Tout d'abord, observons que la demande de marche s'ecrit:

$$p(Q) = a - b\sum_{i=1}^{i=N} q_i$$

ou

$$Q = \sum_{i=1}^{i=N} q_i$$

Chaque firme i a donc le profit suivant:

$$\begin{aligned}
\Pi_i &= p(Q)q_i - c_i q_i \\
&= \left(a - b\sum_{i=1}^{i=N} q_i\right) q_i - c_i q_i \\
&= (a - c_i)\, q_i - b q_i \sum_{i=1}^{i=N} q_i \\
&= (a - c_i)\, q_i - b q_i \left(q_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{j=N} q_j\right)
\end{aligned}$$

car

$$Q = \sum_{i=1}^{i=N} q_i = q_i + \sum_{j=1, j\neq i}^{j=N} q_j$$

Par exemple, si $i = 1$ alors

$$\sum_{i=1}^{i=N} q_i = q_1 + \sum_{j=2}^{j=N} q_j$$

Donc finallement, le profit de la firme i est:

$$\Pi_i = (a - c_i)\, q_i - b q_i^2 - b q_i \sum_{j=1, j\neq i}^{j=N} q_j$$

Donc chaque firme i resoud le programme suivant:

$$\max_{q_i} \left[\Pi_i = (a - c_i)\, q_i - b q_i^2 - b q_i \sum_{j=1, j\neq i}^{j=N} q_j\right]$$

La condition de premiere ordre pour chaque firme est:

$$a - c_i - 2bq_i - b\sum_{j=1, j\neq i}^{j=N} q_j = 0$$

Ceci est equivalent a:

$$a - c_i - bq_i - bq_i - b \sum_{j=1, j \neq i}^{j=N} q_j = 0$$

$$\Leftrightarrow a - c_i - bq_i - b\left(q_i + \sum_{j=1, j \neq i}^{j=N} q_j\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow a - c_i - bq_i - bQ = 0$$

$$\Leftrightarrow q_i = \frac{a - c_i}{b} - Q$$