

Olikhetskoefficienter, några deskriptiva mått för utfallsanalys av prognoser

av fil. lic. Anders Klevmarken

Vid analysen av hur väl en prognos har slagit är det vanligt att man gör jämförelser mellan prognos- och utfallsvärden. För dessa jämförelser kan man använda s. k. olikhetskoefficienter, vilka är deskriptiva mått på hur mycket prognoserna avvikit från utfallen. Dessa koefficienters främsta tillämpningsområde har varit analys av ekonomiska makroprognoser, men deras användning är inte begränsad till detta område. I denna artikel ges en översikt över några vanliga olikhetskoefficienter och en viss karakteristik av deras egenskaper.

Inledningsvis kan det vara motiverat att med några få ord beskriva koefficienternas betydelse för prognos-utfallsanalysen. De är naturligtvis endast en grupp av verktyg för utfallsanalysen. Med deras hjälp kan man dels få ett sammanfattande mått på hur väl prognoserna slagit, dels en indikation på vilken typ av fel som prognoserna är behäftade med (t. ex. bias eller stor spridning). Beräkningen av olikhetskoefficienter bör därför ses som ett inledande steg till en närmare undersökning av orsakerna bakom prognosfelen. I en sådan brukar man kartlägga betydelsen av det statistiska materialets bristande kvalitet och normala variation, av fel i anslagandena om de exogena variabelernas utveckling, av fel i prognosmodellens konstruktion samt i hur stor utsträckning prognosen själv bidragit till att den avviker från utfallet.

Skillnaden mellan prognos och utfall är inte alltid ett naturligt mått på hur "bra" en prognos är. Ofta gör man prognoser för att i tid kunna påverka en ogynnsam utveckling. I och med att åtgärder vidtages för att vända utvecklingen åt något annat håll än det prognosen pekar åt, förändras samtidigt betingelserna för prognosen och skillnaden mellan prognos och utfall kan bli stor utan att man därför kan säga att prognosen varit dålig.¹ Vid utfallsanalysen bör man hålla detta i minnet, speciellt då man arbetar med olikhetskoefficienter, vilka som regel bygger på standardiserade, kvadrerade avvikelser mellan prognos och utfall.

Neufan följer en översiktlig sammanställning av de vanligaste deskriptiva statistiska metoderna samt synpunkter på några av deras egenskaper. Metoderna kommer främst att studeras med uppmärksamheten på hur de förhåller sig till prognosfel som bias, spridning, kovarians och "turning point errors" samt till fel som beror på modellens åldrande.

Ett enkelt och vanligt sätt att åskådliggöra relationen mellan en serie prognosvärden och motsvarande utfall är att pricka in materialet i ett prognosutfallsdiagram som i fig. 1. På den vågräta axeln avsättes verklig förändring R , på den lodräta förutspädd förändring P , 45°-linjen är den geometriska orten för

¹ Se vidare S. E. Bergström [1], G. Carlsson [2] och C. J. Åberg [9].

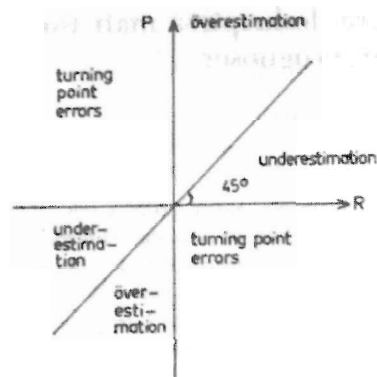


Fig. 1

korrekta prognoser ($P=R$). Texten i figuren karakteriserar olika typer av fel.

I diagrammet behöver man inte som här avsätta förändringen i resp. variabel utan kan även låta P och R vara nivåvariabler. Turning point errors kommer dock i så fall inte att ligga endast i andra och fjärde kvadranterna.

Ett vanligt sätt att beskriva punkterna i ett prognos-utfallsdiagram är att anpassa en regressionslinje till materialet. En jämförelse mellan regressionslinjen och linjen $P=R$ ger en uppfattning om hur pass bra prognosmetoden varit.¹

Ett mått som skulle kunna förefalla ligga nära till hands för att beskriva relationen mellan prognos och utfall är den vanliga korrelationskoefficienten. Den ger emellertid endast ett mått på hur väl en punktsvärm ansluter sig till en rät linje, vilken som helst, medan man vid utfallsanalysen är intresserad av just

¹ Metoden har t. ex. använts i konjunkturinstitutets majrapport 1961 [3].

den linje, som går genom origo med lutningen 45°.

Theil har i [5] i stället föreslagit följande koefficient:

$$T_1 = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - R_i)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i^2} + \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i^2}} \quad (1)$$

där P_i är prognosvärde och R_i verkligt utfall. Summeringen kan ske antingen över tiden, över flera olika prognosvariabler eller både över tiden och över flera variabler.

T_1 är halva harmoniska medelvärdet av

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_i - R_i)^2}{\sum_{i=1}^n R_i^2}} \quad \text{och} \quad \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_i - R_i)^2}{\sum_{i=1}^n P_i^2}}$$

Denna koefficients egenskaper kan studeras närmare om man betraktar strålknippen $P_i = kR_i$ och skriver om koefficienten på följande sätt.² Låt $k > 0$, dvs. strålknippen ligga i 1:a och 3:e kvadranterna.

$$T_1 = \frac{\sqrt{\sum_i (P_i - R_i)^2}}{\sqrt{\sum_i P_i^2} + \sqrt{\sum_i R_i^2}} = \frac{\sqrt{\sum_i (kR_i - R_i)^2}}{\sqrt{\sum_i (kR_i)^2} + \sqrt{\sum_i R_i^2}} = \pm \frac{k-1}{k+1} \quad (2)$$

+ väljes för $k > 1$ och - för $k < 1$.

² Denna teknik får inte missförstås så att man kräver att alla observationer skall ligga på en rät linje. Den är endast ett sätt att få en uppfattning om olikhetskoefficienternas värden för olika huvudriktningar hos en punktsvärm (P_i, R_i).

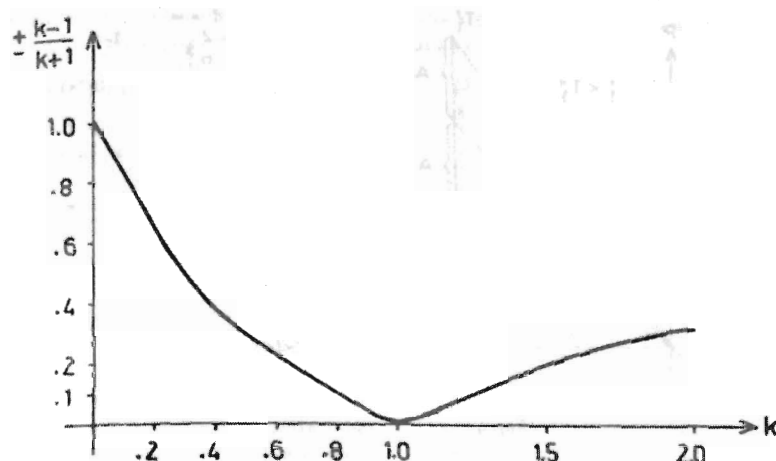


Fig. 2

Låt $k > 0$, och betrakta strålknippen $P_i = -kR_i$, som ligger i 2:a och 4:e kvadranterna.

$$T_1 = \frac{\sqrt{\sum_i (P_i - R_i)^2}}{\sqrt{\sum_i P_i^2} + \sqrt{\sum_i R_i^2}} = \frac{\sqrt{\sum_i (-kR_i - R_i)^2}}{\sqrt{\sum_i (-kR_i)^2} + \sqrt{\sum_i R_i^2}} = 1 \quad (3)$$

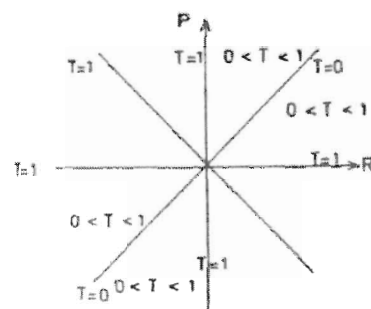


Fig. 3

De olika värden som T_1 antager för olika k åskådliggöres i fig. 3.

T_1 varierar mellan noll och ett, vilka värden koefficienten antager för den perfekta prognosen resp. för turning point errors. T_1 är vidare symmetrisk med avseende på k kring linjen $P=R$. Den har däremot den nackdelen att överskattande prognoser betraktas som mindre allvarliga än underskattande.

Om observationerna i ett prognos-utfallsdiagram exempelvis ligger i första kvadranten som i fig. 4 kommer en överskattning att ge ett lägre värde (T_1') än motsvarande underskattning (T_1'').

Theil har i ett senare arbete [6] även föreslagit en annan koefficient.

$$T_2 = \frac{\sum_i (P_i - R_i)^2}{\sum_i R_i^2} \quad (4)$$

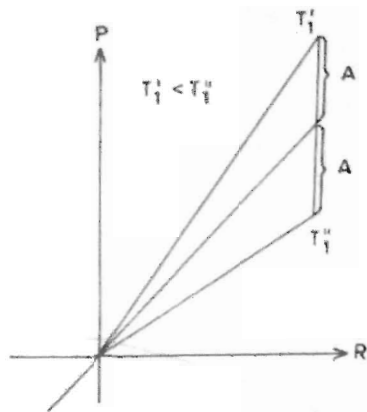


Fig. 4

Med samma teknik som tidigare, strålknipppet $P_t = kR_t$ insattes i T_2 , kan koefficienten skrivas:

$$T_2 = (k-1)^2; \quad (5)$$

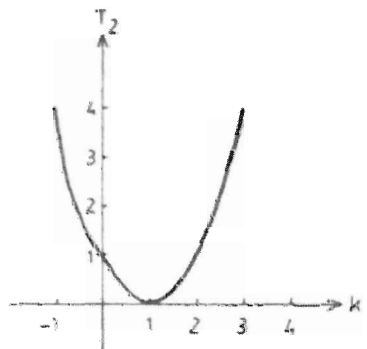


Fig. 5

Den streckade linjen i fig. 6 är $P=2R$.

Av figurerna 5 och 6 framgår att $T=0$ vid de perfekta prognoserna. Om P och R är förändring i prognosvariablerna kommer "no change extrapolation" att ge ett $T=1$ (vågräta axeln). Om punktsvärmen

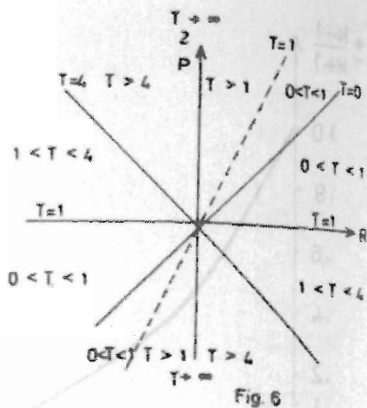


Fig. 6

ligger kring origo kommer T att ha ett större värde än om punkterna ligger längre från origo men på samma avstånd från 45°-linjen. Ett $T > 1$ tyder på turning point errors, men det måste inte vara så.

Theil har även genomfört en uppsplittning av koefficientens täljare på följande sätt:

$$\frac{1}{n} \sum (P_t - R_t)^2 = (\bar{P} - \bar{R})^2 + (S_P - S_R)^2 + 2(1 - r_{PR})S_P S_R; \quad (6)$$

varvid de kvadrerade avvikelserna förklaras av fel beroende på skillnad i centering, i spridning samt på ofullständig samvariation. Om bägge leden divideras med $\frac{1}{n} \sum (P_t - R_t)^2$ erhålls

$$1 = \frac{(\bar{P} - \bar{R})^2}{\frac{1}{n} \sum (P_t - R_t)^2} + \frac{(S_P - S_R)^2}{\frac{1}{n} \sum (P_t - R_t)^2} + \frac{2(1 - r_{PR})S_P S_R}{\frac{1}{n} \sum (P_t - R_t)^2}; \quad (7)$$

vilket kan skrivas

$$1 = U^M + U^S + U^C; \quad (8)$$

där U^M = biasproportionen,

U^S = variansproportionen,

U^C = kovariansproportionen.

$U^M=0$ innebär att punkten (\bar{P}, \bar{R}) ligger på 45°-linjen, dvs. att prognoserna i medeltal har träffat rätt. Detta behöver ju inte innebära att någon enda enskild prognos har varit riktig. Ett exempel på hur punktsvärmen kan se ut när $U^M=0$ finns i fig. 7. De svarta punkterna markerar observationer och den runda ringen medeltalet. $U^S=0$ innebär att spridningen bland prognosvärdena är lika stor som spridningen bland de verkliga utfallen, vilket är exemplifierat i fig. 8. U^C stället är lika med noll då punkterna ligger på en rät linje. Det bör obser-

veras att denna linje ingalunda behöver vara 45°-linjen. Jfr fig. 9!

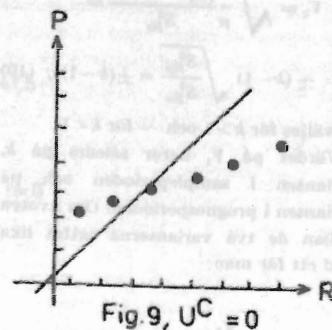


Fig. 9, $U^C = 0$

Theil framhåller att den bästa storleksförhållningen mellan de tre proportionerna i allmänhet är $U^M < U^S < U^C$. Vanligen brukar U^C vara betydligt större än de övriga proportionerna, vilket både är naturligt och önskvärt. Det är inte rimligt att begära att punktsvärmen skall ligga exakt på 45°-linjen, det är inte önskvärt att den ligger på någon annan linje.

En annan ofta använd koefficient är Verdoorns koefficient [7].

$$V = \sqrt{\frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - R_i)^2}{S_R^2}} \quad \text{där } S_R^2 = \frac{1}{h} \sum_{j=1}^h R_j^2; \quad (9)$$

S_R är ett mått på den normala spridningen bland observerat verkligt utfall och bygger i regel på observationer från sampleperioden. Även i V kan summeringen ske över tiden, över flera olika variabler eller över båggedera.

Låt oss försöka undersöka det fall då summeringen i S_R sker över sampleperioden och i V 's täljare över prognosperioden. Åter kan strålknipppet $P_t = kR_t$ användas.

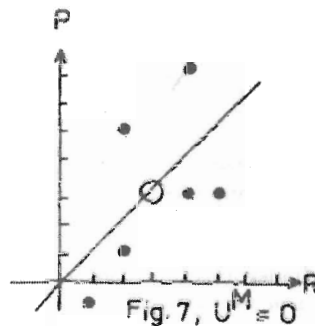


Fig. 7, $U^M = 0$

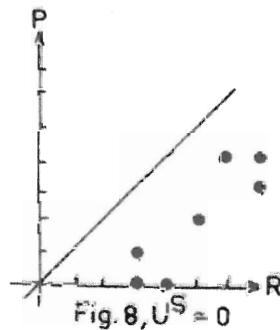


Fig. 8, $U^S = 0$

$$V_1 = \sqrt{\frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - R_i)^2}{S_{Rs}^2}} = \pm (k-1) \sqrt{\frac{S_{Rp}^2}{S_{Rs}^2}} = \pm (k-1)q; \quad (10)$$

+ väljes för $k > 1$ och - för $k < 1$.
Värdet på V_1 beror således på k , variansen i samplingsperioden och på variansen i prognosperioden. Om kvoten mellan de två varianserna sättes lika med ett får man:

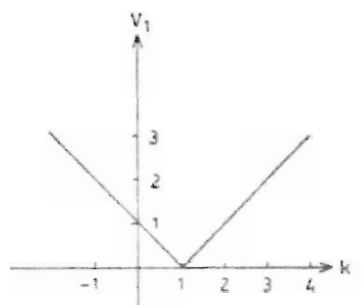


Fig 10

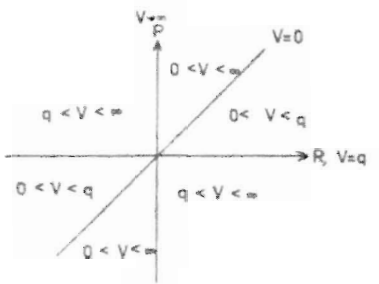


Fig 11

Om standardiseringen sker till utfallets normala variation under både samplings- och prognosperioden erhålls:

$$V_2 = \sqrt{\frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - R_i)^2}{\frac{1}{h+n} \sum R_j^2}} = \sqrt{\frac{1}{n} \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - R_i)^2}{\frac{1}{h+n} \left(\sum_{j=1}^h R_j^2 + \sum_{j=1}^n R_j^2 \right)}} = \sqrt{\frac{(k-1)^2 \frac{1}{n} \sum R_j^2}{\frac{1}{h+n} (hS_{Rs}^2 + nS_{Rp}^2)}} = \pm (k-1) \sqrt{\frac{h+n}{hS_{Rs}^2 + nS_{Rp}^2}}; \quad (11)$$

Om variansen för utfallet i prognosperioden är större än variansen i samplingsperioden kommer $(k-1)$ att multipliceras med en faktor, som är större än ett. Storleken på denna faktor bestäms dessutom av samplings- och prognosperiodernas längd. Som framgår av fig. 12, överst på sid. 267, spelar detta emellertid inte någon större roll så länge prognosperioden är liten, en till tre enheter. Faktorn kommer då att ligga mycket nära värdet på kvoten $\frac{S_{Rp}^2}{S_{Rs}^2}$ för något-tunda stora samplingsperioder.

Om man önskar göra "prognoser" bakåt i tiden, dvs. jämföra de värden, som modellen ger med utfallsvärdena för både samplings- och prognosperioden, kan man tänkas använda följande variant av Verdoorns koefficient.

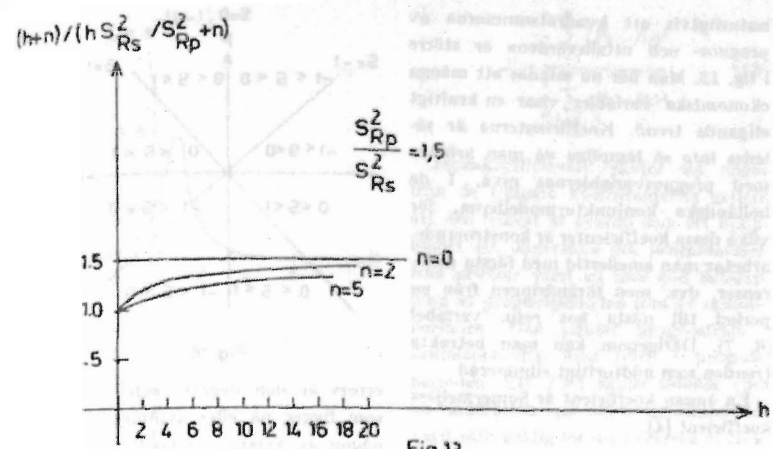


Fig 12

$$V_3 = \sqrt{\frac{1}{h+n} \frac{\sum_{i=1}^{h-n} (P_i - R_i)^2}{\frac{1}{h+n} \sum_{i=1}^{h-n} R_i^2}} = \pm (k-1); \quad (12)$$

En nackdel med både Theils och Verdoorns koefficienter är att deras värde påverkas av om punkterna i prognosutfallsdiagrammet beskriver en stigan-

de trend eller inte. Om de ligger utmed en jämnt stigande trend kommer koefficienterna att få ett mindre värde än om de hela tiden ligger omkring samma nivå. I bägge fallen förutsättes avvikelserna mellan prognos och utfall vara desamma. Jfr exemplien i figurerna nedan!

Med samtliga koefficienter erhålles det resultatet att prognosbilden i fig. 13 är bättre än den i fig. 14. Orsaken är

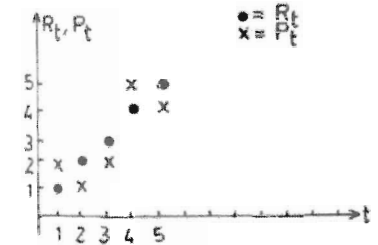


Fig 13

$T_1 = 0,18$
 $T_2 = 0,35$
 $V_3 = 0,72$

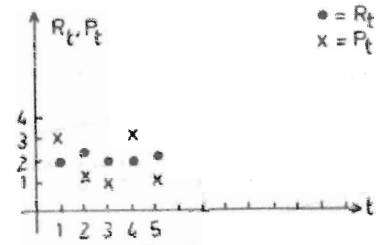


Fig 14

$T_1 = 0,30$
 $T_2 = 0,61$
 $V_3 = 0,95$

naturligtvis att kvadratsummorna av prognos- och utfallsvärdena är större i fig. 13. Man bör nu minnas att många ekonomiska variabler visar en kraftigt stigande trend. Koefficienterna är således inte så lämpliga då man arbetar med prognosvariablernas nivå. I de holländska konjunkturmodellerna, för vilka dessa koefficienter är konstruerade, arbetar man emellertid med första differenser, dvs. med förändringen från en period till nästa hos resp. variabel (6, 7). Därigenom kan man betrakta trenden som nödortfikt eliminerad.

En annan koefficient är Somermeijers koefficient [4].

$$S = \frac{2 \sum P_t R_t}{\sum P_t^2 + \sum R_t^2} \quad (13)$$

För $P_t = kR_t$ kan S skrivas:

$$S = \frac{2 \sum P_t R_t}{\sum P_t^2 + \sum R_t^2} = \frac{2k \sum R_t^2}{k^2 \sum R_t^2 + \sum R_t^2} = \frac{2k}{k^2 + 1} \quad (14)$$

Vid den perfekta prognosen är koefficienten lika med ett, vid turning point

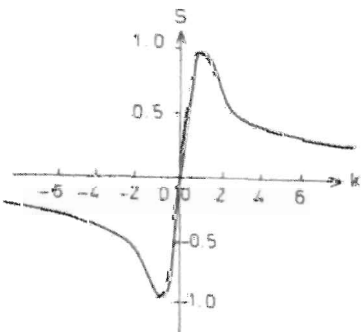


Fig. 15

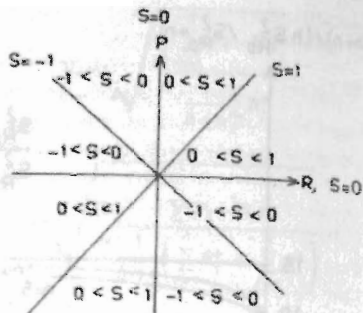


Fig. 16

errors är den negativ och vid värden som ligger på eller symmetriskt kring någon av axiarna är koefficienten noll.

En koefficient med en något annorlunda uppbyggnad, här kallad Lisians koefficient [10], är:

$$L = \pm e^{-\frac{|P_t - R_t| + |\bar{P} - \bar{R}|}{2|R|}} \quad \begin{matrix} \text{när } \bar{P} > \bar{R} \\ \text{när } \bar{P} < \bar{R} \end{matrix} \quad (15)$$

De olika tecknen användes här endast som ett bekvämt sätt att markera över- resp. underskattning och har för övrigt inget med koefficientens konstruktion att göra.

Om $P_t = kR_t$ insättes i (15) erhålls:

$$L = e^{-\frac{|P_t - R_t| + |\bar{P} - \bar{R}|}{2|R|}} = e^{-\frac{|kR_t - R_t| + |k\bar{R} - \bar{R}|}{2|R|}} = e^{-\frac{k-1}{2} \frac{(|R_t| + |\bar{R}|)}{|R|}} = e^{-\frac{k-1}{2} \frac{(\sum |R_t| + |\sum R_t|)}{2 \sum R_t}} \quad (16)$$

$\sum |R_t| \geq |\sum R_t|$, likhet gäller om och endast om alla $R_t \geq 0$ eller om alla $R_t \leq 0$.

i. Om likhet gäller, erhålls:

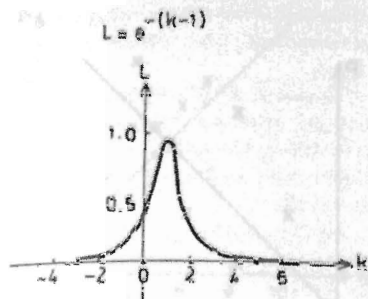


Fig. 17

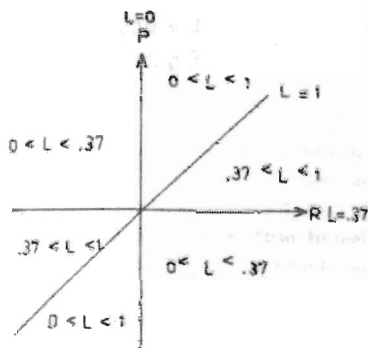


Fig. 18

$$J = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - R_i)^2}{\frac{1}{h} \sum_{j=1}^h (P_j - R_j)^2} \quad (18)$$

Januskoefficienten skiljer sig något från de tidigare koefficienterna genom att den främst är avsedd som ett hjälpmedel att undersöka om prognosmodellens struktur varit en lika god beskrivning av prognosperioden som av sampleperioden. Den jämför prognosfelen i sampleperioden med felen i prognosperioden. Ett $J > 1$ skulle således vara en indikation på att prognosmodellen varit otillräcklig för att beskriva utvecklingen under prognosperioden.

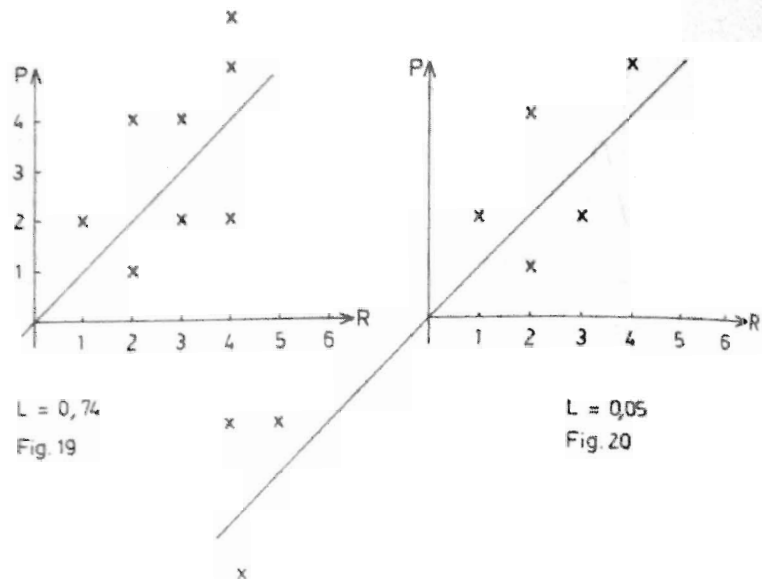
Om $P_t = k_p R_t$ och $P_j = k_s R_j$ insättes i täljaren resp. i nämnaren erhålls:

$$J = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - R_i)^2}{\frac{1}{h} \sum_{j=1}^h (P_j - R_j)^2} = \frac{(k_p - 1)^2 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_i^2}{(k_s - 1)^2 \frac{1}{h} \sum_{j=1}^h R_j^2} = \frac{(k_p - 1)^2 S_p^2}{(k_s - 1)^2 S_s^2} \quad (19)$$

Av uttrycken ovan framgår att J är noll för $k_p = 1$, dvs. för prognoser som helt överensstämmer med verkligt utfall. Man kan även lägga märke till att systematiskt över- eller underskattande prognoser inte nödvändigtvis behöver resultera i en stor januskoefficient. Fig. 19 visar punktsyjärmen under sampleperioden, medan fig. 20 visar hur observationerna ligger under prognosperioden. Då de genomsnittliga kvadratiska avstånden till 45°-linjen är desamma ger J värdet 1.

ii. Om det finns observationer på bägge sidorna om P -axeln kommer $-(k-1)$ i exponenten att multipliceras med en faktor som är större än ett. För ett och samma k blir L således mindre om observationerna ligger på bägge sidor om P -axeln, än om de endast ligger på endera sidan. Detta måste betraktas som en otillfredsställande egenskap hos koefficienten. Ett exempel på förhållandet ges i fig. 19 och 20 ovanst på s. 270.

Slutligen skall även E. Woold och A. Gaddes januskoefficient nämnas [8].



Några numeriska exempel

I efterföljande numeriska exempel erhålles en illustration till några av koefficienternas egenskaper.

I fig. 23 har inprickats en punktsvärm med tydlig överskattning. I fig. 24 har två av punkterna i fig. 23 förskjutits

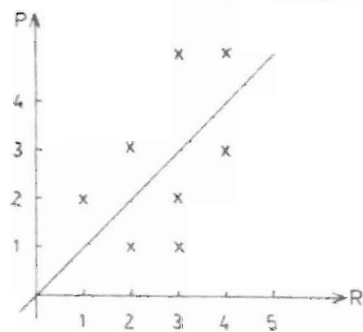


Fig. 21

lodrätt nedåt men de ligger fortfarande på samma avstånd till 45°-linjen. Punkternas absoluta avstånd till linjen är således oförändrat, men biasen är mindre och spridningen större.

Samtliga koefficienter som bygger på kvadratiska avvikelser från 45°-linjen är oförmögna att registrera den bias som

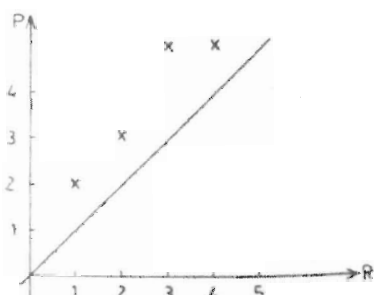


Fig. 22

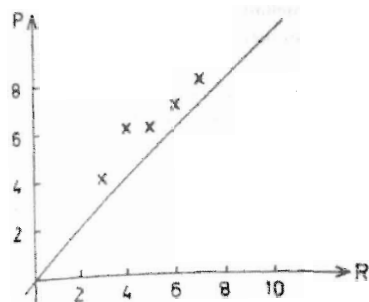


Fig. 23

$T_1 = .126$
 $T_2 = .081$
 $V_3 = .286$
 $S = .969$
 $L = .756$

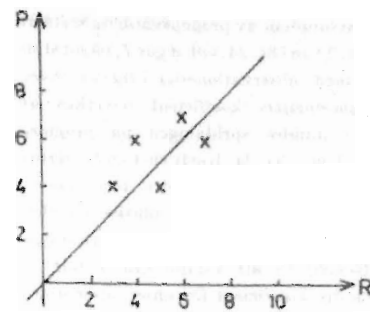


Fig. 24

$T_1 = .141$
 $T_2 = .081$
 $V_3 = .286$
 $S = .961$
 $L = .852$

finns i fig. 23. Under- och överskattningar värderas lika. T_2 och V_3 värderar observationerna i fig. 23 och fig. 24 lika då summan av de kvadratiska av-

vikelserna från 45°-linjen och kvadratsumman av verkligt utfall är desamma i de båda fallen. T_1 registrerar inte heller biasen i fig. 23 men däremot att kva-

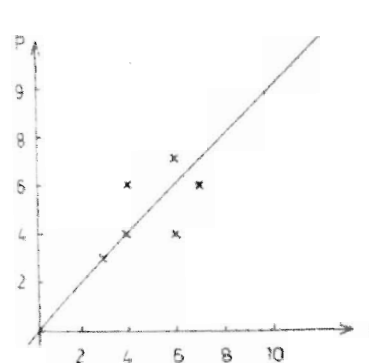


Fig. 25

$T_1 = .124$
 $T_2 = .062$
 $V_3 = .249$
 $S = .909$
 $L = .905$

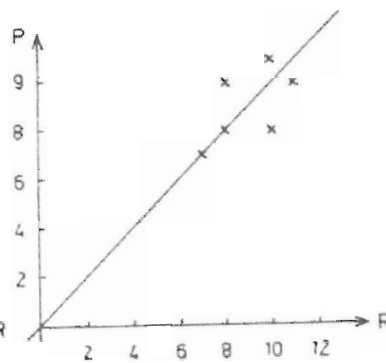


Fig. 26

$T_1 = .071$
 $T_2 = .02$
 $V_3 = .141$
 $S = .99$
 $L = .947$

dratsumman av prognosvärdena är större i fig. 23 än i fig. 24, vilket gör T_1 något större med observationerna i fig. 24. Även Somermeijers koefficient påverkas av den mindre spridningen på prognosvärdena i fig. 24. Koefficienten får därav en tendens att bli mindre. Kovariansen mellan observationerna minskar emellertid också och dominerar över spridningseffekten så att totalresultatet blir en mindre koefficient för observationerna i fig. 24 än i fig. 23. Lismans koefficient är den enda som är känslig för biasen och sätter 24 framför 23.

För att erhålla en uppfattning om vilken betydelse punktsvärmens avstånd från origo har på koefficienternas värden har jag jämfört de två punktsvärmarna i figurerna 25 och 26. De har exakt samma egenskaper så när som på att 26 ligger längre från origo än 25.

Det visar sig att samtliga koefficienter sätter 26 framför 25. En jäm-

forelse mellan variabler som ligger i olika värdeområden kan således bli missvisande.

I figurerna 27 och 28 är det genomsnittliga avståndet till 45°-linjen och även biasen densamma, medan spridningen inom punktsvärmerna är större i 28 än i 27.

Samtliga koefficienter utom Lismans reagerar negativt på en sådan ökning av spridningen.

Då en punktsvärm, som ligger över eller under 45°-linjen, vrides kring sin tyngdpunkt, förändras inte det genomsnittliga avståndet till linjen, men däremot det genomsnittliga kvadratiska avståndet. Det gör att Lismans koefficient inte förändras medan de övriga koefficienterna påverkas av en sådan vridning. Av beräkningarna utifrån figurerna 29 och 30 framgår, att den prognosutfallsbild som finns i fig. 30 bedöms som den bättre.

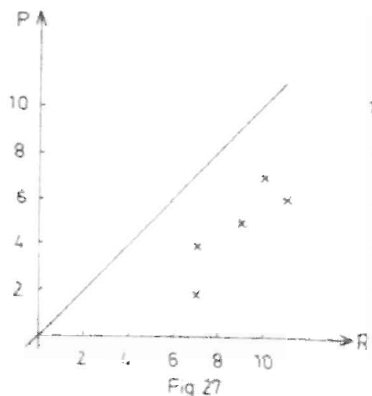


Fig. 27

$T_1 = .292$
 $T_2 = .210$
 $V_3 = .458$
 $S = .841$
 $L = .634$

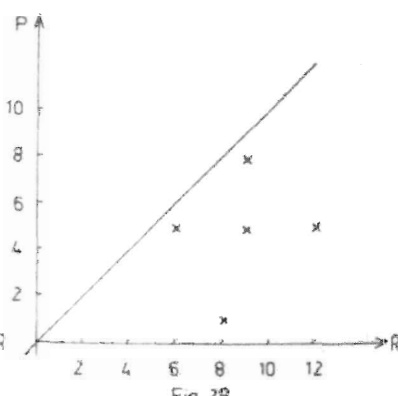


Fig. 28

$T_1 = .331$
 $T_2 = .286$
 $V_3 = .535$
 $S = .788$
 $L = .634$

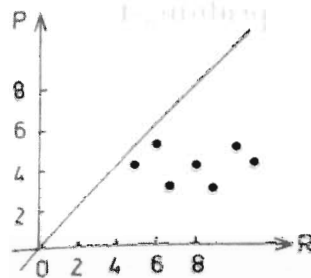


Fig. 29

$T_1 = .37$
 $T_2 = .31$
 $V_3 = .56$
 $S = .76$
 $L = .61$

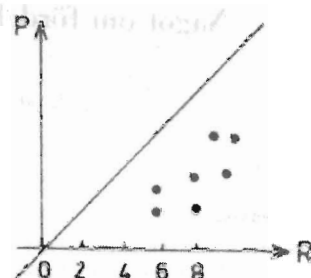


Fig. 30

$T_1 = .34$
 $T_2 = .26$
 $V_3 = .51$
 $S = .80$
 $L = .61$

Sammanfattning

Olikhetskoefficienter är användbara hjälpmedel vid utfallsanalys av prognoser. Vi har undersökt egenskaper hos koefficienter föreslagna av Lismans, Somermeijer, Theil, Verdoorn och av Wold och Gadd. Några av koefficienternas egenskaper har illustrerats med numeriska exempel.

Det är inte lätt att rangordna dem efter användbarhet. Varje koefficient har sina för- och nackdelar. Vid varje tillämpning får man avgöra vilka egenskaper som är viktiga och vilka man vill undvika, och välja koefficient därefter.

Litteraturreferenser

- 1] Bergström, S. E., Valet av prognosmetod. En beslutsteoretisk studie. Helsingfors 1968.
- 2] Carlsson, G., Prognosers verkan på beteendet. Information i prognosfrågor 1965: 3. Statistiska

centralbyrån, Stockholm.

- 3] Konjunkturläget, maj 1961.
- 4] Statistische en Econometrische Onderzoekingen, 3e kwartaal 1961, p. 151—156.
- 5] Theil, H., Economic Forecasts and Policy. Amsterdam 1961.
- 6] —, Applied Economic Forecasting. Amsterdam 1966.
- 7] Verdoorn, P. J. och van Eyk, C. J., Experimental short-term forecasting models. Centraal Planbureau 1958.
- 8] Wold, H. O. A., Econometric Model Building. Essays on the causal chain approach. Amsterdam 1964.
- 9] Åberg, C. J., Forecasts, Uncertainty and Decision-Making. The Swedish Journal of Economics, 1967, No 4.
- 10] Centraal Planbureau, Holland (intern PM). Maatstaven ter beoordeling van de overeenstemming van raming en realisatie; samt stuntslig kommunikation med Lismans, J. H. C., Centraal Planbureau.