

En lista över Working Paper  
finns sist i denna studie

Nr 190, 1988

**MASKINERS EKONOMISKA DEPRECIERINGS-  
TAKT - EN STUDIE MED HJÄLP AV  
BOX-COX-TRANSFORMATION**

av

Christina Hartler

Denna arbetsrapport är avsedd för  
begränsad distribution och får endast  
refereras till eller citeras efter  
tillstånd av författaren. Kommentarer  
är välkomna.

Mars 1988



## 1 EKONOMISK DEPRECIERINGSTAKT\*

### 1.1 Inledning

Avsikten med denna uppsats är att undersöka under vilka teoretiska antaganden det går att estimeras den ekonomiska deprecieringstakten (värdeminskningstakten) på kapitalobjekt och därefter tillämpa en lämplig modell på faktiska data.

Ekonomisk depreciering (värdeminskning) kan definieras som den förändring i kapitalobjektets värde som uppstår p g a att det åldras. Ekonomisk deprecieringstakt definieras således som den procentuella förändringen i kapitalobjektets värde.

Med kapital menar jag här realkapital, dvs maskiner och byggnader. Humankapitalet beaktas således ej. Anledningen till detta är att det är bara för realkapital som det existerar en välutvecklad marknad. Här är marknaden för begagnat realkapital, dvs den så kallade andrahandsmarknaden, av speciellt intresse. Det är med hjälp av prisdata från denna marknad som ekonomisk depreciering och ekonomisk deprecieringstakt kan estimeras. Hulten och Wykoff (1980a, b, c, 1981) har genomfört liknande studier i USA under början av 1980-talet som utgjort viktiga förebilder till min undersökning.

I ekonomiska tillämpningar antas ofta att den ekonomiska deprecieringstakten utgörs av en konstant,

---

\* Jag vill speciellt tacka Jan Södersten och Erik Mellander för all konstruktiv kritik och ovärderlig hjälp under arbetets gång. Givetvis ansvarar jag själv för eventuella fel.

dvs deprecieringstakten varierar inte med kapitalföremålets ålder, vilket uppstår då deprecieringsmönstret antar en exponentiell funktionsform. Hulten och Wykoff (1980b) konstaterar att det ekonomiska deprecieringsmönstret för amerikanskt byggnadskapital är approximativt exponentiellt. Feldstein och Rotschild (1974) å andra sidan anser att en konstant deprecieringstakt endast erhålles under mycket starka antaganden om kapitalstocken. De argumenterar även för att förändringar i räntan och skattelagar ändrar den optimala ekonomiska livslängden för maskiner, vilket i sin tur påverkar det ekonomiska deprecieringsmönstret.

Om Feldstein och Rotschilds argument är riktigt medför det att dagens beräkningar av ekonomisk depreciering är felaktiga. Det är därför av intresse att undersöka om deras teoretiska argument kan beläggas empiriskt. Något *a priori*-antagande angående ett exponentiellt deprecieringsmönster görs således inte här. Modellen antar *t ex* det exponentiella deprecieringsmönstret som specialfall vilket gör det möjligt att i efterhand statistiskt testa om det exponentiella deprecieringsmönstret är signifikant.

## **1.2 Varför är det intressant med ett estimat av ekonomisk deprecieringstakt?**

Uppskattningar av ekonomisk depreciering och ekonomisk deprecieringstakt är av stort intresse vid vinstberäkningar och vid förmögenhetsuppskattningar.

Vid köp av *t ex* maskiner ådrar sig det aktuella företaget en anskaffningsutgift. Utgiften skall genom periodisering fördelas som kostnad över de år

som maskinen antas ge en positiv bruttoavkastning. Härvid uppstår en bokföringsmässig värdeminskning vars storlek avgörs av skattehänsyn, inom de ramar för tillåtna avskrivningar som bestäms av regering och riksdag. Om emellertid bokföringsmässig avskrivning skiljer sig från ekonomisk depreciering ges en missvisande bild av företagets vinstnivå och utveckling över tiden. Kan man visa att ekonomisk depreciering avviker från bokföringsmässig avskrivning implicerar detta att avskrivningsreglerna borde kunna effektiviseras.

En annan allvarlig konsekvens vid ett felaktigt antagande angående den ekonomiska deprecieringen är erhållandet av statistiskt felaktiga uppskattningar av nettokapitalstockar. Vid en diskussion av kapitalstockar är det viktigt att göra en klar distinktion mellan brutto- och nettokapitalstockar. Vid bruttokapitalstocksberäkning tas kapitalföremålet upp till ett värde som motsvarar dess fysiska produktionskapacitet. Man gör alltså en justering för den fysiska deprecieringen, dvs minskningen i produktionskapaciteten över tiden, medan man i nettokapitalstocksberäkningar även gör ett slags justering för den ekonomiska deprecieringen som uppstår då kapitalobjektet åldras.

Beräkningar av bruttokapitalstockar i Sverige utförs av SCB med den s k "perpetual inventory"-metoden (PI-metoden). Produktionskapaciteten antas vara konstant över tiden till dess att kapitalobjektet utrangeras, "sudden death". (Exempel är glödlampan som uppvisar detta mönster för sin produktionskapacitet.) Däremot varierar utrangeringsdagen för olika kapitalobjekt. PI-metoden innebär att bruttokapitalstocken i tidpunkt  $t$ ,  $K_t$ , beräknas som produkten av bruttoinvesteringar,  $I_t$ , deflaterade med investeringsprisindex,  $P_t$ , och andelen kapi-

talobjekt som fort farande är i bruk,  $\lambda_{t-\tau}$ , enligt samband (1)

$$K_t = \sum_{\tau=t-\gamma}^{t-1} \frac{I_\tau}{P_\tau} \cdot \lambda_{t-\tau} \quad (1)$$

där  $\gamma$  är längsta livslängden. Antagande angående hur stor andel kapitalobjekt som fortfarande är i bruk baseras på studier av Winfrey (1935) och Wallander (1962). Winfrey konstruerade överlevnadskurvor för olika typer av kapitalobjekt och industri på basis av utrangeringsdata och Wallander beräknade medellivslängder på olika typer av kapitalobjekt. Med ett antagande av medellivslängden kan man ur överlevnadskurvorna beräkna andelen enheter av den ursprungliga kohorten som fortfarande är i bruk för givna åldrar.

SCB räknar även fram s k nettokapitalstockar där, enligt SCB, justering görs för utrangering och, för den värdeminskning som uppstår då kapitalobjektet åldras. Värden på nettokapitalstockar publiceras ej. Södersten och Lindberg (1983) beskriver hur SCB utför beräkningar av nettokapitalstockar. SCBs förfarande baseras på överlevnadskurvor för kapitalobjekten. Ur dessa kan såväl medelvärdet för förväntad återstående livstid som medelvärdet för totala förväntade livstiden beräknas. SCB antar att förhållandet mellan dessa utgör den andel av varje enskild bruttoinvesterings ursprungliga värde som fortfarande föreligger. Med hjälp av denna faktor justeras kapitalstocken från brutto till netto.

Ekonomisk depreciering är skillnaden mellan bruttoinvesteringar och förändringen i nettokapitalstocken. Den av SCB implicit antagna ekonomiska depre-

cieringstakten ( $\delta_u$ ) fås med hjälp av ekvation (2) där  $K_N$  är nettokapitalstocken och  $D_u$  den ekonomiska deprecieringen i tidpunkt  $t$ .

$$\delta_u(t) = \frac{D_u(t)}{K_N(t)} \quad (2)$$

På hög aggregationsnivå är  $\delta$  näst intill konstant för perioden 1949-79. Således är det exponentiella deprecieringsmönstret en god approximation till SCBs estimat på ekonomisk depreciering. Speglar  $\delta$  i ekvation (2) verkligheten? De antaganden som används vid beräkningar av den ekonomiska deprecieringen (och därmed indirekt  $\delta$ ) baseras på gamla uppgifter. Winfreys överlevnadskurvor är från 1935 och Wallanders livslängdsberäkningar från 1962. Mycket har hänt i samhällsstrukturen sedan dess. Efterkrigstidens industriella och ekonomiska utveckling torde ha påverkat den ekonomiska livslängden att bli kortare.

Sedan Wallanders studie "Verkstadsindustrins maskinkapital" (1962) har ingen undersökning av maskinkapitals livslängd gjorts i Sverige.<sup>1</sup> Däremot har ett flertal undersökningar inom detta område gjorts i bl a USA. Bland några av dem kan nämnas C R Hulten och F C Wykoff (1980), Eisner (1972) och Jorgenson (1971).

### 1.3 Uppläggning

Uppsatsen har disponerats på följande sätt. I Kapitel 2 definieras bla ekonomisk och fysisk deprecie-

-----  
<sup>1</sup> J. Wallanders studie är för övrigt den enda som har gjorts i Sverige.

ering och olika deprecieringsmönster diskuteras. Kapitel 3 beskriver den ekonometriska modellen. Kapitel 4 beskriver datamaterialet, dess svagheter, såsom "censored sampling bias" och "lemons"- och "pearls"-problemet och möjliga justeringar för dessa. Datamaterialet omfattar större försålda maskiner från ASEA under åren 1983-1986. Kapitel 5 beskriver estimeringsförfarandet. Slutligen ägnas sista kapitlet åt resultat, jämförelser med liknande studier och sammanfattning.

## 2 RELEVANTA DEFINITIONER OCH TERMER

### 2.1 Ekonomisk depreciering

Ekonomisk depreciering definieras som förändringen i kapitalobjektets värde då det åldras (Hulten och Wykoff, 1980a). Detta kan illustreras på nedanstående vis (jämför Cederblad, 1971).

$I(t)$  = inkomster som kapitalobjektet ger upphov till vid tidpunkt  $t$

$t$  = tiden

$U(t)$  = driftsutgifter

$n$  = objektets ekonomiska livslängd

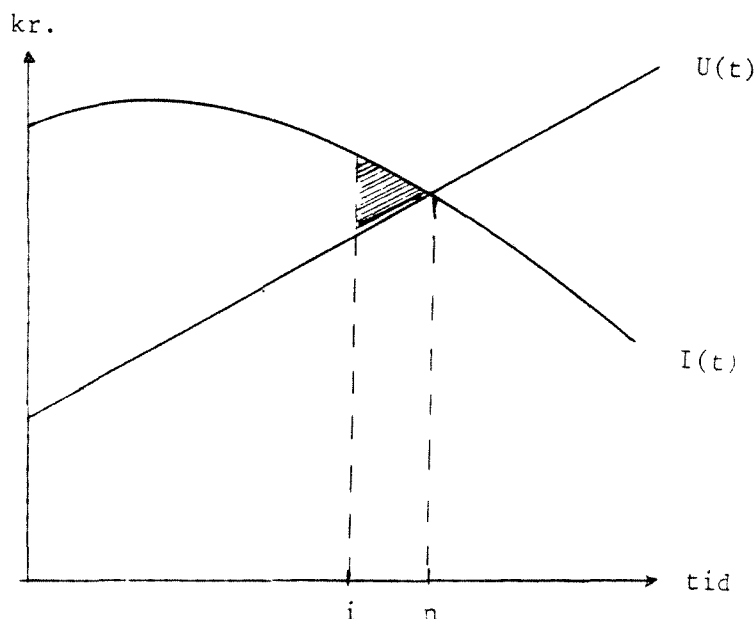
$D(t)$  = diskonteringsfaktor

$V(i)$  = värde vid tidpunkt  $i$

$$V(i) = \int_i^n [I(t) - U(t)]D(t) dt$$



Figur 1



Det streckade området i figur 1 visar  $V(i)$  uttryckt som det diskonterade värdet av den ström av netto-intäkter maskinen förväntas generera under sin återstående livslängd. Driftsutgifterna antas stiga och inkomsterna minska efter en tid. Detta medför att  $V(i)$  minskar över tiden. Detta a priori-resonemang stöds av empiriska resultat (Cederblad, 1971).

## 2.2 Ekonomisk deprecieringstakt

Ekonomisk deprecieringstakt definieras som den procentuella förändringen i kapitalobjektets värde till följd av åldrande (Hulten och Wykoff, 1980a).<sup>1</sup> Vid närvaro av inflation måste man dela upp förändringen i pris i två komponenter, nämligen ekonomisk depreciering och inflation.

Om  $q(s,t)$  är värdet på ett  $s$  år gammalt kapitalobjekt vid tidpunkten  $t$  så är derivatan av  $q(s,t)$  m a p tiden,  $t$ ,

-----  
<sup>1</sup> Jämför def av ekonomisk depreciering s 6.

$$\begin{aligned} \frac{dq(s,t)}{dt} &= \frac{\partial q(s,t)}{\partial s(t)} \cdot \frac{ds(t)}{dt} + \frac{\partial q(s,t)}{\partial t} \cdot \frac{dt}{dt} \\ &= \frac{-\partial q(s,t)}{\partial s(t)} + \frac{\partial q(s,t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (3)$$

ty  $s = n - t$ .

Division med  $q(s,t)$  ger

$$\left( \frac{dq(s,t)}{dt} \right) \frac{1}{q(s,t)} = - \left( \frac{\partial q(s,t)}{\partial s(t)} \right) \frac{1}{q(s,t)} + \left( \frac{\partial q(s,t)}{\partial t} \right) \frac{1}{q(s,t)} \quad (4)$$

Den första termen i högerledet utgör den ekonomiska deprecieringstakten och den andra termen är inflationstakten. Vid övergång från kontinuerlig till diskret tid kan ekvationssambandet (4) illustreras i en "pris-tids-matris", på följande sätt.

t				
s	1970	1971	1972	...
0	$q(0,1970)$	$q(0,1971)$	...	
1	$q(1,1970)$	.	.	.
2	⋮			
3	⋮			
⋮				
⋮				

Ekonomisk depreciering motsvaras av matrisens kolumner; exempelvis kan man med hjälp av kolumn nr 2 beräkna den ekonomiska deprecieringstakten hos ett kapitalobjekt från 1971. Kolumn  $t_i$  är ekvivalent med den första termen i högerledet i ekvation (4) och rad  $s_j$  är ekvivalent med den andra termen i högerledet i ekvation (4), dvs inflationstakten. Idealt vore att man hade en komplett "pris-tids-matris". Det är emellertid ett önskemål som sällan kan uppfyllas. Alla de saknade värdena måste då approximeras med hjälp av en modell, vilket vi återkommer till i kapitel 3.

### 2.3 Fysisk depreciering kontra ekonomisk depreciering

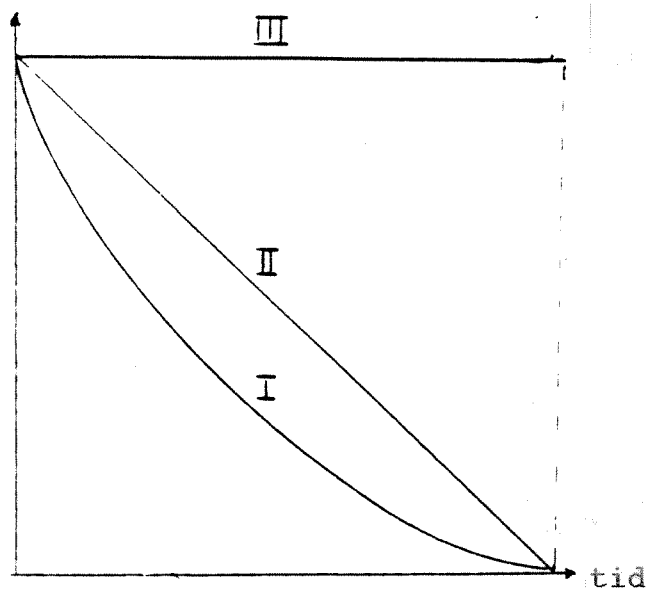
Distinktionen mellan fysisk och ekonomisk depreciering är viktig. Den fysiska deprecieringen är minskningen i produktionskapaciteten över tiden (Hulten och Wykoff, 1980a). En maskin kan ha kvar sin ursprungliga produktionskapacitet men samtidigt vara ekonomiskt olönsam på grund av att t ex effektivare maskiner finns tillgängliga. Det är alltså en stor skillnad mellan fysisk och ekonomisk depreciering. Begreppet fysisk depreciering är främst intressant vid en analys av fysisk investering, produktionsteori, ersättningskapital m m, medan ekonomisk depreciering är intressant vid t ex skatteanalys, vinst- och förmögenhetsuppskattningar. Den ekonomiska livslängden är i princip mindre än den fysiska.

Den fysiska deprecieringen kan åskådliggöras med produktionskapacitetskurvor. Hulten och Wykoff (1980a) tilldelar maskiner ett slags produktionskapacitetsindex. Produktionskapacitetsindexet definieras som den tekniska marginella substitutionskvoten mellan en använd och en ny maskin. Vid startåret är maskinens produktionskapacitetsindex lika med 1 för att sedan falla över tiden. Värdet noll uppnås vid den ålder då kostnaderna för att hålla maskinen i gång är större än marknadsvärdet av dess tjänster.

Figur 2 illustrerar tre olika produktionskapacitetsprofiler.

Figur 2 Exempel på fysiska deprecieringsmönster

Produktionskapacitets-  
index



Källa: Hulten och Wykoff (1980a).

Kurvan (I) illustrerar en exponentiell minskning<sup>1</sup>, där maskinen förlorar sin produktionskapacitet med en konstant procentsats (t ex is → vatten). Kurvan (II) visar en rätlinjig minskning där maskinen förlorar lika mycket produktionskapacitet över åren

-----  
<sup>1</sup> I praktiskt taget all litteratur används begreppet geometrisk i stället för det riktiga exponentiell.

En geometrisk serie

$$s = 1 + (1-\delta) + (1-\delta)^2 + (1-\delta)^3 + \dots + (1-\delta)^n$$

är ekvivalent med den korresponderande exponentiella funktionen

$$\int_{n=0}^{\infty} e^{-\delta n} dn = \frac{1}{\delta}$$

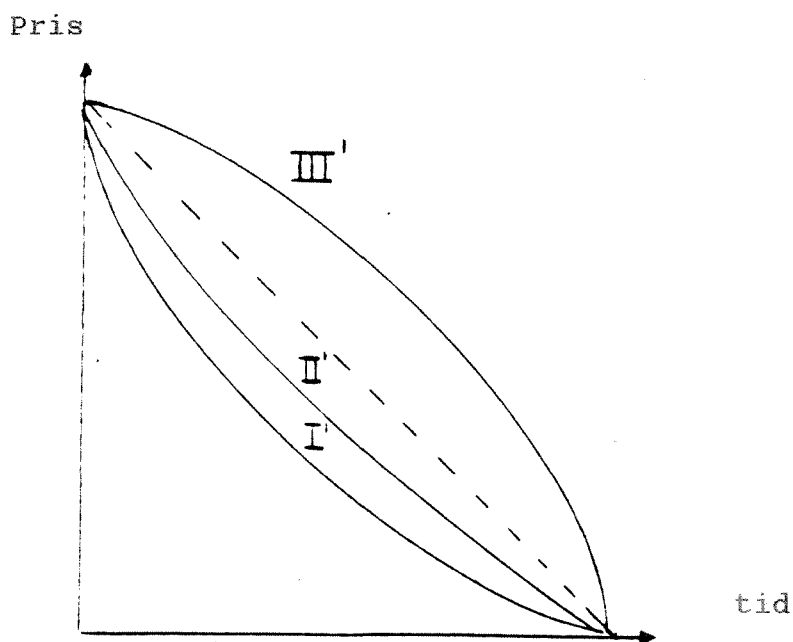
endast om  $|1-\delta| < 1$  och  $n \rightarrow \infty$ . Begreppet exponentiell är därför att föredra.

och kurvan (III) slutligen kallas för en "one-horse-shay"-kurva (dvs "sudden death"). Den avser fallet då en maskin har ett konstant produktionskapacitetsindex över tiden fram till sin utrangering, då produktionskapacitetsindexet är 0 (t ex glödlampa).

Motsvarande värdekurvor utmed tiden följer ett mönster enligt figur 3 (Hulten och Wykoff, 1980a).

I SCBs nettokapitalstocksberäkningar görs en slags justering för denna värdeminskning. (I') är den till (I) korresponderande kurvan, (II') till (II) och (III') till (III). Som synes överensstämmer de båda kurvorna i figur 2 och 3 endast för en maskin,

**Figur 3** Exempel på ekonomiska deprecieringsmönster



Källa: Hulten och Wykoff (1980a).

som har ett exponentiellt deprecieringsmönster. Detta kan visas på följande sätt, där vi för enkelhets skull betraktar en investering på 1 krona och antar att inflation ej existerar.

$$q(s) = \text{investeringens värde vid tidpunkt } s \quad (5)$$

$$\frac{dq(s)}{ds} = \text{ekonomisk depreciering} \quad (6)$$

$$\frac{dq(s)}{ds} / q(s) = \text{ekonomisk deprecieringstakt} \quad (7)$$

$$-a = \text{fysisk deprecieringstakt} \quad (8)$$

$$i = \text{kalkylränta} \quad (9)$$

$$\rho = \text{bruttoavkastning omedelbart efter investeringstillfället} \quad (10)$$

$$\rho \cdot e^{-at} = \text{bruttoavkastning vid tidpunkt } t \quad (11)$$

$$\begin{aligned} q(s) &= \int_{t=s}^{\infty} \rho \cdot e^{-at} \cdot e^{-i(t-s)} dt = \rho e^{is} \int_s^{\infty} e^{-(a+i)t} dt = \\ &= \rho e^{is} \left[ \frac{e^{-t(a+i)}}{-(a+i)} \right]_{t=s}^{\infty} = \frac{\rho}{a+i} e^{-as} \end{aligned} \quad (12)$$

Differentiering av uttryck (12) med avseende på  $s$  ger

$$\frac{dq(s)}{ds} = -a \cdot \frac{\rho}{a+i} e^{-as} = -a q(s) \quad (13)$$

vilket ger

$$\frac{dq(s)}{ds} / q(s) = -a \quad (\text{ekonomisk deprecieringstakt} = \text{fysisk deprecieringstakt}) \quad (14)$$

Detta specialfall, när det fysiska deprecieringsmönstret och det ekonomiska deprecieringsmönstret sammanfaller och deprecieringstakten således är konstant, antas ofta vid olika beräkningar.

Enligt tidigare påpekanden uppstår det exponentiella deprecieringsmönstret som ett specialfall av den allmänt formulerade modellen. Detta gör det möjligt att i efterhand statistiskt testa om t ex det exponentiella deprecieringsmönstret utgör en god beskrivning av det ekonomiska deprecieringsmönstret.

### 3 BOX-COX - DEN EKONOMETRISKA MODELLEN

Det finns ett antal modeller med försäljningspriser som den beroende variabeln vid estimering av ekonomisk deprecieringstakt<sup>1</sup>. Valet har här fallit på en s k Box-Cox modell.<sup>2</sup>

Box-Cox-modellen är särskilt lämplig vid estimering av den ekonomiska deprecieringstakten, ty som specialfall innefattar modellen t ex det linjära deprecieringsmönstret, exponentiella deprecieringsmönstret, one-horse-shay-deprecieringsmönstret och dubbellogaritmiska deprecieringsmönstret.

Modellen är

$$q^* = \alpha + \beta s^* + u_i \quad (15)$$

där

$$u_i \sim N(0, \sigma^2) \quad \forall_i, \quad (16)$$

$$q^* = \frac{q_i^\theta - 1}{\theta_1}, \quad (17a)$$

-----  
<sup>1</sup> För diskussion av olika ansatser, jämför Hulten och Wykoff (1980c).

<sup>2</sup> Metoden utvecklades av Box och Cox (1964) och Box och Tidwell (1962).

$$s^* = \frac{s_i^{\theta_2} - 1}{\theta_2}, \quad (17b)$$

$$i = 1, \dots, n$$

med följande variabeldefinitioner

$q_i$  = kvoten mellan andrahandspriset och inköpspriset i 1985 års priser av vara  $i$

$s_i$  = åldern på vara  $i$  vid försäljningen

$n$  = antal observationer.

Feltermen,  $u_i$ , antas vara normalfördelad med sfäriska egenskaper. Estimeringen sker på de transformerade variablerna.<sup>1</sup>

Variabeln  $q_i$  kan tolkas som andrahandspriset för en maskin med inköpspris en krona och antar således värden inom intervallet  $[0,1]$  om en värdestegring ej sker då kapitalföremålet åldras. Denna modell korrigerar för inflation a priori via deflatering av variabeln  $q_i$ . Hulten och Wykoff definierar den beroende variabeln som inköpspriset i löpande priser av vara  $i$  och har utöver den oberoende variabeln,  $s_i$ , en oberoende variabel som definieras som tidpunkten då försäljningen skedde.

De okända parametrarna  $\theta = (\theta_1, \theta_2)$  bestämmer funktionsformen (inom ramen för Box-Cox-alternativen) och de okända parametrarna  $\mathbf{b} = (\alpha, \beta)$  bestämmer interceptet och lutningen på den transformerade modellen. Beroende på vilka värden  $\theta$  antar uppstår olika specialfall för deprecieringsmönstret:

-----  
<sup>1</sup> En alternativ variabeldefinition är att definiera den beroende variabeln som försäljningspriset och utöka högerledet i ekvation (15) med en oberoende variabel vilken definieras som inköpspriset, båda i fasta priser. Fördelen med modellspecificering enligt (15) är att det för en given ålder blir en entydig ekonomisk deprecieringstakt.



$\theta = (1, 1)$  implicerar ett linjärt mönster för ekvation (15)

$$q_i = (1 + \alpha - \beta) + \beta s_i + u_i \quad (18)$$

Ett exponentiellt mönster erhålles om  $\theta \rightarrow (0, 1)$

$$\ln q_i = (\alpha - \beta) + \beta s_i + u_i,^1 \quad (19)$$

=>

$$q_i = \exp [(\alpha - \beta) + \beta s_i + u_i], \quad (19')$$

Vektorn  $\theta = (1, 3)$  implicerar ett one-horse-shay-mönster

$$q_i = (1 + \alpha - \beta/3) + \beta s_i^3 + u_i. \quad (20)$$

Den dubbellogaritmiska profilen, slutligen ges av

$$\theta \rightarrow (0, 0)$$

$$\ln q_i = \alpha + \beta \ln s_i + u_i \quad (21)$$

I termer av ekvation (15) kan även ekonomisk deprecieringstakt framräknas. Det reala priset är

$$q_i = \tilde{q}_i / d \quad (22)$$

där  $d$  är prisdeflatoren och  $\tilde{q}_i$  är det nominella priset på kapitalobjektet  $i$ . Derivering av  $\tilde{q}_i$  m a p åldern ger

-----  
1 L'Hospitals regel ger

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{q^\theta - 1}{\theta} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{e^{\theta \ln q} - 1}{\theta} = \lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\ln q e^{\theta \ln q}}{1} = \ln q.$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{q}_i}{ds_i} &= \frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial q_i} \cdot \frac{dq_i}{ds_i} = d \cdot \frac{dq_i}{ds_i} \\ &= d \cdot \beta \cdot q_i^{(1-\theta_1)} \cdot s_i^{(\theta_2-1)} \end{aligned} \quad (23)$$

vilket ger den sökta deprecieringstakten

$$\delta_i \triangleq \frac{d\tilde{q}_i}{ds_i} \cdot \frac{1}{\tilde{q}_i} = \beta \cdot \frac{s_i^{(\theta_2-1)}}{q_i^{\theta_1}} \quad (24)$$

där  $\delta_i$  är den ekonomiska deprecieringstakten för observation nr  $i$ . Den ekonomiska deprecieringstakten blir negativ om  $\beta$  är negativ, eftersom  $s$  och  $q$  är positiva. Av uttryck (23) följer att  $\delta_i$  i allmänhet inte är konstant över kapitalobjektets livslängd. En konstant ekonomisk deprecieringstakt fås endast om  $\theta_1 = 0$  och  $\theta_2 = 1$ .

Den skattade ekonomiska deprecieringstakten kan således beräknas som

$$\hat{\delta}_i = \hat{\beta} \cdot \frac{s_i^{(\hat{\theta}_2-1)}}{\hat{q}_i^{\hat{\theta}_1}} \quad (24')$$

## 4 DATAMATERIALET

### 4.1 Beskrivning av datamaterialet

Vid estimering av den ekonomiska deprecieringstakten för maskiner har ett datamaterial från ASEA använts (Appendix A).

Materialet ger information om andrahandsmarknadens värdering av en viss typ av maskiner från verkstadsindustrin. Storheter som har observerats under perioden 1983-1986 är inköpspriset, säljpriset,

tidpunkt för försäljningen och åldern på den aktuella maskinen. Datamaterialet härrör från en relativt homogen maskingrupp: fräsverk, svarvar, borrar och slipmaskiner m m. Antalet observationer är 39. Den ekonometriska modellen estimeras med maximumlikelihood metoden. De erhållna estimaten är således endast optimala asymptotiskt. Det vore önskvärt att utveckla denna studie med ett stort tidsseriematerial för olika kapitalobjekt.

#### **4.2 Datamaterialets svagheter och eventuella justeringar för dessa**

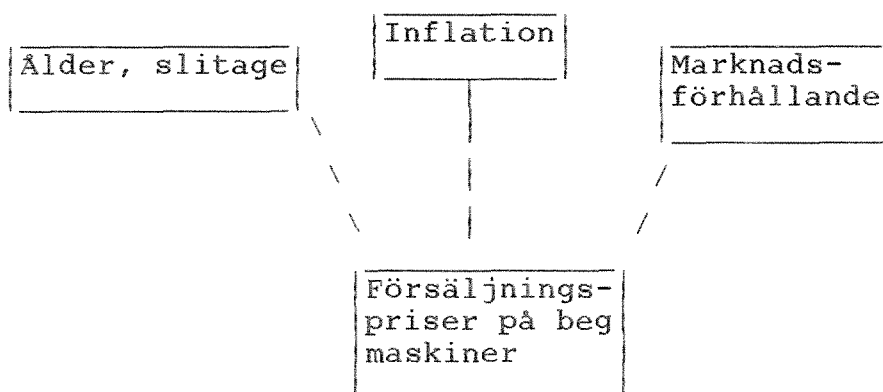
De problem som uppkommer vid estimering av den ekonomiska deprecieringstakten med hjälp av priser på begagnade maskiner kan i grova drag delas upp i tre kategorier:

- a) utelämnade variabler och marknadsförhållanden,
- b) "censored sample bias" och
- c) "lemons" och "pearls".

##### **4.2.1 Utelämnande variabler och marknadsförhållanden**

De prisdata vi har tillgängliga påverkas inte bara av ålder och slitage utan även av andra faktorer, såsom inflation och rådande marknadsförhållanden enligt figur 4.

Figur 4 Allmän modellstruktur



Det nominella priset för en maskin påverkas vanligtvis negativt av ålder och positivt av inflation.<sup>1</sup> Hulten och Wykoff (1980b) fångar upp inflationens inverkan med hjälp av en förklaringsvariabel som anger året då maskinen såldes på andrahandsmarknaden. I denna studie används ett inflationskorrigerat pris, d v s en rensning för inflation utförs a priori.

Ett annat problem som man skulle kunna behöva justera för är huruvida maskinen är använd i ett eller flera skift. För en maskin som har använts i flera skift bör den ekonomiska depreciering vara högre. Datamaterialet ger dock ingen information om detta.

Om man antar att marknadsförhållandena är relativt stabila över tiden kan estimaten anses gälla både bakåt och framåt i tiden. Ett mer generellt estimat kan erhållas om man bearbetar en lång tidsserie och därvid lägger in en extra variabel som fångar upp skiftande marknadsförhållanden, ekonomisk utveckling etc.

-----  
<sup>1</sup> Undantag är kapital av samlarvärde, t ex veteranbilar där en värdeökning sker p g a ålder.

På en dåligt utvecklad andrahandsmarknad finns invändningar mot att använda andrahandspriser vid estimering av ekonomisk deprecieringstakt. Priserna från en sådan marknad reflekterar då ej objektets sanna värde. Ett antagande att marknaden för begagnade maskiner är någorlunda väl utvecklad kan dock anses rimligt.

#### 4.2.2 "Censored sample bias"

Begreppet "Censored sample bias" betecknar det förhållandet att priserna för begagnade maskiner bara avser de maskiner som har överlevt till den tidpunkt då samplet togs. För investeringsteori, skattepolitik, kapitalmätningar m m är det deprecieringsmönstret för den typiska tillgången i den ursprungliga kohorten som är av intresse, snarare än de tillgångar som har överlevt längst. En analys baserad på enbart de överlevande maskinerna medför därför en underskattning av det sanna deprecieringsmönstret, vilket i sin tur ger en överskattning av den estimerade nettokapitalstocken m m.

För att korrigera för detta fel har Hulten och Wyhoff (1980b) använt sig av Winfreys (1935) överlevnadskurvor.<sup>1</sup> Ur dessa kan man för en given ålder och med hänsyn till ett antagande angående medellivslängden erhålla sannolikheter för överlevnad. Försäljningspriserna i samplet har sedan multiplicerats med denna sannolikhet. Priset för exempelvis en sju år gammal maskin multipliceras med sannolikheten för att ha överlevt i sju år, dvs sannolikheten för att maskinerna inte skall ha utstrangerats under de sju första åren.

-----  
<sup>1</sup> För beskrivning av Winfreys överlevnadskurvor se s 4.

Även om detta är ett intressant närmande av problemet, känns det inte helt tillfredsställande. Skall man göra en oberoende skattning av den ekonomiska deprecieringstakten är det önskvärt med så få a priori antaganden som möjligt. Hulten och Wykoff använder dock, som nyss nämnts, Winfreys studie av överlevnadskurvor. Ett alternativ är att använda "Mills ratio"<sup>1</sup>. Utrangeringsprocessen ses då som en stokastisk process som beror på värdet på kapitalobjektet och inte bara på dess ålder. Slumftermen definieras som en sannolikhetsfunktion som beskriver hur stor sannolikheten är för att överleva till en viss tidpunkt. I denna studie har någon justering för detta problem över huvud taget inte gjorts.

#### 4.2.3 "Lemons" och "pearls"

"Lemons"- och "pearls"-problemet (Akerlof, 1970) gäller möjligheten att de maskiner som cirkulerar på andrahandsmarknaden i första hand är maskiner med undermålig kvalitet, s k "lemons". Ägaren behåller alla bra maskiner, "pearls", i sin maskinpark och säljer dem med sämre kvalitet. Skulle en person vilja göra sig av med en "pearl" så säljs denna maskin till någon person som säljaren känner och där ett ömsesidigt förtroende existerar. På grund av detta ömsesidiga förtroende kan säljaren ta ut ett högre pris än på den öppna marknaden för sin "pearl". Som en följd av detta skulle priserna på den öppna andrahandsmarknaden underskrida det genomsnittliga värdet av samtliga de begagnade maskiner som är i bruk.

Denna argumentation förutsätter förekomsten av asymmetrisk information. Om köpare och säljare har

---

<sup>1</sup> Se t ex Fomby, Hill, Johnson (1984).

fullständig information skulle ej denna skeva prisbildning uppstå. För att testa detta problem lät ASEA en maskinhandlare ge bud på ett antal maskiner. Denna skenbara försäljning motiverades inför köparen med ett ändrat produktprogram eller att de hade dubbla maskiner och övervägde att göra sig av med den ena etc. En inkludering av dessa maskiner i estimering av ekvation (14) ändrar ej estimaten nämnvärt som framgår av APPENDIX B. "Lemons"- och "pearls"-problemet verkar således inte ha något större betydelse för denna typ av maskiner.<sup>1</sup>

Ett test av ovanstående problem har även gjorts av C R Hulten och F C Wykoff (1980a) i USA. De jämförde priserna på den öppna marknaden och den slutna marknaden. Någon betydande prisskillnad förelåg ej.

## 5 ESTIMERING AV MODELLEN

Box-Cox-modellen estimerades med hjälp av maximumlikelihood-metoden. Naturliga logaritmen för likelihoodfunktionen blir då

$$\ln L(\theta, \mathbf{b}, \sigma^2 | \mathbf{q}, \mathbf{Z}) = k + (\theta_1 - 1) \sum_{i=1}^n \ln q_i - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{q}^* - \mathbf{Zb})' (\mathbf{q}^* - \mathbf{Zb}) \quad (25)$$

där

$$k = - \frac{n}{2} \ln 2\pi$$

-----  
<sup>1</sup> Testets trovärdighet beror på hur maskinhandlaren uppfattar dessa maskiner. Värderas maskinerna med åtanke att dessa är "pearls" kan ovanstående slutsats dras.

samt

$$\boldsymbol{\theta} \stackrel{\Delta}{=} (\theta_1, \theta_2) \quad (26)$$

$$\mathbf{b} \stackrel{\Delta}{=} (\alpha, \beta) \quad (27)$$

$$\mathbf{z} \stackrel{\Delta}{=} (1, \mathbf{s}^*). \quad (28)$$

Matrisen  $\mathbf{z}$  är således en funktion av parameter  $\theta_2$  via (17b).

Maximum-likelihoodfunktionen kan koncentreras med avseende på  $\mathbf{b}$  och  $\sigma^2$  (se Appendix C), vilket ger en funktion av enbart  $\boldsymbol{\theta}$ , enligt

$$\begin{aligned} \ln \bar{L}(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{q}, \mathbf{z}) = & k' + (\theta_1 - 1) \sum_{i=1}^n \ln q_i \\ & - \frac{n}{2} \ln [(\mathbf{q}^* - \hat{\mathbf{z}}\mathbf{b})'(\mathbf{q}^* - \hat{\mathbf{z}}\mathbf{b})] \end{aligned} \quad (29)$$

där

$$k' = k + \frac{n}{2} (\ln n - 1)$$

och  $\hat{\mathbf{b}}$  är OLS-estimatorn  $(\mathbf{z}'\mathbf{z})^{-1}\mathbf{z}'\mathbf{q}^*$  av  $\mathbf{b}$ , för givna värden på  $\hat{\theta}_1$ , dvs  $\hat{\mathbf{b}} = \mathbf{b}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ .

På grund av modellens icke-linjäritet i parameterrarna kan första ordningens villkor till (29) inte lösas analytiskt (C7, C8' och C13 i APPENDIX C). Ekvation (29) har således istället maximerats med hjälp av en numerisk iterativ metod, en så kallad kvasi-Newton-metod. (Se Fletcher, 1970.) För detta syfte



har ett Fortran-program programmerats på QZ's DEC-10.<sup>1</sup>

## 6 EMPIRISKA RESULTAT OCH JÄMFÖRELSER MED ANDRA STUDIER

### 6.1 Empiriska resultat

Följande estimat erhöles

$$\hat{\theta} = (0,400, -0,184) \quad (30)$$

$$\hat{\mathbf{b}} = (-0,460, -0,538) \quad (31)$$

samt

$$\hat{\Sigma}_{\theta} = \begin{pmatrix} 0,026 & 0,001 \\ 0,001 & 0,279 \end{pmatrix} \quad (32)$$

där  $\hat{\mathbf{b}}$ -vektorn innehåller estimaten på  $\alpha$  och  $\beta$ ,  $\hat{\theta}$ -vektorn innehåller estimaten på  $\theta_1$  och  $\theta_2$  och  $\hat{\Sigma}_{\theta}$  är varians-kovarians-matrisen. Diagonalelementen i  $\hat{\Sigma}_{\theta}$  behövs vid hypotesprövningar av  $\theta$  och icke-diagonalelementen för hypotesprövningar av  $\hat{\mathbf{b}}$ .

Estimaten för  $\hat{\mathbf{b}}$  och  $\hat{\theta}$  medför att Box-Cox-modellen blir

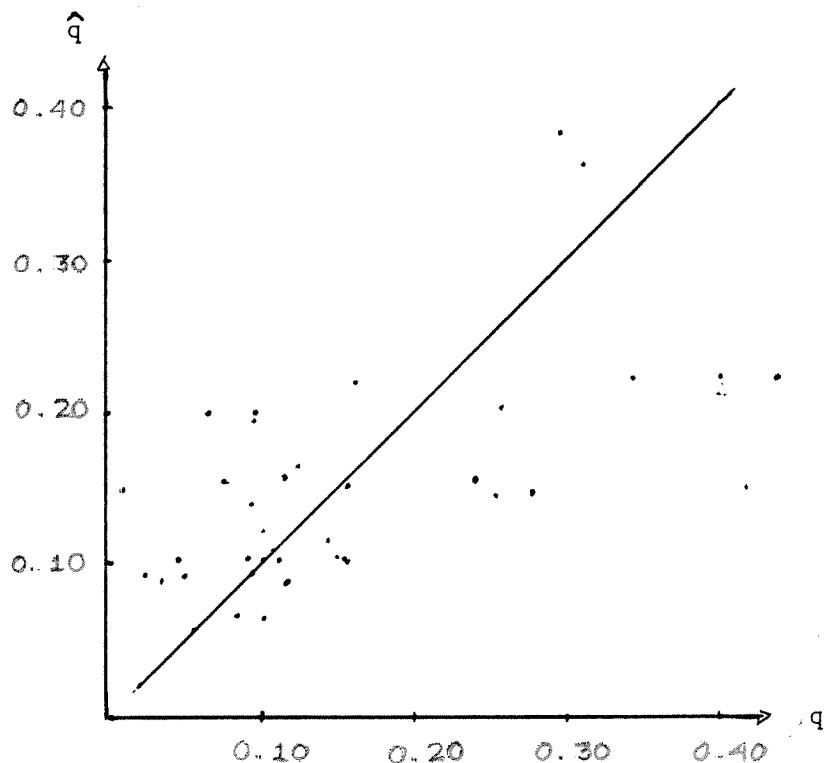
$$\hat{q}_i = [-0,351 + 1,167 \cdot s_i \quad -0,184 \quad 2,503] \quad (33)$$

Vad för slags anpassningsmått är relevant? Den ofta förekommande förklaringskoefficienten,  $R^2$ , är ej relevant p g a dels modellens icke-linjäritet och dels att estimationsmetoden OLS ej har använts. Ett

-----  
<sup>1</sup> En beskrivning av algoritmen och Fortran-koden kommer att ges ut i ett kommande IUI Working paper.

alternativt angreppssätt är att plotta det verkliga värdet av  $q$  mot det skattade  $\hat{q}$  enligt figur 5.

Figur 5



Observationerna följer en linje med lutning ett relativt väl. Haessel<sup>1</sup> diskuterar ett anpassningsmått för icke-linjära modeller,

$$\cos^2 \phi = [\sum (q_i - \bar{q})(\hat{q}_i - \bar{\hat{q}})]^2 / \sum (q_i - \bar{q})^2 \sum (\hat{q}_i - \bar{\hat{q}})^2 \quad (34)$$

där  $\phi$  är vinkeln mellan vektorerna  $(q - \bar{q})$  och  $(\hat{q} - \bar{\hat{q}})$ . Detta anpassningsmått tolkas enligt samma regler som  $R^2$ .  $\cos^2 \phi$  får här värdet 38,0 % vilket är relativt bra med åtanke att datamaterialet är tvärsnittsdata.

-----  
<sup>1</sup> Se Haessel (1978) för härledning.

Första derivatan

$$\frac{\partial q}{\partial s} = \beta \cdot q_i^{1-\theta_1} \cdot s_i^{\theta_2-1} = -0,538 \cdot q_i^{0,600} \cdot s_i^{-1,184} < 0 \quad (35)$$

och andra derivatan

$$\frac{\partial^2 q}{\partial s^2} = \frac{\theta_2-1}{s} \cdot \frac{\partial q}{\partial s} + \frac{1-\theta_1}{q_i} \left( \frac{\partial q}{\partial s} \right)^2 = \frac{-1,184}{s_i} \cdot \frac{\partial q}{\partial s} + \frac{0,600}{q_i} \left( \frac{\partial q}{\partial s} \right)^2 > 0 \quad (36)$$

visar att ekvation (33) är strikt konvex. I Appendix D har ekvation (33) plottats. Dess form påminner skenbart om det exponentiella deprecieringsförloppet med en snabb ekonomisk depreciering för en ny maskin och ett mera utplanande förlopp ju äldre maskinen blir. Dock är varken det exponentiella, linjära-, "one-horse-shay"- eller dubbellogaritmiska sambandet signifikant på 5-procentnivån (Appendix E).

I enlighet med ekonomisk teori uppvisar  $\beta$  ett negativt värde, vilket gör att den ekonomiska deprecieringstakten blir negativ. Enligt samband (24') är den estimerade ekonomiska deprecieringstakten

$$\hat{\delta}_i = \hat{\beta} \cdot \frac{\hat{s}_i^{\hat{\theta}_2-1}}{\hat{q}_i^{\hat{\theta}_1}}$$

Estimerat delta, uttryckt i procent, redovisas i tabell 1. Som synes är deprecieringstakten snabbare för en ny maskin i jämförelse med en äldre maskin. Enligt tidigare diskussion är dessa estimat något underskattade på grund av "censored sample bias". Den sanna deprecieringstakten är alltså något högre (i absoluta tal).

**Tabell 1 Ekonomisk deprecieringstakt**  
Procent

<u>Ålder</u>	<u>Deprecieringstakt</u>	<u>95 %-igt konfidensintervall</u>
2	-35,0	(-42,1, -27,9)
4	-18,8	(-20,2, -17,5)
5	-15,5	(-16,3, -14,6)
6	-13,2	(-13,5, -12,9)
7	-11,6	(-18,0, -5,1)
8	-10,3	(-10,4, -9,8)
10	- 8,5	(- 9,3, -7,7)
11	- 7,9	(- 8,5, -7,2)
12	- 7,3	(- 8,4, -6,2)
13	- 6,8	( -7,6, -6,0)
14	- 6,4	( -8,2, -4,6)
18	- 5,2	( -6,2, -4,3)
19	- 5,0	( -5,8, -4,2)

På grund av att estimeringen har skett med maximum-likelihood-funktionen koncentrerad med avseende på  $\sigma^2$  och  $\mathbf{b}$  erhålles ej standardavvikelsen explicit för  $\hat{\delta}_i$ . En approximation av  $\hat{\delta}_i$ 's varians kan erhållas med hjälp av Gauss approximationsformel

$$V[g(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2)] \approx \sum_{i=1}^3 V(\hat{\theta}_i) \left( \frac{\partial g}{\partial \hat{\theta}_i} \right)^2 + 2 \sum_{i < j} \text{Cov}(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j) \cdot \frac{\partial g}{\partial \hat{\theta}_i} \cdot \frac{\partial g}{\partial \hat{\theta}_j} \quad (37)$$

där

$$g(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) = \hat{\delta}_i = \hat{\beta} \cdot \frac{s_i \hat{\theta}_2^{-1}}{q_i \hat{\theta}_1} \quad (38)$$

-----  
 $\hat{\delta}_i$  är egentligen identiskt lika med

$$\hat{\beta} \cdot \frac{s_i \hat{\theta}_2^{-1}}{q_i \hat{\theta}_1}$$

men  $\hat{q}$  approximeras relativt väl med  $q$  (se figur 5).

95 procentigt konfidensintervall redovisas i tabell 1.

Med Gauss approximationsformel beräknas även konfidensintervall för **b** (se APPENDIX E). **b**-vektorn är signifikant skild från noll på 95 procentsnivån.

## 6.2 Jämförelser med andra studier

Hultén och Wykoff har gjort liknande studier i början av 1980-talet. Deras modell är av samma typ som den i kapitel 3 beskrivna modellen. Vissa olikheter bör dock framhållas. Den beroende variabeln definieras som inköspriset i löpande priser av vara  $i$  och har utöver den oberoende variabeln,  $s_i$ , en oberoende variabel som definieras som tidpunkten då försäljningen skedde. Maximum-likelihood-metoden har sedan applicerats på ett stort tidsseriematerial. Deras estimat på ekonomisk deprecieringstakt för maskiner ("metalworking machinery") återfinns i tabell 2 nedan.

**Tabell 2 Ekonomisk deprecieringstakt för "Metalworking machinery"**

Alder	A	B
	P r o c e n t	
1	13,1	19,8
5	7,0	11,1
10	5,6	9,3
15	5,2	9,1
20	5,1	9,7
25	5,2	11,0

Källa: Hulten, Wykoff (1980c).

Kolumn A är resultat för ojusterad data, medan kolumn B är resultat, där justering för "censored sampling bias" har gjorts med hjälp av Winfrey's överlevnadskurvor.<sup>1</sup>

Det exponentiella deprecieringsmönstret är ej entydigt signifikant vare sig för det i tabell 2 angivna exemplet eller för deras övriga kapitalobjekt. För att undersöka om ett exponentiellt deprecieringsmönster kan fungera som en någorlunda god approximation har de anpassat de predicerade Box-Cox-priserna med justerad data till ett exponentiellt samband. Resultaten blev genomgående höga  $R^2$ -värden (omkring 97 %). Den estimerade deprecieringstakten blev - 14,7 % per år för maskiner ("instruments"). Deras slutsats är att en konstant deprecieringstakt trots allt utgör en god approximation.

Vid ett liknande tillvägagångssätt med att anpassa en exponentiell funktionsform erhålles i denna studie ett  $\hat{\delta}$  på -9,8 % och ett  $R^2$  på 92,7 %. Men vad implicerar detta? Jo, att med de predicerade Box-Cox-priserna fungerar den exponentiella funktionsformen som en god approximation. Men vad som är relevant är hur bra en exponentiell anpassning är till de verkliga priserna. En OLS-estimering av ekvation (18) ger ett  $\hat{\delta}$  på -9,0 % och ett  $R^2$  på endast 22,0 %. (Observera dock att datamaterialet är tvärsnittsdata och ej tidsseriedata.  $R^2$  får genomgående lägre värden vid tvärsnittsmaterial.) Anpassningen av en exponentiell funktionsform är således inte speciellt bra.

-----  
<sup>1</sup> För beskrivning, se s 19.

Södersten och Lindberg (1983) har sökt bedöma den ekonomiska deprecieringstakt som är implicit antagen i SCB's beräkningar.<sup>1</sup> Beräkningarna har skett på tidsperioden 1949-1979. Estimatet är näst intill konstanta över tiden. Deras resultat blev -7.7 % per år för tillverkningsindustrin. Varför skiljer sig SCB's implicit antagna deprecieringstakt avsevärt från estimatet i denna studie? En anledning kan vara att SCB's grundantagande (Winfrey's överlevnadskurvor från 1935, Wallanders medelvärden på kapitalobjektens utrangeringsålder från 1962, m fl) inte speglar dagens verklighet. Enligt tidigare påpekanden har det skett en snabb strukturomvandling i svensk industri de senaste årtiondena.

I Industriförbundets planenkät 1978 och 1987 ställdes bl a frågan: "Hur lång ekonomisk livslängd (antal år) räknar Ni med att de senast installerade betydande maskinerna har?". Ett viktat medelvärde<sup>2</sup> gav en livslängd på 14,3 år respektive 12,7 år. I termer av ekonomisk deprecieringstakt är det ekvivalent med en minskning av 7,0 % respektive 7,9 % per år vid ett antagande att deprecieringsmönstret är exponentiellt.<sup>3</sup> Frågeställningen, att företagen kanske inte själva vet den ekonomiska livslängden och här underskattar den, kommer oundvikligen upp.

-----  
<sup>1</sup> Se s 4.

<sup>2</sup> Som vikt användes företagets maskininvesteringar gjorda under 1976, 1977 och planerade 1978 resp 1985, 1986 och planerade 1987.

<sup>3</sup> Vid exponentiellt mönster är deprecieringstakten inversen på medellivslängden.

## 7 SAMMANFATTNING

En modell där ekonomisk depreciering och dess takt skattas simultant baserad på priser från andrahandsmarknaden har framtagits. Modellen möjliggör att signifikantstesta de olika deprecieringsmönster som diskuteras i ekonomiska sammanhang. Denna modell har sedan applicerats på ett svenskt datamaterial.

Resultaten ger inte stöd för den vanliga föreställningen att deprecieringsmönstret är exponentiellt. Dagens beräkningar av ekonomisk depreciering är alltså felaktiga. För detta specifika datamaterial föreligger ett strikt konvext ekonomiskt deprecieringsmönster. En snabb ekonomisk deprecieringstakt för en ny maskin och ett mer utplanande förlopp för en äldre maskin. SCB:s implicit antagna ekonomiska deprecieringstakt, en konstant, vid beräkning av nettokapitalstockar är således felaktigt för denna typ av kapitalobjekt.

Även SCB:s beräkningar av bruttokapitalstockar är felaktiga. Ett strikt konvext ekonomiskt deprecieringsmönster är oförenligt med "sudden death" antagandet som ligger till grund för SCB:s bruttokapitalstocksberäkningar. ("Sudden death" implicerar ett konkavt ekonomiskt deprecieringsmönster enligt figur 3.)

Som redan poängterats gäller resultaten endast för maskiner i verkstadsindustrin och för den observerade tidpunkten, dvs vid rådande marknadsförhållande. Det vore intressant att utveckla denna studie med ett större tidsseriematerial för olika kapitalobjekt.



APPENDIX A DATAMATERIAL - FÖRSÄLDA MASKINER PÅ ASEA

Typ	Köpar	Säljår	Köppris (85 års priser, tkr)	Säljpris (85 års priser, tkr)
Rörbocknings- maskiner	1975	1985	1 026	116
Klyvsåg	1975	1985	64	8
Svetsläges- tällare	1977	1984	120	28
Mätmaskin BOOM	1980	1984	850	334
Sågaggregat	1978	1983	35,1	2,1
Blästeranlägg- ning SH 1	1976	1983	75	5,3
Blästerskåp	1976	1983	854	8,6
Borrslipmaskin	1973	1983	160	16
Supportsvarv NC	1979	1983	737	288
Sajo	1982	1986	2 001	336
Traub	1982	1986	1 441	504
Sajo	1980	1986	656	280
Max Müller	1980	1986	2 972	336
Schiess	1981	1986	2 906	280
Schiess	1980	1986	3 590	448
Sajo	1979	1986	1 210	336
Sundstrand	1981	1986	6 504	512
Fortuna	1982	1986	434	202
Karusellsvarv	1974	1984	8 904	1 493
Tunnelugn	1982	1984	841	258
Borr o. Fräsv.	1966	1984	13 840	927
Borr o. Fräsv.	1972	1984	3 268	102
Karusellsvarv	1974	1984	5 285	747
Bordhyvel	1972	1984	934	515
Cirkelkalisåg	1965	1984	494	515
Slungbläster med transport- anläggning	1977	1984	1 065	175
Karusellsvarv	1971	1984	2 049	247
Supportsvarv	1976	1984	862	82
Kuggslipmaskin	1965	1984	1 386	114
Kuggslipmaskin	1976	1984	1 748	463
Revolverborr- maskin	1974	1984	1 138	46
Blästerautomat	1980	1985	378	100
Radialborr- maskin	1973	1985	396	65
Karusellsvarv	1972	1985	2 434	210
Formsprutnings- maskin	1974	1985	474	60
Rev. borrar- maskin	1971	1985	2 122	50
Utmattnings- maskin	1983	1985	446	35
Revolverautomat	1975	1985	2 244	350
Lateralfräsverk	1974	1985	124	40

## APPENDIX A

1963	100,0
1964	103,6
1965	108,7
1966	112,1
1967	116,2
1968	118,3
1969	115,7
1970	125,9
1971	135,7
1972	142,8
1973	153,2
1974	178,0
1975	202,8
1976	222,9
1977	244,5
1978	273,5
1979	292,7
1980	321,5
1981	350,5
1982	399,8
1983	450,7
1984	466,6
1985	480,5
1986	~ 485,0

"Maskinprisindex" beräknat som implicit prisindex ur nationalräkenskapens uppgifter över maskininvesteringar i tillverkningsindustri i löpande respektive fasta priser.

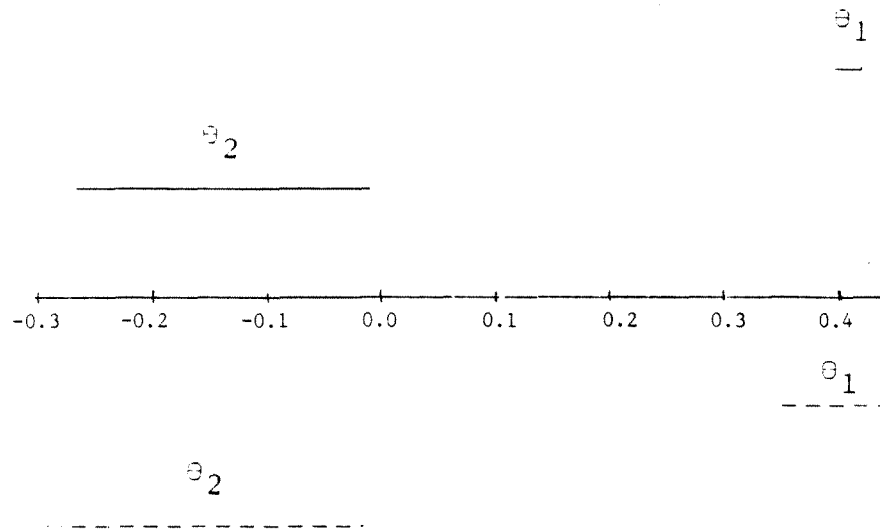
Källor: (1963-80) SMN 1981:2.5, app 2, tab 10 A och 10 B.

1981-83: SMN 1984:5.5, app 2-3, tab 2:1 och 2:2.

1984-85: Analysunderlag till Konjunkturläget dec 1985, tab A.3, s 111 och tab A.3, s 129.

**APPENDIX B - "LEMONS" AND "PEARLS"**

95 % konfidensintervall för  $\theta$ :



- konfindensintervall baserat på försålda maskiner, antal observationer är 39.
- konfindensintervall baserat på försålda maskiner och maskiner som anbud har erhållits för, antal observationer är 48.

### APPENDIX C

Koncentrering av Maximum-Likelihoodfunktionen med avseende på  $\mathbf{b}$  och  $\sigma^2$  beräknas enligt följande.<sup>1</sup>

Enligt samband (25) är

$$\ln L(\theta, \mathbf{b}, \sigma^2 | \mathbf{q}, \mathbf{Z}) = k + (\theta_1 - 1) \sum_{i=1}^n \ln q_i - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{q}^* - \mathbf{Zb})' (\mathbf{q}^* - \mathbf{Zb}) \quad (\text{C1})$$

där

$$k = -\frac{n}{2} \ln 2\pi.$$

Förstaderivatorna med avseende på  $\sigma^2$  och  $\mathbf{b}$  är

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{2} \cdot \frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} (\mathbf{q}^* - \mathbf{Zb})' (\mathbf{q}^* - \mathbf{Zb}) \quad (\text{C2})$$

respektive

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \mathbf{b}} = \frac{1}{2\sigma^2} (2\mathbf{q}^* \mathbf{Z}' - 2\mathbf{b}' \mathbf{Z}' \mathbf{Z}) \quad (\text{C3})$$

Första ordningens villkor ger således

$$\hat{\mathbf{b}} = (\mathbf{Z}' \mathbf{Z})^{-1} \mathbf{Z}' \mathbf{q}^* \quad (\text{C4})$$

samt

-----  
<sup>1</sup> D.S.G. Pollock behandlar matrisdifferentiering i The Algebra of Econometrics, 1979.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} (\mathbf{q}^* - \mathbf{Z}\hat{\mathbf{b}})' (\mathbf{q}^* - \mathbf{Z}\hat{\mathbf{b}}) . \quad (\text{C5})$$

Insättning av (C4) och (C5) i (C1) ger den koncentrerade log-likelihoodfunktionen

$$\begin{aligned} \ln \bar{L}(\theta | \mathbf{q}, \mathbf{Z}) = & k' + (\theta_1 - 1) \sum_{i=1}^n \ln q_i \\ & - \frac{n}{2} \ln [(\mathbf{q}^* - \mathbf{Z}\hat{\mathbf{b}})' (\mathbf{q}^* - \mathbf{Z}\hat{\mathbf{b}})] \end{aligned} \quad (\text{C6})$$

där  $k' = k + \frac{n}{2} (\ln n - 1)$  .

Differentiering av  $\ln \bar{L}$  med avseende på  $\theta_1$  ger

$$\frac{\partial \ln \bar{L}}{\partial \theta_1} = \sum_{i=1}^n \ln q_i - \frac{1}{\hat{\sigma}^2} (\mathbf{q}^* - \mathbf{Z}\hat{\mathbf{b}})' \frac{\partial \mathbf{q}^*}{\partial \theta_1} . \quad (\text{C7})$$

Differentiering av  $\ln \bar{L}$  med avseende på  $\theta_2$  ger

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln \bar{L}}{\partial \theta_2} = & \frac{-n}{2} \cdot \frac{1}{n\hat{\sigma}^2} \left[ (-2) \frac{\partial \mathbf{q}^* \hat{\mathbf{z}} \mathbf{b}}{\partial \mathbf{z}^C} \cdot \frac{\partial \mathbf{z}^C}{\partial \theta_2} + \right. \\ & \left. + \frac{\partial \hat{\mathbf{b}}' \mathbf{z}' \mathbf{z} \mathbf{b}}{\partial \mathbf{z}^C} \cdot \frac{\partial \mathbf{z}^C}{\partial \theta_2} \right] = \\ = & \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \left[ (\hat{\mathbf{b}}' \otimes \mathbf{q}^*) \frac{\partial \mathbf{z}^C}{\partial \theta_2} - \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{b}}' \otimes \hat{\mathbf{b}}') \cdot \frac{\partial (\mathbf{z}' \mathbf{z})^C}{\partial \mathbf{z}^C} \cdot \frac{\partial \mathbf{z}^C}{\partial \theta_2} \right] . \end{aligned} \quad (\text{C8})$$

Eftersom

$$\frac{\partial \mathbf{z}^C}{\partial \theta_2} = [0', (\frac{\partial \mathbf{s}^*}{\partial \theta_2})', 0']' \quad (\text{C9})$$

följer att

$$(\hat{\mathbf{b}}' \otimes \mathbf{q}^*) \frac{\partial \mathbf{z}^C}{\partial \theta_2} = \hat{\beta} \mathbf{q}^* \frac{\partial \mathbf{s}^*}{\partial \theta_2} . \quad (\text{C10})$$

Vidare är

$$\frac{\partial (\mathbf{z}' \mathbf{z})^C}{\partial \mathbf{z}^C} = (\mathbf{I}_3 \otimes \mathbf{z}') + (\mathbf{z}' \otimes \mathbf{I}_3) \mathbf{K}_{3n} \quad (\text{C11})$$

och

$$(\hat{\mathbf{b}}' \hat{\boldsymbol{\sigma}} \hat{\mathbf{b}}') \frac{\partial (\mathbf{z}' \mathbf{z})^c}{\partial \mathbf{z}^c} = 2(\hat{\mathbf{b}}' \hat{\boldsymbol{\sigma}} \hat{\mathbf{b}}' \mathbf{z}') \quad (\text{C12})$$

Insättning av (C9), (C10), (C11) och (C12) i (C8) ger

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln \bar{L}}{\partial \theta_2} &= \frac{1}{\hat{\boldsymbol{\sigma}}^2} \left[ \hat{\beta} \mathbf{q}^* \frac{\partial \mathbf{s}^*}{\partial \theta_2} - \hat{\beta} \hat{\mathbf{b}}' \mathbf{z}' \frac{\partial \mathbf{s}^*}{\partial \theta_2} \right] \\ &= \frac{\hat{\beta}}{\hat{\boldsymbol{\sigma}}^2} (\mathbf{q}^* - \mathbf{z} \mathbf{b})' \frac{\partial \mathbf{s}^*}{\partial \theta_2} . \end{aligned} \quad (\text{C8'})$$

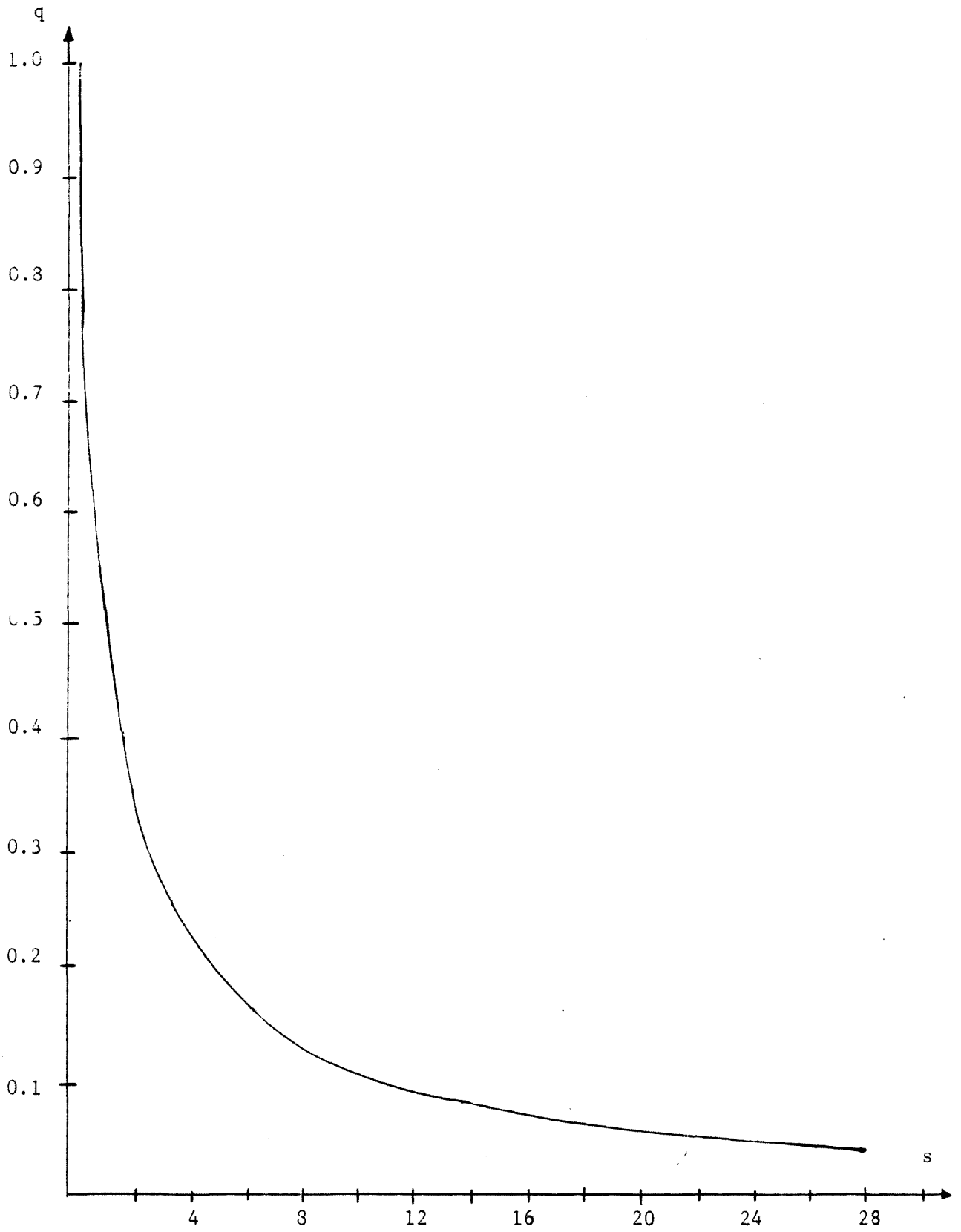
Partialderivatorna  $\partial \mathbf{q}^* / \partial \theta_1$  i (C7) och  $\partial \mathbf{s}^* / \partial \theta_2$  i (C8') har som typiska element

$$\frac{\partial \mathbf{q}^*}{\partial \theta_1} = \left[ \left( \mathbf{q}^* + \frac{1}{\theta_2} \right) \ln q_i - \frac{\mathbf{q}^*}{\theta_1} \right] \quad (\text{C13})$$

samt

$$\frac{\partial \mathbf{s}^*}{\partial \theta_2} = \left[ \left( \mathbf{s}^* + \frac{1}{\theta_2} \right) \ln s_i - \frac{\mathbf{s}^*}{\theta_2} \right] \quad (\text{C14})$$

**APPENDIX D**



## APPENDIX E

### Konfidensintervall för $\theta$ :

De skattade standardfelen gäller asymptotiskt vilket medför

$$\hat{\theta} \sim N(\theta, \sigma^2/n) \quad (E1)$$

samt

$$\hat{\theta} \sim N(\theta, s^2/n) \quad (E2)$$

Konfidensintervall för  $\theta_i$  ges av formel (E3) på signifikansnivå  $\alpha$ .

$$I_{\theta_i} : \left( \hat{\theta}_i \pm (\lambda_{\alpha/2}) \cdot \frac{s_i}{\sqrt{n}} \right) \quad (E3)$$

där  $n = 39$ .

För  $\alpha = 0,05$  blir konfidensintervallen för  $\hat{\theta}$ :

$$I_{\theta_1}^{\wedge} = [0,349, 0,450] \quad (E4)$$

$$I_{\theta_2}^{\wedge} = [-0,350, -0,018] \quad (E5)$$

Det linjära-, exponentiella-, "one-horse-shay"- och dubbellogaritmiska deprecieringsmönstret är ej signifikant på 95 procentsnivån.

### Konfindensintervall för $b$

$$\text{Var}(\hat{\alpha}) = \frac{\partial \mathbf{b}_1}{\partial \theta} \cdot \Sigma_{\hat{\theta}} \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{b}_1}{\partial \theta} \right)' = 0,1535 \quad (E6)$$



$$\text{Var}(\hat{\beta}) = \frac{\partial \mathbf{b}_2}{\partial \theta} \cdot \Sigma_{\hat{\theta}} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{b}_2}{\partial \theta}\right)' = 0,2929 \quad (\text{E7})$$

där

$\frac{\partial \mathbf{b}_i}{\partial \theta}$  är den  $i$ :te raden i  $\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \theta}$ -matrisen.

För  $\alpha = 0,05$  blir konfidensintervallen för  $\mathbf{b}$ :

$$I_{\alpha}^{\hat{\beta}} : [-0,58, -0,34] \quad (\text{E8})$$

$$I_{\beta}^{\hat{\beta}} : [-0,71, -0,37] \quad (\text{E9})$$

$\mathbf{b}$ -vektorn är signifikant skild från noll på 95 procentsnivån.

## REFERENSER

- Akerlof, G.A., 1970, The Market for "Lemons": Qualitative Uncertainty and the Market Mechanism, The Quarterly Journal of Economics, Vol. 84, No. 3, s 488-500.
- Blom, G, 1984, Statistikteori med tillämpningar, bok B.
- Box, G.E.P., Tidwell, P., 1962, Transformations of the Independent Variables, Technometrics, s 531-550.
- Carlsson, B., Örtengren, J., Lantz, P., Pousette, T., Jagrén, L., 1981, Industrin inför 80-talet, IUI, Stockholm.
- Cederblad, C.O., 1971, Realkapital och avskrivningar, SCB, Stockholm.
- Cox, D.R., Box, G.E.P, 1964, An Analysis of Transformation, Journal of the Royal Statistical Society.
- Eisner, R., 1972, Components of Capital Expenditures: Replacement and Modernization, REStat 54, Aug, s 297-305.
- Feldstein, M.S., Rothschild, M., 1974, Towards and Economic Theory of Replacement, Econometrica.
- Fletcher, R., 1970, A New Approach to Variable Metric Algorithms, Computer Journal, 13, s 317-322.
- Fomby, T.B., Hill, R.C., Johnson, S.R., 1984, Advanced Econometric Methods.
- Haessel, W, 1978, Measuring Goodness of Fit in Linear and Nonlinear Models, Southern Economic Journal.
- Hulten, C.R., Wykoff, F.C., 1980a, The Measurement of Economic Depreciation, Urban Institute, Washington D.C.

- Hulten, C.R., Wykoff, F.C., 1980b, "The Estimation of Economic Depreciation Using Vintage Asset Prices: An Application of the Box-Cox Power Transformation", Urban Institute, Washington D.C., (En sammanfattning publicerades i Journal of Econometrics, Vol.15, No. 3, 1981).
- Hulten, C.R., Wykoff, F.C., 1980c, Economic Depreciation of the U.S. Capital Stock: A First Step, Urban Institute, Washington D.C.
- Hulten, C.R., Wykoff, F.C., 1981, "Economic Depreciation and Accelerated Depreciation: An Evaluation of the Conable-Jones 10-5-3 Proposal", National Tax Journal, Vol. 34, No.1.
- Johnston, J., 1985, Econometric Methods.
- Jorgenson, Dale, W., Econometric Studies of Investment Behaviour: A Survey, Journal of Economic Literature, Dec. 1971, s 1111-1147.
- Södersten, J., Lindberg, T., 1983, Skatt på bolagskapital - Sverige i jämförelse med Storbritannien, USA och Västtyskland. Forskningsrapport nr 20, IUI, Stockholm
- Södersten, J., 1975, Doktorsavhandling. Appendix 4:2.
- Wallander, J., 1962, Verkstadsindustrins maskinkapital, IUI, Stockholm.
- Winfrey, R., 1935, Statistical Analyses of Industrial Property Retirements, Bullentin 125, Iowa engineering experiment station, Iowa state college.