnader mellan avståndsklasserna. Det innebär att när abonnenten beslutar om i vilken period ett samtal till en given abonnent skall äga rum, så tar han hänsyn till priserna i olika perioder, men inte avståndet i sig. Observera att lokalsamtal inte ingår i estimationen.
4. Egenpriselasticiteten för samtalstid är proportionell mot priset p_{ij} , dvs elasticiteten kan uttryckas som produkten av en konstant ϕ och samtalspriset p_{ij} . Detta antagande motiveras av att vi önskar använda en specifikation som använts i andra ekonometriska studier av telefonefterfrågan, exempelvis Park, R.E., Wetzel, B.M., Mitchell, B.M., "Price

Elasticities for Local Telephone Calls", Econometrica, vol. 51, no. 6, 1983.

5. Elasticitetskoefficienten är densamma för alla tidsperioder och avståndsklasser. Det betyder att om samtalspriserna p_{ij} vore desamma för alla i och j så skulle också priselasticiteterna vara desamma.

Efterfrågan på samtalstid Z_{ij} avser efterfrågan för en viss tid, t ex en vecka, för samtalstid under period i och avståndsklass j (t ex vardagsförmiddagar, rikssamtal mellan 45 och 90 km). Låt z_{ij} beteckna den förväntade genomsnittliga efterfrågan på samtalstid per abonnent. Vi har använt följande specifikation för z_{ij}

$$z_{ij} = a_j \cdot \exp(-\phi p_{ij}) \left[b_i - c \cdot \exp(-\phi \cdot \sum_{h \neq i} p_{hj}) \right]$$

Med denna specifikation är egenpriselasticiteten $\phi \cdot p_{ij}$ (antagande 4) och korspriseffekterna är symmetriska, dvs $\frac{\partial z_{ij}}{\partial p_{hj}} = a_j \cdot c \cdot \exp(-\phi \cdot \sum_i p_{ij}) = \frac{\partial z_{hj}}{\partial p_{ij}}$. Denna sk Slutskysymmetri är en nödvändig restriktion på specifikationen z_{ij} om denna ska vara förenlig med individuellt maximeringsbeteende av det slag som vi utgick ifrån i avsnitt 3.

4.2. Data.

Data består av information om total samtalstid fördelad på 24 period- och avståndskategorier för ca 4000 individer under 3 veckor: en vecka i mars 1988, en i juni 1988 samt en i september 1988. De 24 period- och avståndskategorierna definieras av 4 perioder under veckan samt 6 avståndskategorier. Tisperioderna är vardagar 8–12, 12–18, 18–22 samt övrig tid (vardagar 22–8 och lördag–söndag). Avståndsklasserna är nedsatt riks < 45 km, rikssamtal < 45 km, 45–90 km, 90–180 km, 180–270 km samt >270 km. För var och en av dessa 24 kategorier är priset på samtalstid p_{ij} konstant under varje uppmätt vecka. Däremot ändrades samtalspriserna mellan den första och den andra mätveckan.

4.3. Estimering och resultat.

Eftersom specifikationen av z_{ij} avser den förväntade efterfrågan på samtalstid per abonnent blir regressionsekvationen

$$z_{ij} = a_j \cdot \exp(-\phi p_{ij}) \left[b_i - c \cdot \exp(-\phi \cdot \sum_{h \neq i} p_{hj}) \right] + \epsilon_{ij}$$

där $E(\epsilon_{ij}) = 0$, $E(\epsilon_{ij}^2) = \sigma_{ij}^2$ och $E(\epsilon_{ij}\epsilon_{hs}) = 0$ om $i \neq h$ eller $j \neq s$.

Regressionsekvationen har skattats separat för varje mätvecka. Det hade varit naturligt att också estimeras den på de tre mätveckorna tillsammans och därmed också utnyttja förändringen i teletariffen mellan första och andra mätveckan. Men eftersom det torde finnas avsevärda inslag av säsongvariation, liksom en tidstrend, i datamaterialet låter detta sig inte göras med mindre än att vi kan korrigera för detta (liksom för eventuella andra exogena förändringar). Eftersom vi inte har tillgång till en tillräckligt lång tidsserie för samtalstid för att kunna göra detta, måste vi avstå från detta alternativ.

Regressionsekvationen estimerades med icke-linjär minsta kvadratmetod. Standardfelen har beräknats enligt White, H, "A Heteroskedasticity – Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity", *Econometrica* 48: 721–746, 1980, men korrigerats för antal frihetsgrader. Resultaten redovisas i tabell 1.

Standardfelen är mycket höga för marsskattningen. Det är en följd av multikolinjäritet bland de oberoende variablerna; den sämre anpassningen jämfört med juniskattningen skulle kunna förklara 80% högre standardavvikelser, men de faktiska är runt 500% högre. Resultaten från juni- och septemberskattningarna är däremot mycket likartade. Elasticitetsparametern θ är relativt väldefinierad. Om de estimerade värdena för ϕ vägs samman så att variansen minimeras erhålles

juni + sep	mars + juni + sep
$\phi = -0.0127$	$\phi = -0.0122$
SD = 0.00329	SD = 0.00316

I princip är det också möjligt att beräkna korspriselasticiteter för samtal under olika tidsperioder i en given avståndsklass. Precisionen i estimaten för c är emellertid mycket låg. Till det kommer att specificeringen av korsprissambanden är grov (c är t ex densamma för alla avståndsklasser). Det är därför föga meningsfullt att fästa något avseende vid dessa estimat.

Tabell 1

Den estimerade ekvationen är

$$z = e^{\sum \sigma_i D_i (e^{\sum \beta_j T_j - \delta e^{\phi p'}}) e^{\phi p}}$$

där D_i är dummies för avståndskategorierna, T_j dummies

för tidsperioderna ($\beta_1=1$); z är total samtalstid i sekunder

per abonnent under en vecka; p och p' är priset per minut

respektive summan av priserna per minut under komplementära tidsperioder.

koefficient	mars	juni	september
α_1	1.39 (2.76)	2.31 (0.646)	2.63 (0.957)
α_2	3.37 (2.75)	4.24 (0.405)	4.37 (0.670)
α_3	3.89 (2.75)	4.60 (0.375)	4.80 (0.657)
α_4	3.89 (2.79)	4.84 (0.451)	5.22 (0.838)
α_5	3.57 (2.86)	4.34 (0.467)	4.93 (0.846)
α_6	4.22 (2.81)	5.04 (0.443)	3.83 (0.817)
β_2	0.475 (1.07)	0.107 (0.120)	0.170 (0.208)
β_3	0.780 (1.47)	0.385 (0.179)	0.405 (0.303)
β_4	0.774 (1.61)	0.220 (0.192)	0.126 (0.305)
δ	-0.689 (4.63)	0.657 (0.730)	0.527 (1.14)
ϕ	-0.00597 (0.0114)	-0.0127 (0.00371)	-0.0129 (0.00713)
\tilde{R}^2	0.950	0.985	0.973

Obs: asymptotiska standardavvikelser inom parenteser.

5. Kostnader.

I avsnitt 3 och 4 härledde vi efterfrågan på samtal och hur den påverkas av förändringar i telefontariffen. För att kunna beräkna optimala priser behöver vi dessutom en modell av kostnadssambanden så att vi kan definiera producentöverskottet samt undersöka hur detta förändras vid variationer i telefontariffen.

5.1. Producentöverskottet.

Producentöverskottet för definieras som

$$\Pi = A \cdot p_A + \sum_i \sum_j \int_0^{\infty} X_{ij}(t) p_{ij}(t, \sigma) dt - c(X, A)$$

där $c(X, A)$ är kostnaden för att producera (X, A) och $X = (X_{11}, \dots, X_{km})$. Vi definierar marginalkostnaden för X_{ij} så att

$$c(X + \epsilon \Delta X_{ij}, A) - c(X, A) = \epsilon \int_0^{\infty} (\alpha + \beta t) \Delta X_{ij}(t) dt + o(\epsilon)$$

där $\Delta X_{ij} = (0, 0, \dots, \Delta X_{ij}, \dots, 0)$, dvs marginalkostnaden för uppkoppling av samtal är α och för samtalstid β .

Förändringar i priserna på samtal respektive abonnemang leder till följande effekter på producentöverskottet

$$\Pi_{\sigma} = \sum_{ij} \left[\int_0^{\infty} \frac{\partial X_{ij}(t)}{\partial \sigma} (p_{ij}(t, \sigma) - \alpha - \beta t) dt + \int_0^{\infty} X_{ij}(t) \frac{\partial p_{ij}(t)}{\partial \sigma} dt \right] + (p_A - c_A) A_{\sigma} \quad (13)$$

$$\Pi_{P_A} = (p_A - c_A) A_{P_A} + A + \sum_{ij} \int_0^{\infty} \frac{\partial X_{ij}(t)}{\partial p_A} (p_{ij}(t, \sigma) - \alpha - \beta t) dt \quad (14)$$

5.2. Kommentarer till kostnadsfunktionen.

Kostnaderna för ett befintligt telenät består i allt väsentligt av fasta kostnader. Till en betydande del är de historiska, "sänkta", kostnader för kapital investerat i stations- och linjeutrustning. De återstående fasta kostnaderna representerar dock en real

resursförbrukning för att hålla ett befintligt telenät i drift, typ underhålls- och administrationskostnader. Däremot förefaller det knappast att finnas någon trafikberoende real resursförbrukning, dvs de rörliga driftskostnaderna tycks vara försumbara. Det betyder att för ett befintligt telenät (dvs vid given stations- och linjeutrustning samt ett givet antal abonnenter) så är den kortsiktiga marginalkostnaden, dvs kostnaden för att öka trafikvolymen inom befintlig kapacitet, noll.

Den långsiktiga marginalkostnaden är kostnaden för en (marginell) expansion av telenätet. Eftersom storleken av ett telenät har åtminstone två dimensioner — kapaciteten hos stations- och linjeutrustningen samt antalet abonnenter — har man dels en marginalkostnad för utbyggnad av stations- och linjeutrustningen, dels en marginalkostnad för att ansluta ytterligare abonnenter.

Låt N vara antalet organ i ett telenät (dvs N är ett mått på kapaciteten hos stations- och linjeutrustningen) och låt K beteckna marginalkostnaden för en utbyggnad med ytterligare ett organ. Nu är kapaciteten N inte någon egentlig övre gräns för trafikbelastningen, utan det som händer vid en ökad trafikvolym vid givet N är att spärningsrisken ökar. Att kapaciteten byggs ut i takt med en ökad trafikvolym innebär således att sannolikheten för spärning ska hållas konstant. När så är fallet kan vi relatera marginalkostnaden för en ökad trafikvolym till marginalkostnaden för ytterligare organ på följande sätt:

Antag att inkommande samtal under en tid är en stationär Poissonprocess med intensitet λ (dvs det kommer in i genomsnitt $\lambda \cdot \Delta t$ samtal under en tidsperiod Δt) och låt m vara genomsnittliga samtalstiden. Man definierar trafikbelastningen A (i erlang) som produkten λm . Sannolikheten för spärning (dvs att samtliga organ är upptagna) är då

$$E(A,N) = \frac{A^N / N!}{\sum_{k=0}^N \frac{A^k}{k!}}$$

Om sannolikheten för spärning ska hållas konstant vid något värde ϵ (t ex 0.025) ska således antalet organ N anpassas till A så att $E(A,N) = \epsilon$. För någorlunda stora värden på A och N kan man visa att den marginella ökning dN av N som erfordras för att kompensera en marginell ökning dA av trafikbelastningen är

$$dN \approx (1-\epsilon)dA \approx dA$$

eftersom ϵ är nära noll. Det innebär att marginalkostnaden för en ökad trafikbelastning approximativt är lika med marginalkostnaden för att bygga ut kapaciteten N .

När vi beaktar att en ökad trafikvolym inom ramen för en given kapacitet ökar risken för spärning, måste vi modifiera det inledande påståendet att den kortsiktiga marginalkostnaden är noll. En högre sannolikhet för spärning innebär en försämring av kvaliteten på de tjänster som telenätet tillhandahåller. En försämrad kvalitet innebär i sin tur kostnader för användarna. En ökad trafikvolym medför således trängselkostnader för användarna i form av en högre spärningssannolikhet. När trafikbelastningen A är låg i förhållande till kapaciteten N är denna trängselkostnad försumbar och det är rimligt att betrakta den kortsiktiga marginalkostnaden som lika med noll.

När trafikbelastningen A blir tillräckligt hög i förhållande till kapaciteten N är emellertid effekten på spärningssannolikheten inte längre försumbar och kvalitetsförsämringen innebär en trängselkostnad för användarna. I detta fall är den kortsiktiga marginalkostnaden lika med den marginella trängselkostnaden för användarna.

Låt $C(E(A,N))$ beteckna användarnas totala trängselkostnad vid spärningssannolikheten $E(A,N)$ och låt $K \cdot N$ vara kostnaden för att bygga N antal organ. Den optimala kapaciteten N^* är det värde som minimerar summan av trängsel- och utbyggnadskostnader, dvs N^* satisfierar ekvationen

$$C_E \cdot E_N + K = 0$$

Vid en optimal kapacitet N^* kommer den marginella trängselkostnaden att vara lika med marginalkostnaden för en kapacitetsutbyggnad. Antag nämligen att trafikbelastningen ökar med dA . Den marginella trängselkostnaden för denna trafikökning är $C_E E_A dA$. Om denna trängseffekt neutraliseras genom en utbyggnad av N så att spärningssannolikheten hålles konstant gäller att

$$E_A dA + E_N dN = 0$$

Således är

$$C_E E_A dA = -C_E E_N dN = K dN$$

om kapaciteten N i utgångsläget är optimal. Den marginella trängselkostnaden är således lika med marginalkostnaden för kapacitetsutbyggnad.

6. Prissättningsresultat.

6.1. Optimal marginell prisanpassning.

Låt oss nu parameterisera telefontariffen som $p_{ij} = \max \{a_{ij} \cdot b_{ij}, b_{ij} \cdot t\}$. Detta motsvarar strukturen hos de nuvarande telefontarifferna. Prissättningsproblemet består i att välja parametrarna a_{ij} och b_{ij} samt abonnemangspriset p_A så att summan av producent- och konsumentöverskott maximeras, givet en restriktion om att producentöverskottet ska uppgå till något visst minsta belopp. Formellt är prissättningsproblemet

$$\max_{a_{ij}, b_{ij}, p_A} S + \Pi \text{ u b } \Pi \geq \Pi^*$$

Första ordningens villkor för de optimala priserna består av derivatorna $S_a, S_b, S_{p_A}, \Pi_a, \Pi_b$ samt Π_{p_A} . I Appendix 1 återges dessa derivator med den ovan givna parameteriseringen av telefontariffen.

För att verkligen kunna beräkna optimala priser krävs en global kännedom om efterfråge- och kostnadssamband. Denna information har vi inte. Vi känner till efterfrågan på telefonsamtal vid rådande telefontariff samt estimerat av telefonefterfrågans och antalet abonnemangs priskänslighet lokalt kring observerade priser. Därför är det inte särskilt meningsfullt att beräkna optimala priser från första ordningens villkor till ovanstående maximeringsproblem. Informationsunderlaget är helt enkelt för bräckligt för att man ska kunna sätta någon större tilltro till sådana beräkningar.

Vi har istället valt en annan ansats: att beräkna optimala marginella prisanpassningar. Tankegången är enkel. Eftersom vi huvudsakligen har tillgång till lokal information om efterfrågade kvantiteter och priskänslighet är det naturligt att fråga sig om det är möjligt att öka summan av producent- och konsumentöverskott genom en "liten" förändring av telefontariffen, givet att restriktionen på producentöverskottets storlek fortfarande ska vara uppfylld. I så fall skulle vi kunna identifiera en önskvärd riktning för en förändring av telefontariffen. Om å andra sidan det inte vore möjligt att öka summan av producent- och konsumentöverskott genom en marginell prisförändring betyder det att den rådande telefontariffen faktiskt är optimal.

För att göra ovanstående tankegång mer precis låt $\hat{z} \equiv d \ln z$, dvs \hat{z} är den relativa förändringen i z . För små relativa förändringar i prisparametrarna a_{ij} , b_{ij} samt p_A är effekterna på konsument- och producentöverskotten

$$dS = \sum_{ij} (a_{ij} S_{a_{ij}} \hat{a}_{ij} + b_{ij} S_{b_{ij}} \hat{b}_{ij}) + p_A S_{p_A} \hat{p}_A$$

$$d\Pi = \sum_{ij} (a_{ij} \Pi_{a_{ij}} \hat{a}_{ij} + b_{ij} \Pi_{b_{ij}} \hat{b}_{ij}) + p_A \Pi_{p_A} \hat{p}_A$$

En optimal marginell prisförändring ges av lösningen till

$$\max_{\hat{a}_{ij}, \hat{b}_{ij}, \hat{p}_A} dS + \lambda d\Pi = 0 \text{ och } \sum_{ij} ((\hat{a}_{ij})^2 + (\hat{b}_{ij})^2) + \hat{p}_A^2 = \Delta^2$$

Δ är en parameter som anger den sammanlagda tillåtna prisförändringen. Första ordningens villkor är

$$a_{ij} S_{a_{ij}} + \lambda a_{ij} \Pi_{a_{ij}} = 2\mu \hat{a}_{ij}$$

$$b_{ij} S_{b_{ij}} + \lambda b_{ij} \Pi_{b_{ij}} = 2\mu \hat{b}_{ij}$$

$$p_A S_{p_A} + \lambda p_A \Pi_{p_A} = 2\mu \hat{p}_A$$

$$\sum_{ij} (a_{ij} \Pi_{a_{ij}} \hat{a}_{ij} + b_{ij} \Pi_{b_{ij}} \hat{b}_{ij}) + p_A \Pi_{p_A} \hat{p}_A = 0$$

där λ är Lagrangemultiplikatorn för producentöverskottsrestriktionen och μ är Lagrangemultiplikatorn för restriktionen på prisförändringens storlek. De fyra villkoren ovan utgör ett linjärt system i de obekanta storheterna $2\mu \hat{a}_{ij}$, $2\mu \hat{b}_{ij}$, $2\mu \hat{p}_A$ och λ . Genom att multiplicera de tre första villkoren med respektive $a_{ij} \Pi_{a_{ij}}$, $b_{ij} \Pi_{b_{ij}}$ och $p_A \Pi_{p_A}$ och därefter addera dem erhålles

$$\sum_{ij} (a_{ij}^2 S_{a_{ij}} \Pi_{a_{ij}} + b_{ij}^2 S_{b_{ij}} \Pi_{b_{ij}}) + p_A^2 S_{p_A} \Pi_{p_A} + \lambda \left[\sum_{ij} ((a_{ij} \Pi_{a_{ij}})^2 + (b_{ij} \Pi_{b_{ij}})^2) + (p_A \Pi_{p_A})^2 \right] =$$

$$= 2\mu \left[\sum_{ij} (a_{ij} \Pi_{a_{ij}} \hat{a}_{ij} + b_{ij} \Pi_{b_{ij}} \hat{b}_{ij}) + p_A \Pi_{p_A} \hat{p}_A \right] = 0$$

dvs

$$\lambda = - \frac{\sum_{ij} (a_{ij}^2 S_{a_{ij}} \Pi_{a_{ij}} + b_{ij}^2 S_{b_{ij}} \Pi_{b_{ij}}) + p_A^2 S_{p_A} \Pi_{p_A}}{\sum_{ij} ((a_{ij} \Pi_{a_{ij}})^2 + (b_{ij} \Pi_{b_{ij}})^2) + (p_A \Pi_{p_A})^2}$$

När λ beräknats med ovanstående formel kan vi direkt från de tre första villkoren beräkna de optimala marginella prisändringarna \hat{a}_{ij} , \hat{b}_{ij} och \hat{p}_A så när som på en okänd konstant 2μ . Vi kan således inte direkt bestämma de absoluta prisförändringarna utan bara deras relativa storlek.

Effekten på konsumentöverskottet ges av uttrycket

$$dS = 2\mu \Delta^2 = \left[\sum_{ij} ((2\mu \hat{a}_{ij})^2 + (2\mu \hat{b}_{ij})^2) + (2\mu \hat{p}_A)^2 \right]^{1/2} \Delta$$

Ovanstående beräkningar förutsätter att vi kan ansätta lokala värden på derivatorna $S_{a_{ij}}$, $S_{b_{ij}}$, S_{p_A} , $\Pi_{a_{ij}}$, $\Pi_{b_{ij}}$ och Π_{p_A} . Av Appendix 1 framgår att dessa derivator kan utvärderas givet information om egenpriseteffekterna $\partial X_{ij}/\partial a_{ij}$, $\partial X_{ij}/\partial b_{ij}$ och A_{p_A} samt efterfrågan på telefonsamtal vid rådande priser.

6.2. En simuleringsmodell.

Eftersom resultaten av beräkningarna blir olika för olika värden på de ansatta egen- och korspriseteffekterna är det av intresse att på ett behändigt sätt kunna genomföra dessa beräkningar. Vi har därför sammanställt ovanstående beräkningar, liksom den numeriska utvärderingen av relevanta derivator, i en simuleringsmodell.

Källkoden till simuleringsmodellen finns i Appendix 2. De indata som erfordras för en simulering är priser på telefonsamtal och uppgifter om antalet samtal av olika slag. De priser och nivåer som finns i programkoden, och som vi använt i simuleringarna som redovisas nedan, gäller hushåll september 1988. Vidare krävs information om egen- och korspriselasticiteterna som behövs för beräkningen av konsument- och producentöverskottsderivatorna. Vi har, med undantag för egenpriselasticiteten för

abonnemang, utnyttjat våra estimationer som redovisades i avsnitt 4. Det gäller även korspriselasticiteterna trots att dessa estimat är osäkra. Egenpriselasticiteten har vi satt till -0.4 , ett värde som tagits från resultat rapporterade i Mitchell, B.M., "Optimal Pricing of Local Telephone Service", American Economic Review, vol. 68, no.4, 1978. Notera alltså att programmet enbart gäller hushållsabbonnenter som det nu är initierat. Dessutom krävs indata om marginalkostnader. De har vi satt till noll i våra simuleringar, med undantag för abonnemang där vi ansatt marginalkostnaden 1000 kr per år och abonnent.

Slutligen finns två andra parametrar vars värden kan ändras inför en simulering. Den ena är EA, som är den externa nytta ett nytt abonnemang genererar. Enligt det argument vi redovisade i avsnitt 2 har vi satt $EA = p_A$, dvs. priset på abonnemang. Men denna initiering kan alltså modifieras.

Den andra parametern, Q, anger relationen mellan korspriselasticiteten för antalet samtal m a p abonnemangspriset och egenpriselasticiteten för abonnemang. I presentationen av vår efterfrågemodell i avsnitt 4 argumenterade vi för att korspriselasticiteten borde vara dubbelt så stor som egenpriselasticiteten för abonnemang (uttryck (11) i avsnitt 3) under förutsättning att marginalabbonnenterna ringer och tar emot samtal som genomsnittsabbonnenten. Detta kan lätt inses intuitivt: säg att $A = 100$ och att varje abonnent ringer s samtal, så att totala antalet samtal är $x = 100s$. Om nu ytterligare ett abonnemang tillkommer, så ökar A med 1%. Den nye abonnenten ringer s samtal och tar emot s samtal så $2s$ nya samtal genereras. Det totala antalet samtal ökar alltså med 2%, dubbelt så mycket som antalet abonnemang. I detta fall är parametern $Q = 2$.

Detta innebär emellertid att totala antalet samtal är proportionellt mot A^2 , och att genomsnittsabbonnenten således ringer proportionellt mot A, vilket kan verka en aning extremt. En annan extrem är att anta att de samtal som rings och tas emot på ett nytt abonnemang är substitut för andra samtal, så att inga nya samtal alls genereras. I det fallet är $Q = 0$. Det tycks alltså som att $0 \leq Q \leq 2$, men det exakta värdet känner vi inte. Det kan därför vara intressant att pröva programmet för olika värden på Q.

Programmet rapporterar optimala relativa prisförändringar för samtalspriser samt för abonnemang. Dessa värden anger i vilken riktning förändringar bör göras, men säger inte hur stora dessa skall vara, bara deras inbördes relationer så länge förändringarna är små. Det som förbättras är konsumentöverskottet, medan televerkets nettointäkter hålls konstant.

Slutligen rapporterar programmet ett värde "lambda", som är Lagrangemultiplikatorn λ . Denna är skuggpriset på restriktionen på producentöverskottet. Om t ex det rapporterade värdet på λ är 1.6 innebär det att varje miljon televerket tar in i täckningsbidrag på marginalen innebär en minskning av det aggregerade konsumentöverskottet med 1.6 miljoner kronor. Ju högre värde på λ desto kostsammare är det ur samhällsekonomisk synpunkt att finansiera televerkets verksamhet via teletariffen jämfört med en ideal klumpsummefinansiering.

6.3. Några simuleringsresultat.

I nedanstående tabeller redovisas sex simuleringar. I de tre första är parametern EA satt lika med abonnemangspriset medan Q satts till 2, 1 respektive 0. I de tre sista simuleringarna har EA satts till hälften av abonnemangspriset, medan Q åter satts till 2, 1 respektive 0.

Som framgår av tabellerna så påverkas inte resultaten alls av ändringen av parametern EA. Det beror på att värdet på EA visserligen har betydelse för den optimala nivån på abonnemangspriset, och därmed övriga priser, men att den optimal riktningen för en liten prisändring förblir oförändrad så länge förändringen i EA inte är alltför radikal.

För övrigt antyder simuleringsresultaten att det vore önskvärt att sänka abonnemangspriserna och att höja priserna för lokalsamtal, men att sänka dem för rikssamtal i de högre avståndsklasserna.

Några simuleringar

<u>Q=2, EA=Pa</u>	
abonnemang	-9.202
lokalsamtal vard 08-18	2.567
lokalsamtal övrig tid	2.200
klass 103 vard 08-12	0.023
klass 103 vard 12-18	0.032
klass 103 vard 18-22	0.031
klass 103 övrig tid	0.024
klass 104 vard 08-12	0.173
klass 104 vard 12-18	0.236
klass 104 vard 18-22	0.270
klass 104 övrig tid	0.201
klass 105 vard 08-12	-0.028
klass 105 vard 12-18	0.150
klass 105 vard 18-22	0.258
klass 105 övrig tid	0.270
klass 106-108 vard 08.12	-1.387
klass 106-108 vard 12.18	-0.962
klass 106-108 vard 18.22	-0.815
Klass 106-108 övrig tid	-0.149
lambda =	1.975

Q=1, EA=Pa

abonnemang	-4.566
lokalsamtal vard 08-18	5.865
lokalsamtal övrig tid	4.829
klass 103 vard 08-12	0.047
klass 103 vard 12-18	0.067
klass 103 vard 18-22	0.064
klass 103 övrig tid	0.050
klass 104 vard 08-12	0.344
klass 104 vard 12-18	0.482
klass 104 vard 18-22	0.556
klass 104 övrig tid	0.418
klass 105 vard 08-12	-0.157
klass 105 vard 12-18	0.244
klass 105 vard 18-22	0.475
klass 105 övrig tid	0.521
klass 106-108 vard 08.12	-3.322
klass 106-108 vard 12.18	-2.307
klass 106-108 vard 18.22	-1.858
Klass 106-108 övrig tid	-0.444
lambda =	1.779

Q=0, EA=Pa

abonnemang	-0.514
lokalsamtal vard 08-18	3.204
lokalsamtal övrig tid	2.673
klass 103 vard 08-12	0.026
klass 103 vard 12-18	0.034
klass 103 vard 18-22	0.034
klass 103 övrig tid	0.029
klass 104 vard 08-12	0.042
klass 104 vard 12-18	0.154
klass 104 vard 18-22	0.200
klass 104 övrig tid	0.194
klass 105 vard 08-12	-0.816
klass 105 vard 12-18	-0.466
klass 105 vard 18-22	-0.397
klass 105 övrig tid	-0.130
klass 106-108 vard 08.12	-5.369
klass 106-108 vard 12.18	-4.737
klass 106-108 vard 18.22	-4.781
Klass 106-108 övrig tid	-2.652
lambda =	1.169

Q=2, EA=Pa/2

abonnemang	-9.202
lokalsamtal vard 08-18	2.567
lokalsamtal övrig tid	2.200
klass 103 vard 08-12	0.023
klass 103 vard 12-18	0.032
klass 103 vard 18-22	0.031
klass 103 övrig tid	0.024
klass 104 vard 08-12	0.173
klass 104 vard 12-18	0.236
klass 104 vard 18-22	0.270
klass 104 övrig tid	0.201
1klass 105 vard 08-12	-0.028
klass 105 vard 12-18	0.150
klass 105 vard 18-22	0.258
klass 105 övrig tid	0.270
klass 106-108 vard 08.12	-1.387
klass 106-108 vard 12.18	-0.962
klass 106-108 vard 18.22	-0.815
Klass 106-108 övrig tid	-0.149
lambda =	1.693

Q=1, EA=Pa/2

abonnemang	-4.566
lokalsamtal vard 08-18	5.865
lokalsamtal övrig tid	4.829
klass 103 vard 08-12	0.047
klass 103 vard 12-18	0.067
klass 103 vard 18-22	0.064
klass 103 övrig tid	0.050
klass 104 vard 08-12	0.344
klass 104 vard 12-18	0.482
klass 104 vard 18-22	0.556
klass 104 övrig tid	0.418
1klass 105 vard 08-12	-0.157
klass 105 vard 12-18	0.244
klass 105 vard 18-22	0.475
klass 105 övrig tid	0.521
klass 106-108 vard 08.12	-3.322
klass 106-108 vard 12.18	-2.307
klass 106-108 vard 18.22	-1.858
Klass 106-108 övrig tid	-0.444
lambda =	1.525

<u>Q=0, EA=Pa/2</u>	
abonnemang	-0.514
lokalsamtal vard 08-18	3.204
lokalsamtal övrig tid	2.673
klass 103 vard 08-12	0.026
klass 103 vard 12-18	0.034
klass 103 vard 18-22	0.034
klass 103 övrig tid	0.029
klass 104 vard 08-12	0.042
klass 104 vard 12-18	0.154
klass 104 vard 18-22	0.200
klass 104 övrig tid	0.194
1klass 105 vard 08-12	-0.816
klass 105 vard 12-18	-0.466
klass 105 vard 18-22	-0.397
klass 105 övrig tid	-0.130
klass 106-108 vard 08.12	-5.269
klass 106-108 vard 12.18	-4.737
klass 106-108 vard 18.22	-4.781
Klass 106-108 övrig tid	-2.652
lambda =	1.002

Referenser

Bohm, Peter., 1986, "Samhällsekonomisk effektivitet.", SNS.

Coase, R. H., 1946, "The Marginal Cost Controversy", Economica 13: pp. 169–189.

Mitchell, B.M., 1978, "Optimal Pricing of Local Telephone Service", American Economic Review, vol. 68, No 4.

White, H., 1980, "A Heteroskedasticity – Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test of Heteroskedasticity.", Econometrica 48:721–746.

Appendix 1

Producent- och konsumentöverskottsderivator.

Nedan återges uttrycken för konsumentöverskottsderivatorna samt producent-
överskottsderivatorna när telefontariffen parameteriserats som

$$p_{ij} = \max \{a_{ij} \cdot b_{ij}, b_{ij} \cdot t\}$$

Konsumentöverskottsderivatorna

$$S_{a_{ij}} = A_{a_{ij}} \cdot E_A - \sum_i b_{ij} \int_0^{\infty} X_{ij}(t) dt$$

$$S_{b_{ij}} = A_{b_{ij}} \cdot E_A - \sum_i a_{ij} \int_0^{a_{ij}} X_{ij}(t) dt - \sum_i \int_{a_{ij}}^{\infty} X_{ij}(t) t dt$$

$$S_{p_A} = A_{p_A} \cdot E_A - A$$

$$\text{där } E_A = \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\theta_0(I, \cdot)} u_A^N(I, \cdot) g(\theta, M) + \int_{\theta_0(I, \cdot)}^0 u_A^A(I, \cdot) g(\theta, M) \right] dM$$

$$A_{a_{ij}} = A_{p_A} \int_0^{\infty} \left(\sum_j \int_0^{a_{ij}} x_{ij}(t) b_{ij} dt \right) h_1(M) dM$$

och

$$A_{b_{ij}} = A_{p_A} \int_0^{\infty} \left[\sum_j \left[\int_0^{a_{ij}} a_{ij} x_{ij}(t) b_{ij} dt + \int_{a_{ij}}^{\infty} x_{ij}(t) dt \right] \right] h_1(M) dM$$

Producentöverskottsderivatorna

$$\begin{aligned} \Pi_{a_{ij}} = & \sum_i \left[a_{ij} b_{ij} \int_0^{a_{ij}} \frac{\partial x_{ij}(t)}{\partial a_{ij}} dt + b_{ij} \int_{a_{ij}}^{\infty} \frac{\partial x_{ij}(t)}{\partial a_{ij}} t dt + b_{ij} \int_0^{a_{ij}} X_{ij} dt \right] + \\ & + (p_A - c_A) A_{a_{ij}} - \sum_i \int_0^{\infty} (\alpha_{ij} + \beta_{ij} t) \frac{\partial X_{ij}}{\partial a_{ij}} dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_{b_{ij}} = & \sum_i \left[a_{ij} b_{ij} \int_0^{a_{ij}} \frac{\partial x_{ij}(t)}{\partial b_{ij}} dt + b_{ij} \int_{a_{ij}}^{\infty} \frac{\partial x_{ij}(t)}{\partial b_{ij}} t dt + a_{ij} \int_0^{a_{ij}} X_{ij} dt + \int_{a_{ij}}^{\infty} X_{ij}(t) t dt \right] + \\ & + (p_A - c_A) A_{b_{ij}} - \sum_i \int_0^{\infty} (\alpha_{ij} + \beta_{ij} t) \frac{\partial X_{ij}}{\partial b_{ij}} dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_{p_A} = & \sum_i \left[a_{ij} b_{ij} \int_0^{a_{ij}} \frac{\partial x_{ij}(t)}{\partial p_A} dt + b_{ij} \int_{a_{ij}}^{\infty} \frac{\partial x_{ij}(t)}{\partial p_A} t dt \right] + \\ & + (p_A - c_A) A_{p_A} + A - \sum_i \int_0^{\infty} (\alpha_{ij} + \beta_{ij} t) \frac{\partial X_{ij}}{\partial p_A} dt \end{aligned}$$

där

$$\frac{\partial X_{ij}}{\partial p_A} = Q \cdot A_{p_A} \int_0^{\infty} x_{ij}(t; \theta_0(I, \cdot), I, \cdot) h_1(M) dM$$

Appendix 2

Simuleringsmodell för beräkning av optimal marginell prispförändring

Programmet är självdokumenterande och det är lätt att göra ändringar med en texteditor. Programmet exekveras av MS-DOS GWBASIC eller PC-DOS BASICA, d.v.s man ger kommandot "gwbasic telepris", eller om man vill ha utskriften även på en fil, "gwbasic telepris >filnamn".

I programmet initieras först fem matriser a, b, c, d, p. De olika "varorna" är indelade i 19 klasser:

klass 0	= abonnemang
klass 1	= lokalsamtal vard 08–18
klass 2	= lokalsamtal övrig tid
klass 3	= klass 103 vard 08–12
klass 4	= klass 103 vard 12–18
klass 5	= klass 103 vard 18–22
klass 6	= klass 103 övrig tid
klass 7	= klass 104 vard 08–12
klass 8	= klass 104 vard 12–18
klass 9	= klass 104 vard 18–22
klass 10	= klass 104 övrig tid
klass 11	= klass 105 vard 08–12
klass 12	= klass 105 vard 12–18
klass 13	= klass 105 vard 18–22
klass 14	= klass 105 övrig tid
klass 15	= klass 106–108 vard 08–12
klass 16	= klass 106–108 vard 12–18
klass 17	= klass 106–108 vard 18–22
klass 18	= klass 106–108 övrig tid

Matriserna innehåller följande;

$p(i)$	= pris inom klass i
$a(i)$	= derivatan av konsumentöverskottet m.a.p. $p(i)$
$b(i)$	= derivatan av televerkets intäkt m.a.p. $p(i)$ (med hänsyn tagen till alla korseffekter)
$c(0)$	= marginalkostnad för abonnemang
$c(2i-1)$	= marginalkostnad för uppkoppling av samtal inom klass i
$c(2i)$	= marginalkostnad för samtalstid inom klass i
$d(0,0)$	= derivatan av antal abonnemang m.a.p. $p(0)$
$d(i,2j-1)$	= derivatan av antal samtal inom klass j m.a.p. $p(i)$
$d(i,2j)$	= derivatan av samtalstid inom klass j m.a.p. $p(i)$

Derivatan av producentöverskottet m.a.p. $p(i)$ är alltså

$$b(i) - \sum_{k=0}^{36} d(i,k)c(k)$$

Därefter räknas de optimala marginella relativa procentuella prisförändringarna ut så att konsumentöverskottet maximeras medan producentöverskottet hålls konstant.

1	dim $a(18)$, $b(18)$, $c(36)$, $d(18,36)$, $p_i(18)$, $p(18)$, $dLp(18)$
2	dim klass\$(18)
3	klass\$(0)="" abonemang"
4	klass\$(1)="" lokalsamtal vard 08-12"
5	klass\$(2)="" lokalsamtal övrig tid"
6	klass\$(3)="" klass 103 vard 08-12"
7	klass\$(4)="" klass 103 vard 12-18"
8	klass\$(5)="" klass 103 vard 18-22"
9	klass\$(6)="" klass 103 övrig tid"
10	klass\$(7)="" klass 104 vard 08-12"
11	klass\$(8)="" klass 104 vard 12-18"
12	klass\$(9)="" klass 104 vard 18-22"
13	klass\$(10)="" klass 104 övrig tid"
14	klass\$(11)="" klass 105 vard 08-12"
15	klass\$(12)="" klass 105 vard 12-18"
16	klass\$(13)="" klass 105 vard 18-22"
17	klass\$(14)="" klass 105 övrig tid"

18 klass\$(15)=" klass 106–108 vard 08–12"
 19 klass\$(16)=" klass 106–108 vard 12–18"
 20 klass\$(17)=" klass 106–108 vard 18–22"
 21 klass\$(18)=" klass 105–108 övrig tid"
 22 ' '
 23 'INITIERING AV MATRISERNA a, b, c, d'
 24 dim tr(18), Nr(18), xderT(3), xderN(3)
 25 ' '
 26 'priser september 1988'
 27 '_____
 28 PA=171.*4/52*100 'pris abonnemang öre/vecka'
 29 c0=3 '1 period i min lokalsamtal vard 08–18'
 30 c1=6 'd:o övrig tid'
 31 p(1)=7.67 'öre/min lokalsamtal vard 08–18'
 32 p(2)=3.38 'd:o övrig tid'
 33 p(3)=22 'öre/min klass 103 vard 08–12'
 34 p(4)=15 'öre/min klass 103 vard 12–18'
 35 p(5)=16 'öre/min klass 103 vard 18–22'
 36 p(6)=12 'öre/min klass 103 vard 22–08, lör, sön'
 37 p(7)=45 'öre/min klass 104 vard 08–12'
 38 p(8)=31 'öre/min klass 104 vard 12–18'
 39 p(9)=26 'öre/min klass 104 vard 18–22'
 40 p(10)=23 'öre/min klass 104 vard 22–08, lör, sön'
 41 p(11)=81 'öre/min klass 105 vard 08–12'
 42 p(12)=58 'öre/min klass 105 vard 12–18'
 43 p(13)=49 'öre/min klass 105 vard 18–22'
 44 p(14)=43 'öre/min klass 105 vard 22–08, lör, sön'
 45 p(15)=125 'öre/min klass 106–108 vard 08–12'
 46 p(16)=92 'öre/min klass 106–108 vard 12–18'
 47 p(17)=77 'öre/min klass 106–108 vard 18–22'
 48 p(18)=66 'öre/min klass 106–108 vard 22–08, '
 49 'lör, sön'
 50 'nivåer i september 1988'
 51 '_____
 52 Tl0=1466965./60/1000 'antal lok.samtalsmin, samtal>1 mark
 53 'vard 08–18'
 54 Tl1=1528541./60/1000 'd:o övrig tid'
 55 Tr(1)=1927735./60/1000 'antal lokalsamtalsmin vard 08–18'

56	$Tr(2)=2292367./60/1000$	'd:o övrig tid'
57	$Tr(3)=1121.*5/60/1000$	'antal samtalsmin, samma ordning som p
58	$Tr(4)=2480.*5/60/1000$	'ovan'
59	$Tr(5)=2650.*5/60/1000$	
60	$Tr(6)=10511./60/1000$	
61	$Tr(7)=7124.*5/60/1000$	
62	$Tr(8)=11627.*5/60/1000$	
63	$Tr(9)=15192.*5/60/1000$	
64	$Tr(10)=54905./60/1000$	
65	$Tr(11)=7661.*5/60/1000$	
66	$Tr(12)=12317.*5/60/1000$	
67	$Tr(13)=18499.*5/60/1000$	
68	$Tr(14)=79535./60/1000$	
69	$Tr(15)=70672./60/1000$	
70	$Tr(16)=129269./60/1000$	
71	$Tr(17)=203881./60/1000$	
72	$Tr(18)=177684./60/1000$	
73	' '	
74	$Nk0=5351./1000$	
75	$Nk1=5827./1000$	
76	$Nr(1)=7310./1000$	
77	$Nr(2)=7106./1000$	
78	$Nr(3)=3.17*5/1000$	
79	$Nr(4)=6.33*5/1000$	
80	$Nr(5)=4.86*5/1000$	
81	$Nr(6)=20./1000$	
82	$Nr(7)=19.47*5/1000$	
83	$Nr(8)=36.43*5/1000$	
84	$Nr(9)=28.05*5/1000$	
85	$Nr(10)=153./1000$	
86	$Nr(11)=26.99*5/1000$	
87	$Nr(12)=40.90*5/1000$	
88	$Nr(13)=29.33*5/1000$	
89	$Nr(14)=227./1000$	
90	$Nr(15)=61.57*5/1000$	
91	$Nr(16)=96.*5/1000$	
92	$Nr(17)=79.*5/1000$	
93	$Nr(18)=391./1000$	

```

94  ' '
95  'elasticiteter och identiteter'
96  '_____!'
97  Aelast=-0.4                'priselasticitet på abonnemang'
98  A=1                        'allt räknas per 1 abonnent'
99  EA=PA                      'marg extern nytta av abonnemang=pris'
100 APA=A*Aelast/PA
101 Q=2                        'nytt abb. genererar Q*(genomsnittligt'
102                            'antal ringda samtal) nya samtal'
103
104 def fnT elast(k)=-0.013*p(k)+Q*Tr(k)/A*p(k)/PA
105                            'pris elast. på samtalstid som'
106                            'funktions klass'
107 def fnN elast(k)=Q*Aelast*Tr(k)/A*p(k)/PA
108                            'pris/min-elast. på samtal som'
109                            'funktion av klass'
110 xderTlok=0                 'xderivata tid inom lokalsamtal'
111 xderNlok=0                 'xderivata antal inom lokalsamtal'
112 xderT(0)=0.042/60         'xderivata tid inom klass 103'
113 xderN(0)=0                 'xderivata antal inom klass 103'
114 xderT(1)=0.11/60          'xderivata tid inom klass 104'
115 xderN(1)=0                 'xderivata antal inom klass 104'
116 xderT(2)=0.042/60         'xderivata tid inom klass 105'
117 xderN(2)=0                 'xderivata antal inom klass 105'
118 xderT(3)=0.024/60         'xderivata tid inom klass 106-108'
119 xderN(3)=0                 'xderivata antal inom klass 106-108'
120  ' '
121  'marginalkostnader'
122  '_____!'
123  c(0)=1000./52*100         'marg kostnad för abonnemang öre/vecka'
124  ' '
125  c(1)=0                    'marg kostnad för lokalsamtal, vard 08-18'
126  c(3)=0                    'd:o övrig tid'
127  c(5)=0                    'marg kostnad för samtal, samma ordning'
128  c(7)=0                    'som för p ovan'
129  c(9)=0
130  c(11)=0
131  c(13)=0

```

132 $c(15)=0$
 133 $c(17)=0$
 134 $c(19)=0$
 135 $c(21)=0$
 136 $c(23)=0$
 137 $c(25)=0$
 138 $c(27)=0$
 139 $c(29)=0$
 140 $c(31)=0$
 141 $c(33)=0$
 142 $c(35)=0$
 143 ' '
 144 $c(2)=0$ 'marg kostnad för lok. samtalsmin,'
 145 'vard 08–18'
 146 $c(4)=0$ 'd:o övrig tid'
 147 $c(6)=0$ 'marg kostnad för samtalsminuter, samma'
 148 $c(8)=0$ 'ordning som p ovan'
 149 $c(10)=0$
 150 $c(12)=0$
 151 $c(14)=0$
 152 $c(16)=0$
 153 $c(18)=0$
 154 $c(20)=0$
 155 $c(22)=0$
 156 $c(24)=0$
 157 $c(26)=0$
 158 $c(28)=0$
 159 $c(30)=0$
 160 $c(32)=0$
 161 $c(34)=0$
 162 $c(36)=0$
 163 ' '
 164 'initiering'
 165 '_____
 166 $p(o)=PA$
 167 ' '
 168 $a(0)=-A+EA*APA$
 169 $a(1)=(-1+EA*APA/A)*(c0*Nk0+Tl0)$

```

170  a(2)=(-1+EA*APA/A)*(c1*Nk1+Tl1)
171  for j=3 to 18
172  a(j)=(-1+EA*APA/A)*Tr(j)
173  next
174  ' '
175  d(0,0)=APA
176  for j=1 to 18
177  d(0,2*j-1)=Q*APA*Nr(j)/A
178  d(0,2*j)=Q*APA*Tr(j)/A
179  next
180  for j=1 to 2
181  for k=1 to 2
182  d(j,2*k)=xderTlok
183  d(j,2*k-1)=xderNlok
184  next
185  next
186  d(1,0)=APA*(c0*Nk0+Tl0)/A
187  d(1,1)=fnNelast(1)/p(1)*Nr(1)
188  d(1,2)=fnTelast(1)/p(1)*Tr(1)
189  d(1,3)=0
190  d(1,4)=0
191  d(2,0)=APA*(c1*Nk1+Tl1)/A
192  d(2,1)=0
193  d(2,2)=0
194  d(2,3)=fnNelast(2)/p(2)*Nr(2)
195  d(2,4)=fnTelast(2)/p(2)*Tr(2)
196  for n=0 to 3
197  m1=3+4*n
198  m2=6+4*n
199  for j=m1 to m2
200  for k=m1 to m2
201  d(j,2*k)=xderT(n)
202  d(j,2*k-1)=xderN(n)
203  next
204  next
205  next
206  for j=3 to 18
207  d(j,0)=APA*Tr(j)/A

```

```

208 d(j,2*j-1)=fnNelast(j)/p(j)*Nr(j)
209 d(j,2*j)=fnTelast(j)/p(j)*Tr(j)
210 next
211 ' '
212 b(0)=PA*APA+A+Q*APA*(c0*p(1)*Nk0+p(1)*Tl0)/A
213 b(0)=b(0)+Q*APA*(c1*p(2)*Nk1+p(2)*Tl1)/A
214 for j=3 to 18
215 b(0)=b(0)+p(j)*Q*APA*Tr(j)/A
216 next
217 b(1)=c0*fnNelast(1)*Nk0+fnTelast(1)*Tl0 'xderTlok och'
218 b(1)=b(1)+c0*Nk0+Tl0 'xderNlok'
219 b(2)=c1*fnNelast(2)*Nk1+fnTelast(2)*Tl1 'sätts till 0'
220 b(2)=b(2)+c1*Nk1+Tl1
221 for j=3 to 18
222 b(j)=Tr(j)
223 for k=3 to 18
224 b(j)=b(j)+d(j,2*k)*p(k)
225 next
226 next
227 ' '
228 'SLUT PÅ INITIERINGEN'
229 'UTRÄKNING AV OPTIMAL MARGINELL PRISJUSTERING'
230 ' '
231 for j=0 to 18
232 pi(j)=b(j)
233 for k=0 to 36
234 pi(j)=pi(j)-d(j,k)*c(k)
235 next
236 next
237 for j=0 to 18
238 numerator=numerator+p(j)*pi(j)*a(j)
239 denominator=denominator+p(j)*p(j)*pi(j)*pi(j)
240 next
241 lambda=-numerator/denominator
242 for k=0 to 18
243 dLp(k)=p(k)*a(k)+lambda*pi(k)
244 delta2=delta2+dLp(k)*dLp(k)
245 next

```



```
246  delta=sqr(delta2)
247  for k=0 to 18
248  dLp(k)=10*dLp(k)/delta
249  print klass$(k) tab(27);
250  print using"###.###"; dLp(k)
251  next
252  print"Lambda =" tab(27);
253  print using"###.###"; lambda
254 system
```