

Université du Maine  
Théorie des Jeux  
(Yves Zenou)  
Contrôle continu  
Session de rattrapage : Juin 2005 (1 heure)

**Section 2**

La décision d'une action  $a$  d'un enfant affecte à la fois son propre revenu  $c(a)$  et le revenu de ses parents  $p(a)$ . On suppose que pour toute valeur de  $a$ , on a:

$$c(a) < p(a)$$

L'enfant est égoïste : il se préoccupe uniquement du montant d'argent qu'il a. Au contraire, ses parents (le ménage) se préoccupent à la fois de combien d'argent ils ont eux-mêmes et de combien d'argent leur enfant a.

De manière plus spécifique, l'utilité des parents  $U_p$  est représentée par un paiement égal au montant d'argent le plus faible entre ce qu'ils ont et ce qu'a l'enfant.

Les parents décident de transférer de l'argent à l'enfant. Ce transfert est noté  $t \geq 0$ . Dans ce cas, les préférences de l'enfant sont représentées par :

$$U_e(a, t) = c(a) + t$$

alors que les préférences des parents sont représentées par

$$U_p(a, t) = \min\{p(a) - t, c(a) + t\}$$

Le timing du jeu est le suivant. Tout d'abord, l'enfant prend sa décision en faisant l'action  $a$ , puis les parents décident le montant de  $t$ , c'est à dire combien d'argent ils vont transférer à l'enfant.

**2a)** Modéliser cette situation comme un jeu en forme extensive.

**2b)** Résolvez la deuxième étape du jeu c'est à dire le choix optimal des parents en termes de transfert. Vous noterez ce choix optimal  $t^*$ .

**2c)** On suppose que  $c(a) = a$  et  $p(a) = 2a$ . On suppose aussi que  $a$  ne peut prendre des valeurs qu'entre 0 et 1, c'est à dire que :  $a \in [0, 1]$ . Calculez l'équilibre de Nash S-parfait de ce jeu (subgame perfect Nash equilibrium).