



**WILEY-
BLACKWELL**

The Scandinavian
Journal of Economics

Spelteori och ekonomiska problem

Author(s): Erik Ruist

Source: *Ekonomisk Tidskrift*, Årg. 51, n:r 2 (Jun., 1949), pp. 112-117

Published by: [Blackwell Publishing](#) on behalf of [The Scandinavian Journal of Economics](#)

Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/3437986>

Accessed: 21/10/2011 06:58

Your use of the JSTOR archive indicates your acceptance of the Terms & Conditions of Use, available at
<http://www.jstor.org/page/info/about/policies/terms.jsp>

JSTOR is a not-for-profit service that helps scholars, researchers, and students discover, use, and build upon a wide range of content in a trusted digital archive. We use information technology and tools to increase productivity and facilitate new forms of scholarship. For more information about JSTOR, please contact support@jstor.org.



Blackwell Publishing and *The Scandinavian Journal of Economics* are collaborating with JSTOR to digitize, preserve and extend access to *Ekonomisk Tidskrift*.

<http://www.jstor.org>

LITTERATUR

SPELTEORI OCH EKONOMISKA PROBLEM

Att uttrycka ekonomisk teori med hjälp av matematiska formler har under de senaste åren inte varit särskilt populärt i Sverige annat än i vissa speciella fall, som när det gäller att bibringa studenterna en viss kunskap om prisbildningsmekanismen. Det är därför kanske inte så märkligt att en bok vars titel och inledning ge anledning förmoda att det är ett arbete av denna misstänkta natur, inte har blivit uppmärksammas här, trots att den varit ute i marknaden i fem år. I USA utgör däremot »Theory of Games»¹ ett allmänt samtalsämne bland såväl matematiker, statistiker som ekonomer. Även om man inom vissa kretsar är tveksam beträffande de omedelbara konsekvenserna för den ekonomiska teorien och möjligheterna att överhuvud tillämpa resultaten strikt, tycks en tämligen allmän opinion hävda att boken betytt ett synnerligen värdefullt tillskott till den begreppsapparat som användes även av »litterära» ekonomer. Det kan därför vara på sin plats att här i korthet sammanfatta vad boken hittills satt för spår i den samhällsvetenskapliga diskussionen, enkannerligen i USA. Däremot skall inget försök göras att i detalj referera dess innehåll, då det redan föreligger tre utmärkta översikter, som ge en inblick i de viktigaste tankegångarna.² För att ge ett visst stöd åt den följande diskussionen måste dock de väsentligaste grunddragen skisseras.

Utgångspunkten för teorien är ett spel mellan två personer, där den ene vinner vad den andre förlorar. Var och en väljer en strategi, som innebär att han i förväg bestämmer hur han kommer att handla i varje tänkbar situation som kan uppkomma under spelets förlopp. En bridge-handbok är ett exempel på instruktioner för en strategi, ehuru den är ofullständig, då den inte täcker alla tänkbara situationer. Spelets utgång är givetvis beroende av båda spelarnas val av strategier och eventuellt av en slumpfaktor, i vilket fall matematisk förväntan av utgången betraktas som det utslagsgivande. Situationen belyses enklast av en tabell som visar vinsten (eller matematisk förväntan för vinsten) för spelare 1 — och alltså förlusten för spelare 2 — vid olika val av strategier:

¹ von Neumann, J.—Morgenstern, O.: *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton 1944, 2. uppl. 1947, xviii + 641 sid.

² Hurwicz, L.: *The Theory of Economic Behavior*. *American Economic Review*, Vol. 35, 1945, sid. 909.

Marschak, J.: *Neumann's and Morgenstern's New Approach to Static Economics*. *Journal of Political Economy*, Vol. LIV, 1946, sid. 97.

Stone, R.: *The Theory of Games*. *Economic Journal*, Vol. LVIII, 1948, sid. 185.

		Spelare 2:s strategi nr		
		1	2	3
Spelare 1	1	0	2	1
1:s stra-	2	-1	4	-2
tegi nr	3	-2	-3	3

Om vi först betrakta spelare 1, är det tydligt att han kan göra den största vinsten om han väljer strategi nr 2, men endast under förutsättning att hans motspelare väljer sin strategi nr 2. Om denne emellertid vet att spelare 1 kommer att spela strategi 2, kommer han givetvis att själv välja strategi nr 3, och spelare 1 förlorar 2 enheter. Om denne i sin tur vet att hans motspelare kommer att välja nr 3 är hans egen optimala strategi nr 3 o. s. v.

Det är lätt att inse att detta resonemang inte leder till någon stabilitet i ovanstående exempel, inte ger någon »lösning» till spelet ifråga. Det är endast i undantagsfall som en lösning kan erhållas på detta sätt. Vi ledas alltså till ett annat betraktelsesätt.

Om vi åter se på spelet från spelare 1:s synpunkt, finna vi, att den största förlust han kan göra, oberoende av spelare 2:s val, är 0 om han väljer strategi nr 1, 2 om han väljer nr 2 och 3 om han väljer nr 3. Eftersom han inte på något sätt kan påverka motspelaren, talar detta för strategi 1. På motsvarande sätt är spelare 2:s största förluster 0, 4 och 3 för resp. strategi nr 1, 2 och 3. Enligt samma sätt att resonera väljer han alltså sin strategi nr 1. Det inträffar nu att ingendera spelaren har någon anledning att byta strategi, även om han vet vilken strategi den andre kommer att välja, för han kan på så sätt endast försämra sin egen ställning. Vi kalla detta en minimaxlösning.

Det är lätt att se att inte heller detta fall är generellt. Byt t. ex. ut de båda översta elementen i den första kolumnen, och spelet är åter obestämt, så länge man följer de strikta reglerna ovan. Författarna visa emellertid att det är möjligt att åstadkomma en lösning till alla spel med ett ändligt antal strategier genom att låta spelarna välja s. k. blandade strategier, vilket innebär att de överlåta valet åt slumpen och endast bestämma den sannolikhet med vilken varje strategi blir vald. Detta är rent matematiskt ett av de viktigaste resultaten i boken. Motivet för en sådan blandad strategi är att göra det omöjligt för motspelaren att veta vilken strategi som kommer att användas, så att han inte kan vidta några motåtgärder. Exempel kunna hämtas från bridge och poker, där en spelare med en viss hand ibland handlar på ett sätt, ibland på ett annat för att göra motståndaren osäker. Detta är ju t. ex. avsikten med bluffningen i poker.

Om vi nu övergå till ett spel mellan tre personer, visar det sig att ett helt nytt fenomen uppenbarar sig, nämligen möjligheten att bilda en koalition. Och med fyra eller flera spelare kunna två eller flera koalitioner formars, eventuellt genom att vissa spelare betalas för sin medverkan. Ett viktigt specialfall av ett spel mellan n personer är det där en av spelarna inte har någon annan funktion än att betala ut eller ta emot

vad de andra spelarna vinna eller förlora. På detta sätt reduceras det allmänna (och för de ekonomiska tillämpningarna intressanta) spelet mellan $(n-1)$ personer till ett spel mellan n personer med vinstsumman 0, vilket är enklare att handskas med. Teorien för när det är lönande att bilda koalitioner diskuteras ganska ingående i boken, men man har ännu inte lyckats formulera lösningen till det allmänna spelet mellan n personer.

Det är uppenbart att denna teori, fullt utbyggd, kan vara till stor hjälp vid analyserandet av marknadsmekanismen vid monopol, duopol, oligopol och dess motsvarigheter på köparsidan. Marschak har i ovannämnda översikt givit ett enkelt exempel på ett sådant fall med en säljare och två köpare, där den hittills använda differentialkalkylen kommit till korta.

Tills vidare är det dock på ett annat område som de nya tankegångarna visat sig särskilt fruktbara, nämligen vid analys av handlingssättet när osäkerhet råder om vissa faktorer. Man kan lämpligen tänka sig detta som ett spel mellan två personer, varav den ena är naturen eller slumpen. Man kan då liksom ovan göra upp en tabell över *riskfunktionen*, d. v. s. den förlust man gör genom att välja en viss strategi, ett visst handlingssätt, och samtidigt naturen väljer en viss strategi. Man kan nu visserligen inte påstå att naturen är en aktiv motspelare och väljer den strategi som är minst fördelaktig för en själv, men det ligger ändå nära till hands att handla så att man minimerar den maximala risken, d. v. s. den största förlust man kan göra med en viss strategi, eftersom naturens val inte kan påverkas och inte ens förutses.

Detta resonemang har emellertid visat sig i vissa fall kunna leda till orimliga resultat. L. J. Savage har därför i stället föreslagit att kriteriet vid val av strategi bör vara att minimera den maximala relativa förlusten (*regret*). För att illustrera vad som avses härmed anta vi att förlusten vid olika val av strategier ges av följande tabell:

		Naturens »strategi» nr		
		1	2	3
Ekonomens strategi nr	1	0	3	2
	2	2	2	1
	3	1	2	4

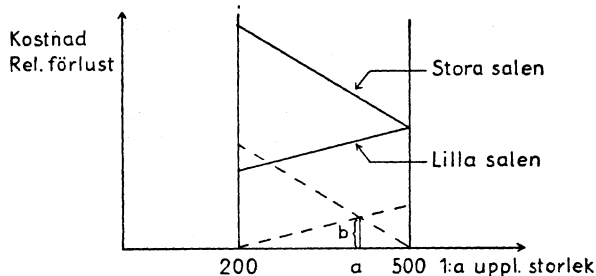
För att minimera den maximala risken böra vi alltså välja strategi nr 2. Nu framgår det emellertid av tabellen, att om naturens »strategi» blir 2 eller 3, vilket vi inte kunna göra något för att undvika, är det omöjligt att undgå en förlust på 2 resp. 1 enheter. Det kan därför vara naturligt att reducera siffrorna i dessa kolumner så att de endast ta hänsyn till skillnaden mellan den aktuella förlusten och den minsta för respektive val av naturen, d. v. s. till »relativa förlusten». Vi minska alltså alla siffrorna i kolumn 2 och 3 med 2 resp. 1 enheter och få följande tabell över den relativa förlusten:

		Naturens »strategi» nr		
		1	2	3
Ekonomens strategi nr	1	0	1	1
	2	2	0	0
	3	1	0	3

Den bästa, icke blandade strategien enligt detta sätt att resonera är alltså nr 1 i stället för nr 2 som ovan.

Resonemanget kan utsträckas till fall där den »aktive spelarens» strategier inte längre äro ändligt många, utan t. ex. kunna representeras av punkterna på en rät linje. Ett exempel på detta är följande:

En förening planerar ett samkväm och skall trycka program som avses att utdelas gratis till alla deltagare. Man kan emellertid inte förrän två dagar i förväg få besked om vilken av två samlingssalar med resp. 200 och 500 platser man får använda, och det är omöjligt att förutse den avgörande myndighetens beslut. I båda fallen beräknar man få fullt hus och måste alltså ha tillräckligt antal program, men upplagan måste bestämmas om vecka i förväg. Tryckeriet lovar emellertid att om den större salen erhålles, trycka till ett erforderligt antal exemplar i sista stund, men till ett betydligt högre pris per ex. än för första upplagan, då arbetet måste ske på övertid. Frågan är nu alltså: Hur stor bör första upplagan göras? Totalkostnaden kan uttryckas som en funktion av den första upplagens storlek, se de heldragna linjerna i diagrammet.



Man kan säga att de representera riskfunktionerna. För att erhålla den relativa förlusten minska vi i båda fallen med minimikostnaden och erhålla de streckade linjerna. Deras skärningspunkt representerar den »strategi» a som ger minimal förlust. Innebörden härav är denna: Vad som än inträffar, äro vi säkra på att merkostnaden jämfört med det fall där föreningen gissade rätt alltid är lika med b , vilket är en lägre merkostnad än om man gissat fel.

Resonemanget kan givetvis upprepas för det fall programmen säljas och man antar att efterfrågekurvorna för de båda alternativen äro kända. I detta fall representera vi givetvis vinsten i stället för kostnaden, och vi få kurvor i stället för räta linjer. I övrigt blir förfarandet identiskt med ovanstående.

Det förfaller rimligt att liknande resonemang med fördel kan tillämpas när det gäller mera komplicerade beslut som t. ex. storleken av en investering och den framtida marknadsutvecklingen kan framställas med olika alternativ, av vilka inget kan sägas vara sannolikare än de andra. Marschak och Modigliani gävo några exempel på detta vid Econometric Society's Annual Meeting i Cleveland i december 1948.

Theory of Games har också satt ny fart på ett gammalt diskussionsämne, nämligen Är nyttan mätbar? Som bekant voro för några decennier sedan många benägna att svara ja på denna fråga, medan snart sagt alla modernare ekonomer definitivt förnekat att man kan säga mer än att nyttan i ett fall är större än i ett annat. Detta är den idé som ligger till grund för användningen av indifferenskurvor. von Neumann och Morgenstern uppge sig nu ha bevisat, att nyttan är mätbar så när som på en linjär transformation, d. v. s. på samma sätt som temperaturen. Detta kommer till användning i vissa ekonomiska tillämpningar, där man inte som i exemplet ovan uttrycker riskfunktionen i pengar utan i nytta. Resonemanget i boken är inte beroende av möjligheten till denna utvidgning, men tillämpningsmöjligheterna bli givetvis flera om man godkänner den.

För att åstadkomma denna mätbarhet behöva förf. väsentligen endast följande antagande utöver dem som ligga till grund för indifferensbegreppet:

Om nyttan av u är större än nyttan av w , som i sin tur är större än nyttan av v , så existerar ett tal α mellan 0 och 1, sådant att en kombination, där sannolikheten att u skall inträffa är α och sannolikheten att v skall inträffa är $(1-\alpha)$, är indifferent jämfört med w .

Denna förutsättning antyder också hur man i det aktuella fallet genom intervjuer kan mäta nyttan för en viss person av t. ex. olika hög inkomst. Man frågar t. ex. om han föredrar en säker månadsinkomst på 500 kr. framför en 50/50 % chans till 400 eller 600, och fortsätter tills man funnit den säkra inkomst som är indifferent jämfört med kombinationen. Denna ges då samma värde på nyttan som medeltalet mellan nyttan av 400 och 600 kr. vilka kunna vara givna från början, eftersom skala och nollpunkt äro godtyckliga. Förfarandet beskrives närmare i en artikel av Friedman och Savage¹, där de utförligt gå igenom von Neumanns och Morgensterns diskussion, utveckla den och jämföra med iakttagelser framför allt från lotterier och försäkringsväsende. De komma till det resultatet, att det nya greppet på ämnet är fruktbart och kan bidra till att rationalisera vissa handlingssätt som tidigare tett sig svårförklarliga. Kritiker saknas emellertid inte (se t. ex. referenser i ovan nämnda artikel). Framför allt vända de sig mot en konsekvens av det nya resonemanget. Det visar sig nämligen att det gamla antagandet om att inkomstens gränsnytta är överallt avtagande måste övergivas för att man skall kunna förklara varför folk spelar på lotterier etc.

Som nämndes i inledningen är det emellertid inte bara för ekonomer, som Theory of Games är av intresse. Dess likhet med och inflytande på

¹ Friedman, M.—Savage, L. J.: The Utility Analysis of Choices Involving Risk. Journal of Political Economy, Vol. LVI, 1948, sid. 279.

grundidén i Walds *Statistical decision functions*¹ kunna vara värda ett kort omnämnande här, då dessa sannolikt komma att få stor betydelse på det ekonomisk-statistiska området. Tankegången framgår i största korthet av följande exempel:

Ett företag tror att en prissänkning på dess huvudprodukt skulle medföra en så stor efterfrågeökning att vinsten skulle stiga. För att utvärdera reaktionen inför en prissänkning företar man en marknadsundersökning, som med nu gängse statistiska metoder kan tänkas resultera i en uppskattning av efterfrågeelasticiteten i närheten av det gällande priset. Man vill emellertid inte riskera att sänka priset om resultatet är en elasticitet endast obetydligt över den kritiska gräns där vinsten är oförändrad, ty om beräkningarna visa sig vara felaktiga, kan man inte höja priset igen — på grund av priskontroll eller av good-willskäl.

Walds idé är nu att företaget i förväg bestämmer sig för en viktfunktion, som för varje hypotetiskt värde på efterfrågeelasticiteten visar hur stor företagets vinst eller förlust blir vid olika stor prisändring, jämfört med den optimala politiken. Statistikerns uppgift är sedan att konstruera en »decision function», som direkt förbinder det observerade samplet med beslutet om prisförändring utan att gå omvägen via uppskattning av elasticiteten och beräkning av konfidensgränser, och som har följande egenskaper: Den minimerar den maximala relativa förlust företaget kan göra genom naturens olika val av strategi, d. v. s. genom att fördelningen i populationen är maximalt vidrig. Tankegången är som synes exakt densamma som i exemplet med föreningssamkvämet ovan. Ännu äro endast principerna för teorin och dess tillämpning på ett antal viktiga specialfall på både hypotesprövnings- och estimeringsområdet utarbetade. Till stor del äro resultaten ännu inte publicerade. Många arbeta på problem av detta slag, men i det generella fallet är det ännu inte klart hur man skall beräkna en decision function.

Det är således på många områden som *Theory of Games and Economic Behavior* har gjort viktiga inlägg i diskussionen, och boken är väl värd större kännedom i Sverige. Läsandet av den är emellertid förknippat med en viss intellektuell ansträngning för den som är ovan vid ett matematiskt framställningssätt. Det bör emellertid framhållas att ingen kännedom om högre matematik är nödvändig, författarna bemöda sig om att i ord förklara innebörden av de matematiska operationerna, och framställningen är synnerligen rättfram och logisk. Det för ekonomer väsentligaste av innehållet torde dock framgå av de ovannämnda tre översiktsartiklarna.

Erik Ruist.

¹ Wald, A.: *Contributions to the Theory of Statistical Estimation and Testing Hypotheses*. *Ann. Math. Stat.*, Vol. 10, 1939, sid. 299.

Wald, A.: *Statistical Decision Functions which Minimize the Maximum Risk*. *Ann. Math.*, Vol. 46, 1945, sid. 265.

Wald, A.: *An Essentially Complete Class of Admissible Decision Functions*. *Ann. Math. Stat.* Vol. 18, 1947, sid. 549.

Wald, A.: *Foundations of a General Theory of Sequential Decision Functions*. *Econometrica*, Vol. 15, 1947, sid. 279.