Université du Maine
Théorie des Jeux

Yves Zenou

Examen: Décembre 2014

(1 heure 30)

Question 1

Considérons le jeu suivant avec deux joueurs et où les paiements des joueurs 1 et 2 sont donnés par:

		Player 2		
		C	D	E
Player 1	A	$(1,1)$	$(2,-2)$	$(5,6)$
	B	$(3,1)$	$(1,4)$	$(0,0)$

(**1a**) Supposons que les croyances des deux joueurs sont telles que le joueur 1 joue la stratégie A avec la probabilité p et la stratégie B avec la probabilité $1-p$, et que le joueur 2 joue la stratégie C avec la probabilité q, la stratégie D avec la probabilité r et la stratégie E avec la probabilité $1-q-r$.

Parmi les 3 strategies du joueur 2, est-qu'il existe une stratégie qui est *strictement dominée* par une stratégie pure ou par une stratégie mixte?

Pour la domination stricte d'une stratégie par une stratégie mixte, vous devez répondre en deux étapes. Premièrement, dessiner une figure où sur l'axe vertical vous avez l'utilité espérée du joueur 2 et, sur l'axe horizontal, vous avez la probabilité p que le joueur 1 joue la strategy A (si $p=0$ alors le joueur 1 joue la strategy B et si $p=1$, alors le joueur 1 joue la strategy A). Ceci vous indiquera quelle stratégie pure est strictement dominée par une stratégie mixte.

Deuxièmement, vous devez démonstrer formellement quelle stratégie pure est strictement dominée par une stratégie mixte. Pour cela, vous devez utilisez les croyances q, r et $1-r-q$ et résoudre un système d'équations. Vous devez aussi donner les valeurs exactes de q, r et $1-r-q$ pour lesquelles une stratégie mixte domine strictement une stratégie pure.

(**1b**) Utilisez le résultat de la question précédente, pour calculer la solution de ce jeu en utilisant le concept "d'enlèvement itéré des stratégies strictement dominées" (Iterated Deletion of Strictly Dominated Strategies).

(1c) Est- ce que la solution du jeu en utilisant le concept "d'enlèvement itéré des stratégies strictement dominées" (Iterated Deletion of Strictly Dominated Strategies) est équivalente à celle que vous obtenez en utilisant le concept d'équilibre de Nash en stratégies pures? Si oui, démontrez le.

Question 2

Les entreprises 1 et 2 ont toutes les deux un coût de production constant égal à 3 par unité produite. L'entreprise 1 doit décider si elle veut installer une nouvelle technologie, qui lui garantirait un coût de 0 par unité produite, ou de garder l'actuelle technologie. L'installation de la nouvelle technologie lui coûterait F. Une fois que la décision d'investissement (installer la nouvelle technologie ou pas) est observée par l'entreprise 2, les deux entreprises vont choisir simultanément leurs niveaux de production q_1 et q_2 comme c'est le cas pour la compétition à la Cournot. Supposons que la demande de marché est donnée par:

$$p(Q) = 21 - Q$$

où $Q = q_1 + q_2$.

(2a) Vous devez d'abord résoudre la deuxième étape de ce jeu, c'est à dire le choix optimal de q_1 et q_2 par les entreprises 1 et 2.

(2b) Trouver les valeurs du paramètre F pour lequel le jeu admet un unique équilibre de Nash S-parfait (Subgame Perfect Nash Equilibrium) dans lequel l'entreprise 1 installe la nouvelle technologie.