Université du Maine
Théorie des Jeux

Yves Zenou

Examen: 16 décembre 2013
(1 heure 30)

Problème (1)

Considérons le jeu de lobbying suivant entre deux entreprises. Chaque entreprise peut faire pression sur le gouvernement (lobbying) dans l'espoir de convaincre le gouvernement de prendre une décision favorable à l'entreprise. Les deux entreprises, X and Y, décident de manière *indépendente* et *simultanément* si elles vont faire pression (lobby) (L) ou pas (N) sur le gouvernement. Faire pression (lobbying) entraîne un coût de 15. Ne pas faire pression ne coûte rien. Si les deux entreprises font pression ou aucune d'elle fait pression alors le gouvernement prend une décision neutre, ce qui donne 10 à chaque entreprise. Si l'entreprise Y fait pression et X ne le fait pas, alors le gouvernement prend une décision qui favorise l'entreprise Y, ce qui donne un gain de zéro à l'entreprise X et un gain de 30 à l'entreprise Y. Enfin, si l'entreprise X fait pression et Y ne le fait pas, le gouvernement prend une décision qui donne x à l'entreprise X et zéro à l'entreprise Y. Supposons que $x > 25$. La forme normale de ce jeu est (sachant que le joueur 1 est l'entreprise X et le joueur 2 est l'entreprise Y):

$X \setminus Y$	L	N
L	-5 , -5	$x - 15$, 0
N	0 , 15	10 , 10

(1a) Calculez l'équilibre de Nash en stratégies pures de ce jeu.

(1b) Calculez l'équilibre de Nash en stratégies mixtes de ce jeu.

(1c) Etant donné l'équilibre de Nash en stratégies mixtes determiné à la question (1b), quelle est la probabilité que le gouvernement prend une décision qui favorise l'entreprise X?

(1d) Quand x augmente, est-ce que la probabilité que le gouvernement prend une décision favorisant l'entreprise X augmente ou diminue? Est-ce bien d'un point de vue économique?

Problème (2)

Considérons un jeu de Cournot avec deux entreprises où le prix du bien homogène de l'industrie est donné par la fonction de demande inverse suivante :

$$p(Q) = \begin{cases} a - b\,f(Q) & \text{si } Q < \widehat{Q} \\ 0 & \text{si } Q \geq \widehat{Q} \end{cases}$$

où $Q = q_1 + q_2$ est la demande de marché et $\widehat{Q} = f^{-1}(\frac{a}{b})$. On suppose que $f'(Q) > 0$. Chaque entreprise $i = 1, 2$ a un coût individuel *total* égal à :

$$C(q_i) = c_i\, q_i^2$$

Les deux entreprises choisissent de manière *indépendente* et *simultanément* leurs quantités. On veut déterminer l'équilibre de Cournot-Nash en stratégies pures de ce jeu en quantités, dénoté par $\left(q_1^{NE}, q_1^{NE}\right)$.

(2a) Montrez sous quelles conditions il existe une équilibre *unique* and *intérieur* de Cournot-Nash de ce jeu en quantités.

(2b) Supposons que $b = 1$ et que $f(Q) = Q$. Calculez l'équilibre unique de Cournot-Nash de ce jeu en quantités. Donnez les valeurs d'équilibre de Cournot-Nash de ce jeu, c'est à dire calculez q_1^{NE}et q_2^{NE}.

(2c) Supposons que $b = 1$ et que $f(Q) = Q$. Déterminez l'optimum social en quantités, dénoté par $(q_1^{SO},\, q_2^{SO})$.

(2d) Supposons que $b = 1$ et que $f(Q) = Q$. Supposons aussi que l'entreprise 1 décide *en premier* sa quantité q_1 et qu'*ensuite* l'entreprise 2 décide de sa quantité q_2. Déterminez l'équilibre S-parfait (subgame-perfect equilibrium) de ce jeu où vous dénoterez les quantités d'équilibre par q_1^{SPNE} et q_2^{SPNE}. Sous quelles conditions il y a un avantage au premier arrivant (first-mover advantage) en termes de quantités, c'est à dire : $q_1^{SPNE} > q_2^{SPNE}$? Quand n'y-a-t-il pas d'avantage au premier arrivant?