Bengt
Höglund

Modell och observationer

Stockholms Universitetsbibliotek
30001 009755965

11757

INDUSTRIENS UTREDNINGSINSTITUT

INDUSTRIENS
UTREDNINGSINSTITUT

Bengt Höglund

Modell och observationer

En studie av empirisk

anknytning och aggregation

för en linjär produktionsmodell

With a Summary in English

Model and Observations

A Study of Empirical Implementation

and Aggregation for a

Linear Production Model

ALMQVIST & WIKSELL
STOCKHOLM GÖTEBORG UPPSALA

B
26/466

LUND 1966 BERLINGSKA BOKTRYCKERIET

Modell och observationer

En studie av empirisk

anknytning och aggregation

för en linjär produktionsmodell

AKADEMISK AVHANDLING

som med vederbörligt tillstånd av Samhällsvetenskapliga fakulteten i Lund för vinnande av filosofie doktorsgrad kommer att till offentlig granskning framställas å Carolinasalen lördagen den 7 maj 1966 kl. 10

av

Bengt Höglund

Fil. lic., Klm.

Berlingska Boktryckeriet, Lund 1966

Innehåll

Förteckning över tabeller

Förord

UTGIVARENS FÖRORD

Genom samarbete mellan Stockholms Universitet, Konjunkturinstitutet, Jordbrukets Utredningsinstitut och Industriens Utredningsinstitut bildades hösten 1957 en kommitté i syfte att låta utföra en s.k. input-output-studie av det svenska näringslivet. Till ledare för denna studie utsågs filosofie licentiaterna Lars Werin och Bengt Höglund. Finansieringen av projektet möjliggjordes genom ett forskningsanslag från Ford Foundation. I syfte att få till stånd en mer detaljerad studie av verkstadsindustrin tog Industiiens Utredningsinstitut aktiv del i undersökningen och finansierade också den delen av studien. Resultat av input-output-studien publicerades år 1964 i boken »The Production System of the Swedish Economy. An Input-Output Study». En särupplaga av denna bok utgavs samma år av Industriens Utredningsinstitut.

I den modell, som redovisas i nämnda skrift, är det svenska näringslivet uppdelat i 127 producerande sektorer. För åtskilliga av de frågor, som denna modell är avsedd att besvara, är emellertid en så detaljerad uppdelning inte erforderlig. Då mindre detaljerade modeller är lättare att hantera och därför billigare att utnyttja har en komprimering av den ursprungliga modellen framstått som önskvärd. Författaren till föreliggande skrift, fil. lic. Bengt Höglund, har låtit utföra en sådan komprimering och redovisar här två mindre modeller. Den ena av dessa omfattar 33 och den andra 13 sektorer.

En transformation av en given input-output-modell till en mindre detaljerad sådan påverkar tillförlitligheten i de resultat som erhålls vid utnyttjandet av modellen. Våra kunskaper om de förändringar i tillförlitlighet, som uppkommer vid olika typer av sektorsaggregeringar, är emellertid ofullständiga. Att studera sådana förändringar och därmed lämna ett bidrag till kunskapsförrådet på detta område är författarens syfte med föreliggande skrift.

Stockholm i mars 1966.

Ragnar Bentzel

FÖRFATTARENS FÖRORD

Det arbete som redovisas i denna bok påbörjades under min medverkan i den svenska input-output-undersökningen 1957—1962. Efter input-output-undersökningens avslutning fortsattes det vid Industriens Utredningsinstitut, och sedan jag sommaren 1963 tillträtt en befattning vid Lunds universitet vidarefördes det och avslutades vid Nationalekonomiska institutionen vid Lunds universitet. Arbetet, som således varit förlagt till olika institutioner, har ingått som ett led i Industriens Utredningsinstituts studier av de grundläggande sammanhangen inom näringslivet.

Verksamheten inom input-output-undersökningen gav ständigt anledning att ta ställning till problem som uppstår då en preciserad förbindelse etableras mellan en teoretisk modell och observationer över det faktiska ekonomiska skeendet. Det är problem av detta slag som bildar utgångspunkt för denna studie. En stor del av den gäller aggregation inom en produktionsmodell, eftersom genomförandet av den nyss beskrivna förbindelsen leder till en aggregation av varor och produktionsprocesser.

Bokens karaktär bär spår av min tidigare utbildning och av de olika etapperna i arbetets genomförande. Min lärare i nationalekonomi var professor Johan Åkerman vid Lunds universitet. Hans undervisning framkallade ett intresse för principiella problem som återspeglas i den allmänna uppläggningen. Under arbetet med den svenska input-output-undersökningen hade jag tillfälle att diskutera problem av den art som behandlas i denna bok med min kollega fil. dr Lars Werin, numera docent vid Stockholms universitet, och konsulent Per Sevaldson vid Statistisk Sentralbyrå i Oslo. Vid Industriens Utredningsinstitut kunde jag dra nytta av den inspirerande miljö som en etablerad forskningsinstitution utgör. Då jag anställdes leddes det av docent Jan Wallander. Dess nuvarande chef professor Ragnar Bentzel har följt arbetet under dess tillblivelse, och han och fil. lic. Karl G. Jungenfelt har granskat det i flera olika stadier. I ett tidigare stadium har det granskats av fil. dr Erik Ruist och i ett senare av fil. dr Yngve Åberg. Alla har givit mig nyttig kritik och värdefulla råd. Sin slutliga form har boken fått under min tid vid Nationalekonomiska institutionen i Lund. Jag har där kunnat utnyttja den livliga aktiviteten inom det av professor Guy Arvidsson ledda högre seminariet, där arbetet behandlats i olika stadier. Bland deltagarna vill jag särskilt nämna fil. kand. Harald Niklasson, fil. mag. Gunnar Ribrant och preceptor Björn Thalberg, vilka granskat olika avsnitt, pekat på svagheter och föreslagit förbättringar. En utomordentlig hjälp har jag också haft av den undervisning i matematik för ekonomer som bedrivits av docent Jan Odhnoff vid institutionen och av de synpunkter han givit mig under seminarier och vid enskilda diskussioner. Till alla här nämnda personer och till övriga deltagare i diskussioner och seminarier vid Industriens Utredningsinstitut och Nationalekonomiska institutionen i Lund står jag i stor tacksamhetsskuld.

Avdelningen för numerisk analys vid Matematiska institutionen vid Lunds universitet har välvilligt hjälpt mig med numeriska beräkningar.

Fru Ruth Wiklund-Ellerstad vid Industriens Utredningsinstitut har handhaft alla frågor i samband med tryckningen. Hon har också tillsammans med fru Ester Wennerholm och fru Wera Nyrén, båda vid Industriens Utredningsinstitut, hjälpt mig med korrekturläsning. Utskrift av manuskript har till största delen gjorts av fru Birgitta Fritsch vid Nationalekonomiska institutionen i Lund. Till dem alla framför jag mitt tack.

Lund i mars 1966.

Bengt Höglund

Beteckningar

TAL

α_{ij}	input av producerad vara i inom primär enhetsaktivitet j
β_{kj}	input av resurs k inom primär enhetsaktivitet j
γ_{kj}	input av kapacitet k inom primär enhetsaktivitet j
λ_j	aktivitetsnivå för primär process j
η_i	slutprodukt av vara i
δ_i	slutlig efterfrågan på producerad vara i
ϱ_k	tillgång på (utbud av) resurs k
$\varkappa_k^{(h)}$	tillgång på kapacitet k inom företag (h)
π_i, π_i^I, π_i^{II}	pris på producerad vara i
ω_k	pris på resurs k
$v_k^{(h)}$	skuggpris på kapacitet k inom företag (h)
a_{ij}	input av producerad varugrupp i inom härledd enhetsaktivitet j
b_{kj}	input av primär varugrupp k inom härledd enhetsaktivitet j
$x_{(i)}^h$	produktion av minimumgrupp (i) inom anläggningsgrupp h
x_i^h	produktion av varugrupp i inom anläggningsgrupp h
x_o^h	total produktion inom anläggningsgrupp h
x_i, x_i^o	total produktion av varugrupp i
x_I, x_I^o	total produktion av aggregerad varugrupp I
y_i, y_i^o	slutprodukt av varugrupp i
y_I, y_I^o	slutprodukt av aggregerad varugrupp I
d_i^o	total slutlig efterfrågan på producerad varugrupp i
d_i^g	slutlig efterfrågan på producerad varugrupp i för ändamål g
d_I^o	total slutlig efterfrågan på aggregerad producerad varugrupp I
d_I^g	slutlig efterfrågan på aggregerad producerad varugrupp I för ändamål g
z_k^o	total åtgång av primär varugrupp k
z_k^h	åtgång av primär varugrupp k inom anläggningsgrupp h
r_k^o	tillgång på (utbud av) primär varugrupp k

VEKTORRUM

V_ι	vektorrum av dimension ι
V_ι^*	dualt vektorrum
R^ι	reellt vektorrum av dimension ι
$(R^\iota)^l$	kartesiska produkten av l st vektorrum av dimension ι

DIMENSIONER

μ	antal primära varor
μ_1	antal resurser
μ_2	antal kapaciteter
ν	antal producerade varor
τ	antal primära processer
σ	antal företag
m	antal primära varugrupper
m_1	antal marknadsförda primära varugrupper
m_2	antal företagsbundna primära varugrupper
(n)	antal minimumgrupper
n	antal producerade varugrupper och anläggningsgrupper
N	antal aggregerade producerade varugrupper

VEKTORER

$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_\tau) \in V_\tau$	aktivitetsnivåer för primära processer
$\lambda^{(h)} = \left(\lambda_1^{(h)}, \lambda_2^{(h)}, \ldots, \lambda_\tau^{(h)}\right) \in V_\tau$	aktivitetsnivåer för primära processer inom företag (anläggning) (h)
$\lambda^h = \left(\lambda_1^h, \lambda_2^h, \ldots, \lambda_\tau^h\right) \in V_\tau$	aktivitetsnivåer för primära processer inom anläggningsgrupp h
$\lambda^{h(i)} = \left(\lambda_1^{h(i)}, \lambda_2^{h(i)}, \ldots, \lambda_\tau^{h(i)}\right) \in V_\tau$	aktivitetsnivåer för primära processer för produktion inom anläggningsgrupp h av minimumgrupp (i)
$\lambda^{hi} = \left(\lambda_1^{hi}, \lambda_2^{hi}, \ldots, \lambda_\tau^{hi}\right) \in V_\tau$	aktivitetsnivåer för primära processer för produktion inom anläggningsgrupp h av varugrupp i
$\eta = (\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_\nu) \in V_\nu$	slutprodukt av varor
$\delta = (\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_\nu) \in V_\nu$	slutlig efterfrågan på producerade varor

$\varrho = (\varrho_1, \varrho_2, \ldots, \varrho_{\mu_1}) \in V_{\mu_1}$	tillgång på (utbud av) resurser (marknadsförda primära varor)
$\varkappa^{(h)} = \left(\varkappa_1^{(h)}, \varkappa_2^{(h)}, \ldots, \varkappa_{\mu_2}^{(h)}\right) \in V_{\mu_2}$	tillgång på kapaciteter (företagsbundna primära varor) inom företag (h)
$\pi = (\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_\nu) \in V_\nu^*$	priser på producerade varor
$\omega = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_{\mu_1}) \in V_{\mu_1}^*$	priser på resurser
$v^{(h)} = \left(v_1^{(h)}, v_2^{(h)}, \ldots, v_{\mu_2}^{(h)}\right) \in V_{\mu_2}^*$	skuggpriser på kapaciteter inom företag (h)
${}^{i}x^{(h)} = \left(x_1^{(h)}, x_2^{(h)}, \ldots, x_n^{(h)}\right) \in R^n$	produktion av varugrupper inom anläggning (h)
${}^{(i)}x^h = \left(x_{(1)}^h, x_{(2)}^h, \ldots, x_{(n)}^h\right) \in R^{(n)}$	produktion av minimumgrupper inom anläggningsgrupp h
${}^{i}x^h = \left(x_1^h, x_2^h, \ldots, x_n^h\right) \in R^n$	produktion av varugrupper inom anläggningsgrupp h
${}^{i}x^o = \left(x_1^o, x_2^o, \ldots, x_n^o\right) \in R^n$	total produktion av varugrupper
${}^{h}x^o = \left(x_o^1, x_o^2, \ldots, x_o^n\right) \in R^n$	total produktion inom anläggningsgrupper
${}^{I}x^o = \left(x_1^o, x_2^o, \ldots, x_N^o\right) \in R^N$	total produktion av aggregerade varugrupper
${}^{i}u^{(h)} = \left(u_1^{(h)}, u_2^{(h)}, \ldots, u_n^{(h)}\right) \in R^n$	åtgång av producerade varugrupper inom anläggning (h)
${}^{i}u^h = \left(u_1^h, u_2^h, \ldots, u_n^h\right) \in R^n$	åtgång av producerade varugrupper inom anläggningsgrupp h
${}^{(i)}y^o = \left(y_{(1)}^o, y_{(2)}^o, \ldots, y_{(n)}^o\right) \in R^{(n)}$	slutprodukt av minimumgrupper
${}^{i}y^o = \left(y_1^o, y_2^o, \ldots, y_n^o\right) \in R^n$	slutprodukt av varugrupper
${}^{I}y^o = \left(y_1^o, y_2^o, \ldots, y_N^o\right) \in R^N$	slutprodukt av aggregerade varugrupper
${}^{i}d^o = \left(d_1^o, d_2^o, \ldots, d_n^o\right) \in R^n$	total slutlig efterfrågan på producerade varugrupper
${}^{i}d^g = \left(d_1^g, d_2^g, \ldots, d_n^g\right) \in R^n$	slutlig efterfrågan på producerade varugrupper för ändamål g
${}^{I}d^o = \left(d_1^o, d_2^o, \ldots, d_N^o\right) \in R^N$	total slutlig efterfrågan på aggregerade producerade varugrupper
${}^{I}d^g = \left(d_1^g, d_2^g, \ldots, d_N^g\right) \in R^N$	slutlig efterfrågan på aggregerade producerade varugrupper för ändamål g
$z^{(h)} = \left(z_1^{(h)}, z_2^{(h)}, \ldots, z_{m1}^{(h)}\right) \in R^{m1}$	åtgång av marknadsförda primära varugrupper inom anläggning (h)

$z^h = (z^h_1, z^h_2, \ldots, z^h_{m_1}) \in R^{m1}$	åtgång av marknadsförda primära varugrupper inom anläggningsgrupp h
$z^o = (z^o_1, z^o_2, \ldots, z^o_m) \in R^m$	total åtgång av primära varugrupper
$r^o = (r^o_1, r^o_2, \ldots, r^o_m) \in R^m$	tillgång på (utbud av) primära varugrupper
${}_{(i)}\Lambda^h = (\lambda^{h(1)}, \lambda^{h(2)}, \ldots, \lambda^{h(n)}) \in (V_\tau)^{(n)}$	(betraktas även som matris av ordningen $\tau \; x \; (n)$)
${}^{(i)}_{i}X^h = ({}^{(i)}x^{h1}, {}^{(i)}x^{h2}, \ldots, {}^{(i)}x^{hn}) \in (R^{(n)})^n$	(betraktas även som matris av ordningen $(n) \; x \; n$)
${}^{(i)}_{h}X = ({}^{(i)}x^1, {}^{(i)}x^2, \ldots, {}^{(i)}x^n) \in (R^{(n)})^n$	(betraktas även som matris av ordningen $(n) \; x \; n$)
${}^{i}_{h}X = ({}^{i}x^1, {}^{i}x^2, \ldots, {}^{i}x^n) \in (R^n)^n$	(betraktas även som matris av ordningen $n \; x \; n$)
${}^{i}_{h}U = ({}^{i}u^1, {}^{i}u^2, \ldots, {}^{i}u^n) \in (R^n)^n$	(betraktas även som matris av ordningen $n \; x \; n$)
${}_{h}Z = (z^1, z^2, \ldots, z^n) \in (R^m)^n$	(betraktas även som matris av ordningen $m \; x \; n$)

TRANSFORMATIONER OCH MATRISER

$\mathcal{A}$:	$V_\tau \to V_\nu$	primär produktionsmodell, producerade varor
$\mathcal{B}$:	$V_\tau \to V_{\mu_1}$	primär produktionsmodell, resurser
$\mathcal{C}$:	$V_\tau \to V_{\mu_2}$	primär produktionsmodell, kapaciteter
C, C^h:	$R^{(n)} \to V_\tau$	vägningsmatris, primära processer
D, D^h:	$R^n \to R^{(n)}$	vägningsmatris, härledda processer för minimumgrupper
$\hat{C}$:	$(R^{(n)})^n \to V_\tau$	vägningsmatris, primära processer
$\hat{D}$:	$(R^n)^n \to (R^{(n)})^n$	vägningsmatris, härledda processer för minimumgrupper
$\hat{E}$:	$R^n \to (R^n)^n$	vägningsmatris, härledda processer för varugrupper
E:	$R^n \to R^n$	anläggningsgrupper — varugrupper
$c^{h(i)}$:	$R \to V_\tau$	anläggningsgrupp — primära processer
d^{hi}:	$R \to R^{(n)}$	anläggningsgrupp — minimumgrupper (kap. III)
e^h:	$R \to R^n$	anläggningsgrupp — varugrupper
V_{nN}:	$R^N \to R^n$	vägningsmatris (kap. V—VIII)

$G_{\iota l}$:	$R^l \to R^\iota$	grupperingsmatris
$\hat{\pi}$:	$V_\nu \to R^\nu$	prismatris
$\hat{\omega}$:	$V_{\mu_1} \to R^{\mu_1}$	prismatris
A:	$R^n \to R^n$	härledd produktionsmodell, input av producerade varugrupper
B:	$R^n \to R^m$	härledd produktionsmodell, input av primära varugrupper
I:		enhetsmatris
${}^t\mathcal{A}$:		transponerad transformation till $\mathcal{A}$

$$
{}^h\mathfrak{X}^o = \begin{bmatrix} x_o^1 & 0 \dots & 0 \\ 0 & x_o^2 \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 \dots & x_o^n \end{bmatrix}
$$

$$
{}^i\mathfrak{X}^o = \begin{bmatrix} x_1^o & 0 \dots & 0 \\ 0 & x_2^o \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 \dots & x_n^o \end{bmatrix}
$$

$$
{}^i\mathfrak{X}^h = \begin{bmatrix} x_1^h & 0 \dots & 0 \\ 0 & x_2^h \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 \dots & x_n^h \end{bmatrix}
$$

$$
{}^{(i)}\mathfrak{X}^h = \begin{bmatrix} x_{(1)}^h & 0 \dots & 0 \\ 0 & x_{(2)}^h \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 \dots & x_{(n)}^h \end{bmatrix}
$$

KAPITEL I

Problemställning och uppläggning

Nationalekonomin studerar de aspekter av samhället som sammanfattningsvis brukar betecknas som dess ekonomiska system. Målet är att förklara och förutsäga händelser som observeras inom detta system och som av någon anledning uppfattas som viktiga. Att förklara och att förutsäga innebär att händelserna inordnas under lagbundenheter, att visa att de inträffar i enlighet med vissa bestämda lagar. Att upptäcka och klarlägga sådana lagbundenheter är den centrala innebörden i all empirisk vetenskap.

Ett väsentligt hjälpmedel i denna verksamhet är att konstruera modeller av det faktiska systemet. En sådan modell är ett logiskt system som på ett relevant sätt korresponderar med det faktiska. Den innebär en abstraktion i den meningen att endast vissa egenskaper hos det faktiska systemet återfinns i modellen. Erfarenheten visar att en sådan abstraktion är nödvändig och ändamålsenlig. Oavsett graden av abstraktion måste det emellertid alltid finnas någon förbindelse mellan modellen och det faktiska systemet. En sådan förbindelse kan vara av mer eller mindre allmän karaktär, men utan den saknar modellen relevans för det aktuella systemet.

Ett utmärkande drag för nationalekonomin som vetenskap är att det förekommer formellt genomarbetade teoretiska modeller, ofta av relativt hög abstraktionsnivå, samt att den förbindelse som etablerats mellan dessa modeller och faktiska ekonomiska system i allmänhet är av en relativt allmän karaktär. Det är de allmänna egenskaperna hos de ekonomiska systemen som återkommer i modellen, medan de specifika egenskaperna utelämnas, antingen i brist på kunskap om dem över huvud taget eller i övertygelsen om att iakttagna egenskaper är av tillfällig natur.

Det finns ett samband mellan specifikation och giltighet. Ju mindre specifikation, desto större är möjligheten att modellens utsagor ej skall strida mot observerade fakta. Genom en låg grad av specifikation uppnås därför stor giltighet hos modellen och därur härledda utsagor.[1] Å andra sidan föreligger alltid från principiell vetenskaplig synpunkt ett självklart önskemål om utsagor med både stor giltighet och hög specifikation. Samtidigt finns ett omfattande behov av att använda befintliga modeller i speciella situationer för förklaring eller förutsägelse, det senare ofta som underlag för handlande. Därvid är en allmän förbindelse mellan modell och faktiskt system ofta icke tillräcklig. För att en speciell händelse skall kunna förklaras eller förutsägas krävs en relation mellan händelser av detta slag och andra händelser. En sådan relation, på vilken således särskilda krav på specifikation är aktuella, kan vara härledd ur eller vara grundad på den abstrakta modellen. Detta betyder i och för sig icke att varje term inom modellen måste ges en direkt empirisk innebörd. I princip är det tillräckligt att de storheter mellan vilka relationen gäller preciseras så att deras empiriska motsvarigheter kan identifieras.[2]

Svårigheten att förena vidsträckt giltighet med hög specifikationsgrad

[1] Tankegången bakom detta framgår bättre av följande: Ett påstående om $y=2x$ har högre specifikationsgrad än ett påstående om $y=f(x)$; »alla gymnasister i Sverige läser engelska och franska» har högre specifikationsgrad än »alla gymnasister i Sverige läser främmande språk». Allmänt gäller för två påståenden $(\forall x \in A_1)\ P_1x$ och $(\forall x \in A_2)\ P_2x$ att de har samma specifikationsgrad om $P_1x \Leftrightarrow P_2x$, och att det första har högre specifikationsgrad än det andra om $P_1x \Rightarrow P_2x$ och de icke har samma specifikationsgrad. Jfr K. R. Popper, *The Logic of Scientific Discovery*, London 1959, s. 121 ff. Det som här kallas specifikationsgrad kallas hos Popper *degree of precision*. Popper definierar dessutom *level of universality* med utgångspunkt i mängderna A_1 och A_2. De båda påståendena har samma universalitet om A_1 och A_2 är lika. Det första påståendet har högre universalitet än det andra om A_1 innehåller A_2 som en äkta delmängd. Med giltighet avses överensstämmelse mellan påstående och observationer. Giltigheten sammanhänger uppenbarligen med specifikationsgraden så att en lägre specifikationsgrad ej kan göra ett giltigt påstående ogiltigt men väl tvärtom. Giltighet kan därför ofta uppnås genom en sänkning av specifikationsgraden. Dessutom sammanhänger giltigheten med universaliteten. En minskning av universaliteten kan aldrig göra ett giltigt påstående ogiltigt men väl tvärtom. Det är ett självklart önskemål inom vetenskapen att formulera giltiga påståenden med hög specifikationsgrad och hög grad av universalitet.

[2] Jfr B. Höglund, Form och fakta i ekonomisk teori, *Ekonomisk Tidskrift*, 1955.

leder naturligtvis till kompromisser. Om vidsträckt giltighet är det som främst eftersträvas så måste en låg specifikationsgrad accepteras. Om hög specifikationsgrad av någon anledning är det primära, så kan kravet på vidsträckt giltighet icke sättas så högt. I det senare fallet kan faktorer av annan och mera praktisk art tillkomma. Om kravet på hög specifikationsgrad innebär att storheter inom modellen skall tilldelas numeriska värden som uppskattats på grundval av observationer, så begränsas möjligheterna av den aktuella tillgången på empiriska data. Detta kan leda till att uppskattningen avser en annan modell än den man egentligen skulle ha önskat. Det teoretiskt önskvärda måste vika för det praktiskt möjliga.

Det sistnämnda fallet är av intresse genom att det beskriver en situation som ofta är aktuell. Det leder till en rad problem som alla har att göra med sambandet mellan specifikationsgrad och giltighet. Ett sådant problem är hur den erhållna modellen förhåller sig till en mera grundläggande och från teoretisk synpunkt mera tillfredsställande. Ett annat är under vilka förutsättningar den erhållna modellen kan ersätta den ursprungliga. Ett tredje är hur stor en avvikelse kan väntas bli mellan de båda modellerna. Det är problem av dessa slag som denna studie avser.

Utgångspunkten är en ekonomisk modell vars mest genomarbetade del utgörs av en produktionsmodell. Studien avser främst denna produktionsmodell. Den finns beskriven i kapitel II, och där diskuteras också hur produktionsmodellen kan infogas som element i två olika slag av modeller för hela det ekonomiska systemet. Till typen är produktionsmodellen en allmän linjär aktivitetsmodell med ett antal varor och primära produktionsprocesser och där produktionsaktiviteten antas bli utövad inom företag (eller anläggningar). Det förutsätts att modellen är realistisk i den meningen att om dess parametrar kunde ges korrekt uppskattade numeriska värden och den kunde användas på det sätt som beskrivs i kapitel II, så skulle utsagor som görs på grundval av modellen visa en god överensstämmelse med observationer av det faktiska systemet. Modellen skulle med andra ord vara acceptabel när det gäller såväl giltighet som specifikation.

En svaghet med denna primära modell är emellertid att det för närvarande icke är praktiskt möjligt att uppskatta numeriska värden på dess parametrar. Detta sammanhänger med karaktären av de empiriska data som finns tillgängliga beträffande verksamheten inom det faktiska ekonomiska systemet. I kapitel III beskrivs den aktuella situationen i Sverige i detta hänseende, och detta tas sedan till utgångspunkt för den följande diskussionen. Det visas hur tillgängliga data kan användas till att uppskatta numeriska värden för kombinationer av primära processer i stället för enskilda primära processer. Sådana kombinationer kallas härledda processer, och de bildar tillsammans en härledd modell. Medan den ursprungliga modellen ger relationer mellan aktivitetsnivåer för primära processer och slutprodukt och åtgång av enskilda varor, ger den härledda modellen relationer mellan totalproduktion av varugrupper, som också anger aktivitetsnivåer för härledda processer, och slutprodukt och åtgång av varugrupper. Dessa senare relationer kan direkt sammankopplas med observerade relationer, något som tidigare betecknades som nödvändigt när det gäller förklaring eller förutsägelse av speciella händelser.

Problemet är då under vilka förutsättningar sådana härledda processer kan ersätta de primära processerna vid användning av produktionsmodellen. Om detta är möjligt, så att resultat som erhålls med hjälp av de härledda processerna blir desamma eller åtminstone icke strider mot resultat som erhålls med hjälp av de primära processerna, säges de härledda processerna bilda en konsistent härledd modell. I kapitel IV undersöks villkoren för att sådan konsistens skall föreligga. Det visas att konsistens föreligger då sådana primära processer som kombineras till en härledd process antingen utnyttjas i ett konstant inbördes förhållande eller har samma förhållande mellan input och output. Härledda processer med endera av dessa egenskaper kallas stabila.

En härledd modell erhålls från den ursprungliga genom aggregation av varor, processer och anläggningar. Den empiriska anknytningen av den primära modellen leder således automatiskt till ett aggregationsproblem. Denna typ av problem har i litteraturen diskuterats utifrån mera allmänna förutsättningar och har då formulerats på olika sätt. I detta speciella fall är utgångspunkten en mikroteori i mikrovariabler, makrovariabler definierade i termer av mikrovariabler och en makroteori i makrovariabler. Problemet är när makroteorin är konsistent med mikroteorin. Det visar sig att det mest kritiska är aggregationen över processer, medan aggregationen över varor och anläggningar blir kritiska endast vid undersökning av jämviktslägen. Kapitel IV avslutas sedan med en vidare diskussion om hur aggregationen över varor och processer påverkar specifikation och giltighet.

I kapitel V förenas de båda linjer som följts i kapitel III respektive kapitel IV, nämligen å ena sidan möjligheten att uppskatta härledda processer och å andra sidan villkoren för att dessa skall bilda en konsistent härledd modell. Kombineras uppskattningsmetoder och konsistensantaganden och utförs uppskattningen erhålls en härledd produktionsmodell med numeriska värden på parametrarna. Denna produktionsmodell blir en input-output-modell av vanlig (öppen) typ, i vilken varor ersatts av varugrupper och primära processer av härledda processer. Det visas hur denna produktionsmodell passar in i den allmänna modell för det ekonomiska systemet som beskrivs i kapitel II. I kapitel V undersöks också vilka konsekvenser konsistensvillkoren får för den varugruppering som bör väljas för input-output-modellen. Det är därvid stabilitet hos härledda processer som är det väsentliga, eftersom detta kan sättas i direkt förbindelse med observerbara egenskaper hos det aktuella produktionssystemet.

Genom det beskrivna förfarandet erhålls en produktionsmodell med numeriska värden på parametrarna och i den meningen en hög specifikationsgrad. Detta ger samtidigt möjlighet till att på ett mera preciserat sätt undersöka giltigheten. Det som påverkar denna är aggregationen av varor och processer. Varje input-output-modell uppfattas som erhållen genom aggregation av en mera grundläggande produktionsmodell, och det ligger alltid en viss godtycklighet i valet av aggregationsnivå och varugruppering. En uppfattning om aggregationens betydelse kan därför erhållas genom en jämförelse av input-output-modeller med olika aggregationsnivåer. Aggregation inom input-output-modeller behandlas i kapitel V, och detta kan ske i direkt anslutning till den tidigare diskussionen om aggregation inom mera allmänna aktivitetsmodeller. I slutet av kapitlet diskuteras också hur en undersökning av aggregationen kan genomföras. Den valda metoden är att aggregera en given modell i två steg, beräkna jämförbara resultat från de olika modellerna och pröva konsistensen.

I kapitel VI redogörs för varugrupperingen i tre input-output-modeller med 127, 33 respektive 13 producerade varugrupper och härledda processer, vilka senare blir föremål för undersökning. Vidare ges en förteckning över 25 olika slag av slutlig efterfrågan för vilka de aktuella talen för 1957 är kända genom observation och som används i undersökningen.

Giltigheten för en härledd modell beror i och för sig på om konsistensvillkoren är uppfyllda eller ej, och den är alltid giltig om de härledda processerna är stabila. Men eftersom ingen aktuell varugruppering kan väntas leda till att stabilitetsvillkoren uppfylles exakt, blir det intressanta problemet icke bara att avgöra huruvida härledda processer är stabila eller ej, utan även att studera vilken effekt ett avsteg från stabilitet har för konsistensen och vidare, om konsistens ej föreligger, att försöka få en uppfattning om avvikelsernas betydelse vid en given varugruppering. Detta leder först till problemet att på ett relevant sätt mäta storleken på de avvikelser som uppstår genom aggregation av en given modell till en annan modell med ett mindre antal producerade varugrupper och härledda processer. Det mått som väljs är summan av absoluta avvikelser för varje varugrupp dels i absoluta termer och dels i procent av total indirekt åtgång. Sådana mått beräknas för slutprodukt av varje särskild varugrupp för sig och för de nyss nämnda 25 slagen av slutlig efterfrågan 1957. Resultaten redovisas i kapitel VII, och där ges också några sammanfattande mått för avvikelserna mellan varje par av de tre modellerna. Kapitlet avslutas med att några särskilda drag i de konstaterade avvikelserna betonas och kommenteras.

Med måtten på avvikelserna givna återstår problemet att bedöma huruvida avvikelserna mellan olika modeller, som skiljer sig åt endast beträffande aggregationsnivån, är av en sådan storleksordning att de kan ha betydelse vid en användning av modellerna. Ehuru detta är ett problem som i sista hand måste avgöras av den som ämnar använda dem, görs ett försök att belysa problemet. Det sker genom en jämförelse mellan här funna avvikelser och avvikelser som konstaterats föreligga mellan en input-output-modell och observerade relationer mellan slutlig efterfrågan och totalproduktion. Eftersom inga sådana observationer finns tillgängliga för Sverige, används i stället en test av input-output-modellen för USA 1947. Detta sker i kapitel VIII. Resultatet av denna jämförelse är, att de fel som uppstår genom aggregationen kan vara av en sådan storleksordning att de förklarar en väsentlig del av avvikelser mellan modell och observationer.

KAPITEL II

Den primära modellen

A. INLEDNING

I detta kapitel presenteras en modell över det ekonomiska system undersökningen avser. Denna modell kommer att utgöra en grundval för diskussionen i efterföljande kapitel. Två synpunkter har varit väsentliga vid valet av modellens egenskaper. Den ena är att modellen skall vara hämtad från eller åtminstone överensstämma med etablerad ekonomisk teori. Den andra är att den i första hand skall vara lämpad för studium av produktionstekniska problem inom det ekonomiska systemet. Denna senare synpunkt har lett till att huvudvikten är lagd vid en produktionsmodell som en del av en mera omfattande ekonomisk modell. Det finns således detaljerade antaganden beträffande produktionen, medan övriga slag av verksamhet är representerade genom mera allmänna antaganden beträffande efterfrågan och utbud.

Början görs med en presentation av produktionsmodellen i avsnitt B. En utgångspunkt har därvid varit Tjalling C. Koopmans grundläggande studier av linjära produktionsmodeller. Framställningen bygger i centrala delar på hans »Analysis of Production as an Efficient Combination of Activities» i *Activity Analysis of Production and Allocation* och »Allocation of Resources and the Price System» i *Three Essays on the State of Economic Science*.[1]

I avsnitt C införs antaganden beträffande efterfrågan och utbud, och därefter definieras jämvikt, som omfattar både marknader och företagens

---

[1] Tj. C. Koopmans (Ed.), *Activity Analysis of Production and Allocation*, New York 1951, och Tj. C. Koopmans, *Three Essays on the State of Economic Science*, New York 1957.

vinst. Avsnittet avslutas med en diskussion av konsekvenserna av jämvikt för värdet av produkten.

I avsnitt D är utgångspunkten den omvända; det diskuteras vad maximering av produkten medför beträffande jämvikt. Därvid utnyttjas i stor utsträckning olika teorem från linjär programmering, framför allt om förhållandet mellan två duala problem.

En del av analysen i avsnitten C och D följer samma linjer som finns i Chapter Three av *The Theory of Linear Economic Models* av D. Gale,[1] där en liknande modell behandlas. Resultaten stämmer naturligtvis överens i tillämpliga delar.

Vår modell skiljer sig emellertid på ett par punkter från den som förekommer hos Gale. Gales modell upptar en särskild mängd processer för varje företag, medan vår modell innehåller en total mängd inom vilken varje företag i princip kan välja. Vidare innehåller Gales modell explicit endast sådana varor som används som produktionsinsats. Han skiljer på två slag, sådana som är bundna till enskilda företag (plant capacity) och övriga (resources). Bland de senare ingår både producerade (intermediate goods) och icke producerade (primary goods). Det förekommer inga varor som används utanför produktionen och ej heller sådana som används både i produktionen och utanför. För våra syften är även dessa varor väsentliga och vår modell tar därför explicit med dem. Eftersom Gales modell icke innehåller varor som lämnar produktionen kan den icke innehålla uttryck för efterfrågan på sådana varor. Vi önskar placera in produktionsmodellen i en vidare ekonomisk modell och kompletterar därför produktionsmodellen med antaganden om efterfrågan på produkten och utbud av vissa primära varor. I det senare hänseendet överensstämmer vår modell med den som behandlas i Chapter 13 av *Linear Programming and Economic Analysis* av R. Dorfman, P. A. Samuelson och R. M. Solow.[2] Deras modell innehåller emellertid icke varor som är bundna till enskilda företag (plant capacity hos Gale) och icke heller varor som produceras och används i produktionen (intermediate goods). Förhållandet mellan jämvikt och maximal slutpro-

---

[1] D. Gale, *The Theory of Linear Economic Models,* New York 1960.

[2] R. Dorfman, P. A. Samuelson & R. M. Solow, *Linear Programming and Economic Analysis,* New York 1958.

dukt blir därför mera komplicerat i vårt fall än för de två nämnda modellerna, och i förhållande till Gales modell tillkommer dessutom problemet om existens av jämvikt då hänsyn tas till efterfrågan på produkten. Vid diskussionen av detta problem i avsnitt E följer vi i stor utsträckning Dorfman, Samuelson och Solow.

Det är att lägga märke till att vi använder termerna »resurser» och »primära varor» med något annan innebörd än vad Gale använder motsvarande engelska termer.

B. PRODUKTIONSSYSTEMET

Utgångspunkten för den följande diskussionen är ett *ekonomiskt system,* i vilket ett antal varor och tjänster är föremål för produktion eller förbrukning eller bådadera. Ett sådant system kan hänföra sig till ett geografiskt område, en organisation eller över huvud taget ha den begränsning som kan vara aktuell.

Varor och tjänster skall med en gemensam beteckning kallas *varor.* En del av verksamheten inom det ekonomiska systemet består i framställning av varor. Den del av systemet där denna verksamhet förekommer skall kallas dess *produktionssystem.* Den uppgift som närmast behandlas är att i en *produktionsmodell* sammanfatta de egenskaper hos produktionssystemet som betraktas som realistiska och relevanta. De grundläggande egenskaperna hos modellen hänför sig till varor och metoder för framställning av varor.

De varor som förekommer inom det ekonomiska systemet kan antingen vara framställda inom dess produktionssystem under den aktuella produktionsperioden eller tillförda systemet på annat sätt. Den förra typen kallas *producerade varor,* den senare *primära varor.* Tillgången på producerade varor är då beroende av verksamheten inom produktionssystemet medan något sådant samband icke föreligger för primära varor.

Produktionen sker inom *företag.* Med hänsyn till företagen kan de primära varorna delas på två slag. Å ena sidan sådana som under den aktuella perioden är fast knutna till något företag. Dessa skall kallas *kapaciteter.* Å andra sidan sådana om vilka företagen konkurrerar sinsemellan på en marknad. Dessa kallas *resurser.*

Vid varje tidpunkt existerar en viss mängd teknisk kunskap och utrustning, vilka tillsammans ger möjlighet att utnyttja olika produktionsmetoder för framställning av varor. Med *process* avses en sådan produktionsmetod. Det antas att processerna kan utnyttjas i olika nivåer och i kombination med varandra. Varje särskilt utnyttjande av en eller flera processer kallas en *aktivitet.* Distinktionen mellan process och aktivitet motsvarar således skillnaden mellan å ena sidan en produktionsmetod som ett möjligt sätt att framställa varor och å andra sidan ett visst utnyttjande av produktionsmetoder.

Varje aktivitet innebär att bestämda mängder av förekommande varor produceras eller förbrukas, och en aktivitet kan därför beskrivas med ett tal för varje vara som anger denna produktion eller förbrukning. Ett positivt tal anger då att aktiviteten medfört en nettoproduktion av varan i fråga, ett negativt tal att den medfört en nettoåtgång, och talet noll att produktion och åtgång varit lika. Produktion skall också kallas *output* och åtgång *input* av varorna i aktiviteten. Det är karakteristiskt för denna studie att sådana tal för output och input, ett för varje vara, betraktas som en relevant beskrivning av en given aktivitet.

Den nivå i vilken en process utnyttjas kallas *aktivitetsnivå.* För varje process väljes en enhetsnivå, som kan definieras på olika sätt.[1] Utnyttjandet av en process vid enhetsnivå utgör en aktivitet, och processens enhetsnivå motsvaras av dess *enhetsaktivitet,* så att det för varje process finns en enhetsaktivitet.

För processerna gäller två fundamentala egenskaper. Den ena är *additivitet.* Det gäller här möjligheten att utnyttja två eller flera processer samtidigt. Modellen är sådan att detta är möjligt och processerna är oberoende av varandra i den meningen att produktionstekniken för en given process är oberoende av om andra processer utnyttjas samtidigt eller ej. Den är vidare oberoende av den särskilda användning som är avsedd för den vara eller de varor som tillverkas med hjälp av proces-

[1] Jfr kapitel III, s. 56.

sen. Egenskapen kan formuleras så: Om två processer utnyttjas samtidigt, så är resultatet för varje vara lika med summan av output och input för varan vid utnyttjandet av de enskilda processerna.

Den andra egenskapen är *proportionalitet* mellan input och output. Den innebär att varje process kan utnyttjas i olika skala eller nivå med oförändrad relation mellan input och output. Om således en process är möjlig för en aktivitet med speciella värden på input och output, så är den möjlig för varje annan aktivitet som skiljer sig från den ursprungliga genom att varje input och output multipliceras med samma icke-negativa faktor.

Processerna kan alltså kombineras med varandra i olika relationer vad beträffar aktivitetsnivåerna. Varje sådan kombination skall också kallas process. Det skall antas att det finns ett begränsat antal processer som icke kan uttryckas som kombinationer av andra processer. Dessa skall kallas *primära processer* till skillnad från övriga som kallas *härledda processer.* För varje primär process finns en enhetsaktivitet, och denna skall kallas *primär aktivitet.* I det följande skall en primär process representeras med motsvarande primära aktivitet.

Varje aktivitet innebär att processerna utnyttjas i en särskild kombination och den kan därför uttryckas som en positiv linjär kombination av de primära aktiviteterna. En sådan kombination kan i sin tur uttryckas som en konvex linjär kombination av de primära aktiviteterna multiplicerad med en icke-negativ faktor. Detta motsvaras av två moment som kan urskiljas beträffande varje aktivitet, nämligen dels en kombination av de primära processerna, dels en skala för utnyttjande av denna kombination. Mot varje aktivitet svarar alltså en process, som kan vara primär eller härledd, och ovan nämnda konvexa kombination anger enhetsnivån för denna process.

En fråga som blir aktuell i det följande är om det är möjligt att av härledda processer bilda en *härledd modell* som kan ersätta den primära modellen genom att resultat som erhålls från den överensstämmer med eller åtminstone icke strider mot resultat som erhålls från den primära. Man uppnår då två fördelar. För det första kringgår man problemet att uppskatta numeriska uttryck för de primära processerna, vilka i praktiken ofta är oåtkomliga för direkt observation. För det andra kan man minska de aktuella processernas antal, vilket även underlättar handhavandet av modellen. En härledd modell med sådana egenskaper skall kallas en *konsistent härledd modell.*

Vi skall icke här ge någon exakt definition av konsistens för en härledd modell. Därtill återkommes i kapitel IV. Det är emellertid uppenbart att konsistensen har att göra med egenskaper hos de härledda processer varav modellen är sammansatt, så att om dessa är *stabila* i någon form så bildar de en konsistent härledd modell. När det gäller att närmare precisera innebörden av sådan stabilitet ligger det nära till hands att anknyta till det tidigare beskrivna sättet att uttrycka en aktivitet med en konvex linjär kombination av primära aktiviteter och en icke-negativ faktor och säga att en process är stabil för en given verksamhet, om alla aktiviteter som utövas inom verksamheten på detta sätt svarar mot samma konvexa kombination. Därmed knyts stabiliteten direkt till den inbördes relation i vilken de primära processerna utnyttjas inom verksamheten. Stabilitet innebär att denna relation är konstant. Emellertid beskrivs ju en aktivitet av tal för output och input av förekommande varor, och en relevant innebörd av stabilitet erhålls då genom att knyta definitionen direkt till dessa tal. Med denna utgångspunkt skall vi säga att en verksamhet har en stabil process, om för samtliga aktiviteter som utövas inom verksamheten gäller en konstant relation mellan output och input. Denna input-output-relation definierar då en stabil process för verksamheten. Om det därvid är aktuellt att output och input specificeras i olika grad kommer stabiliteten att bli beroende av den valda specifikationsgraden. Med verksamhet avses då exempelvis produktion av en särskild vara eller särskild grupp av varor, produktion inom ett särskilt företag eller särskild anläggning eller en särskild grupp av företag eller anläggningar.

Utövandet av aktiviteter medför att primära varor åtgår och att producerade varor produceras och åtgår. Möjligheten att utöva aktiviteter är därför beroende av tillgängliga mängder av varorna. Beträffande resurser antas att den tillgängliga mängden är given för hela systemet utan begränsning till företag, beträffande kapaciteter att den tillgängliga mängden är given för varje enskilt företag, samt beträffande producerade varor att det icke finns någon tillgänglig mängd som ej härrör från aktiviteten under den aktuella perioden. Beträffande resurserna kommer senare särskilda antaganden att göras beträffande tillgångens art.

Därmed är de allmänna förutsättningarna för produktionen givna. De är uttryckta i termer med anknytning till produktionstekniska och institutionella storheter, varigenom modellen får en bestämd innebörd. För många problem är det emellertid lämpligt att bortse från denna speciella innebörd hos modellen och lägga huvudvikten på dess formella egenskaper. Väsentligt är därvid att dessa formella egenskaper gör det möjligt att beskriva utövandet av aktiviteter med hjälp av transformationer mellan olika vektorrum. Detta skall utnyttjas i fortsättningen på så sätt att diskussionen växelvis förs i »ekonomiska» termer, varvid utgångspunkten således är den nyss givna beskrivningen av modellen, och i »logiska» termer, varvid bortses från den ekonomiska innebörden och endast den formella sidan betraktas. Hela tiden finns naturligtvis en bestämd korrespondens mellan de olika betraktelsesätten så att en översättning från det ena till det andra är möjlig. Lämplighetsskäl avgör vilketdera som används.

Det antas nu att det finns bestämda antal varor, processer och företag; dessa antal skrivs

μ primära varor
varav
μ_1 resurser
μ_2 kapaciteter
ν producerade varor
τ primära processer
σ företag.

Vidare antas, tills vidare, att resurserna är givna. De tecknas med en vektor ϱ som är ett element i ett vektorrum V_{μ_1}.

Kapaciteterna är givna för varje företag. De tecknas med en vektor $\varkappa^{(h)}$ för företag (h). $\varkappa^{(h)}$ är ett element i ett vektorrum V_{μ_2}.

Aktivitetsnivåerna för ett företag (h) tecknas med en vektor $\lambda^{(h)}$ och de totala aktivitetsnivåerna med en vektor λ, varvid gäller

$$\lambda = \sum_{(h)=1}^{\sigma} \lambda^{(h)} \cdot \lambda^{(h)} \text{ och } \lambda \text{ är element i ett vektorrum } V\tau.$$

De primära aktiviteterna tecknas med tre matriser $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ och $\mathcal{C}$, vilka tur och ordning hänför sig till producerade varor, resurser och kapaciteter För en möjlig total aktivitet inom systemet gäller då följande:

$$\mathcal{A}\lambda \geqq 0 \qquad \text{(II: 1)}$$
$$-\mathcal{B}\lambda \leqq \varrho \qquad \text{(II: 2)}$$
$$-\mathcal{C}\lambda^{(h)} \leqq \varkappa^{(h)} \qquad (h) = 1, 2, \ldots, \sigma \qquad \text{(II: 3)}$$
$$\lambda^{(h)} \geqq 0. \qquad (h) = 1, 2, \ldots, \sigma. \qquad \text{(II: 4)}$$

$\lambda^{(h)}$ och λ är vektorer i V_τ. $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ och $\mathcal{C}$ bildar tillsammans en linjär transformation från V_τ till $V_{\mu+\nu}$. Denna transformation är uppdelad på de tre transformationerna $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ och $\mathcal{C}$ från V_τ till de tre delrummen V_ν, V_{μ_1} och V_{μ_2} av $V_{\mu+\nu}$. $\mathcal{A}\lambda$, $\mathcal{B}\lambda$ och $\mathcal{C}\lambda^{(h)}$ är vektorer i V_ν, V_{μ_1} respektive V_{μ_2}. Motsvarigheten till att producera, utöva en aktivitet och utnyttja processer är här att välja en vektor λ i V_τ. (II: 1)—(II: 4) anger de begränsningar som gäller för en möjlig total aktivitet inom systemet.

(II: 1) hänför sig till de ν producerade varorna. Tänker man sig att produktionsmodellen representerar produktionssystemet inom ett land, exempelvis Sverige, är det alltså fråga om varor som produceras inom landet. Varje vara uppträder som output inom åtminstone en process och kan uppträda som input inom en eller flera av övriga processer. Varje komponent i vektorn $\mathcal{A}\lambda$ kommer då att utgöra skillnaden mellan output och input av en särskild vara vid en given aktivitet. De producerade varorna kan vara av olika slag med hänsyn till användning. För det första kan de användas som insats inom produktionssystemet, dvs. förekomma som input inom någon utnyttjad process. För ett lands, såsom Sveriges, produktionssystem kan detta exemplifieras med sådana varor som malm, tackjärn, kullager, timmer, pappersmassa o.d. För det andra kan de åtgå för något ändamål utanför produktionssystemet. Här kan nämnas hushållsapparater, matvaror, drycker o.d. produkter som förbrukas inom de privata hushållen. För det tredje kan det förekomma kombinationer av dessa två fall, således varor som används både som insats inom produktionen och som förbrukning inom hushållen. Papper, ägg, mjölk, socker, mjöl är exempel härpå.

Varje komponent i vektorn $\mathcal{A}\lambda$ utgör nettoresultatet med hänsyn till motsvarande vara vid den givna aktiviteten. Den mängd av varje vara som anges av komponenten skall kallas för *slutprodukt* för varan vid den givna aktiviteten. Det finns således en slutprodukt för varje vara, men termen skall också användas som beteckning för samlingen av slutprodukter för de enskilda varorna. Då av sammanhanget klart framgår vilken användning som avses kommer den icke att anges särskilt. Slutprodukten skall ibland betecknas med en vektor η i stället för med $A\lambda$.

Om nu för varje producerad vara gäller att den icke kan erhållas på annat sätt än genom produktion inom systemet, så måste gälla att endast sådana aktiviteter är möjliga för vilka slutprodukten icke har negativt värde. Detta begränsar således de värden som kan antas av aktivitetsnivåerna $\lambda^{(h)}$, och detta har uttryckts i (II: 1).

(II: 2) hänför sig till resurser, det ena slaget av primära varor. För ett lands vidkommande gäller det framför allt arbetskraft, men också naturtillgångar av olika slag och importerade varor. Eftersom resurserna icke produceras inom systemet, är den aktuella tillgången på dem oberoende av verksamheten inom systemet. Samtidigt sätter naturligtvis denna tillgång en gräns för möjligheterna att utöva olika aktiviteter. Denna gräns innebär att endast sådana aktiviteter är möjliga, för vilka den totala åtgången av varje särskild resurs ej överstiger den totala tillgången. Detta uttrycks i (II: 2).

(II: 3) hänför sig till det slag av primära varor som kallats kapaciteter, alltså sådana som för den aktuella perioden är fast knutna till de enskilda företagen. Det är här fråga om tekniska anläggningar, maskinutrustning o.d. Modellen utesluter icke att sådana varor kan produceras inom systemet, och de liknar i detta hänseende de producerade varorna. Vid varje tidpunkt finns en given tillgång på dessa varor, men det antas att denna tillgång ej kan förändras under en period. Detta är anledningen till att de betraktas som primära. För varje period sätter således den aktuella tillgången på och fördelningen av kapaciteter en bestämd gräns för de aktiviteter som kan utövas av de enskilda företagen. Detta anges av (II: 3).

(II: 4) slutligen säger att inga negativa aktivitetsnivåer tillåts. Produktionen är en irreversibel process.

Varje utnyttjande av processerna motsvaras av att variablerna λ antar särskilda värden. För λ som uppfyller villkoren (II: 1)—(II: 4) skall sägas att de utgör *möjliga* lösningar. Huruvida det existerar möjliga lösningar beror av egenskaperna hos input-output-relationerna (dvs. $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ och $\mathcal{C}$) tillsammans med tillgången på primära varor (ϱ och $\varkappa^{(h)}$). Det kritiska är därvid om $\mathcal{A}\lambda \geqq 0$ har en semi-positiv lösning λ. Ty om $\bar{\lambda}$ är en sådan lösning, så är även $\theta\bar{\lambda}$, där θ är ett positivt tal, och θ kan då ges ett så litet värde att även (II: 2) och (II: 3) uppfylls (naturligtvis under den rimliga förutsättningen att det finns en positiv tillgång på varje berörd primär vara). Villkoren för existens av lösning behandlas av Gale, a.a., s. 49, och Dorfman, Samuelson och Solow, a.a., s. 215 och 219 f. En formell innebörd av villkoret ses lätt i vår figur på sidan 43; den är att lutningen i förhållande till η_2-axeln är större för halvlinjen L_1 än för halvlinjen L_2. De sistnämnda författarna ger en ekonomisk tolkning av villkoret: Produktion av en enhet av en given vara måste kunna ske så att den sammanlagda åtgången av varan inom alla processer som berörs av aktiviteten ej överstiger en enhet. Vid studiet av ett faktiskt system, för vilket det antas att modellens förutsättningar är uppfyllda, måste det naturligtvis förutsättas att möjliga lösningar existerar. Motsatsen skulle ju innebära att produktion icke vore möjlig. Lika rimligt är det att anta att det existerar mer än en lösning och att bland dessa ingår sådana med positiv slutprodukt.

Existensen av mer än en möjlig lösning innebär att mer än en produktionsmöjlighet föreligger och detta leder omedelbart till frågan vilken av dessa möjligheter som kommer att inträffa. Detta är naturligtvis exempel på ett centralt problem, man kan nästan säga det centrala problemet, inom den ekonomiska vetenskapen. Allmänt kan sägas att svaret på denna fråga är beroende av arten av det ekonomiska system inom vilket det studerade produktionssystemet förekommer som en del.

Ett sätt att besvara denna fråga är att utgå från marknaderna där varorna utbjuds och efterfrågas samt formulera villkor för att jämvikt skall råda. Utbuds- och efterfrågefunktioner kan därvid antingen uppfattas som givna eller härledas från mera grundläggande antaganden beträffande de ekonomiska subjektens handlande. Ett annat sätt är att utgå från att bland de existerande möjligheterna den utväljs som från någon relevant synpunkt utgör den bästa. Det är därvid intressant att de båda sätten att besvara frågan leder till resultat som uppvisar korrespondens på viktiga punkter. Vi skall här diskutera båda dessa alternativ.

C. JÄMVIKTSSYSTEM

I det följande skall diskuteras två alternativa principer för val mellan olika produktionsmöjligheter inom systemet sådana dessa representeras av möjliga lösningar till (II: 1)—(II: 4). I det ena alternativet tänks valet ske via marknader och de enskilda företagens individuella handlande, i det andra genom beslut av någon central myndighet. Början görs med jämviktssystemet.

Det har redan antagits att produktionen sker inom företag. Dessa antas uppträda på ett sätt som allmänt kan karakteriseras på följande sätt. De köper olika varor och använder dem som insatser i sin produktion. I produktionen utnyttjas tillgängliga processer i en omfattning som för varje företag begränsas av restriktionerna i (II: 3). De producerade varorna säljs på marknaden. I denna verksamhet söker företagen uppnå största möjliga vinst, dvs. största möjliga skillnad mellan intäkter för sålda mängder och kostnader för köpta mängder. Därvid uppfattar de priserna på samtliga varor som givna och oberoende av deras egna åtgärder.

Inom det ekonomiska systemet finns två slag av varor som är föremål för köp och försäljning, och i anslutning därtill skall skiljas mellan två slag av marknader, nämligen marknaden för resurser och marknaden för producerade varor. Det har redan berörts hur företagen kommer i beröring med dessa båda marknader. Genom företagens uppträdande kommer det att på marknaden för resurser finnas en efterfrågan på varor och på marknaden för producerade varor såväl ett utbud som en efterfrågan på varor. Det återstår att ange utbud på resursmarknaden och annan efterfrågan än företagens på marknaden för producerade varor.

Det antas att det inom det ekonomiska systemet finns innehavare av resurser som utbjuder dem på resursmarknaden. Utbudet antas vara en funktion av priset på samtliga marknadsförda varor och av vinsten inom företagen. Funktionerna antas vara kontinuerliga och homogena av 0:e graden samt definierade för alla uppsättningar av priser och vinster. Vidare antas att funktionen för varje resurs är växande för variationer i priset på denna resurs $\left(\frac{\partial \varrho_k}{\partial \omega_k} > 0\right)$. Utbudet kan då tecknas på följande sätt, där π är priser på producerade varor, ω är priser på resurser och $v^{(h)}$ hänför sig till vinsten inom företagen:[1]

$$\varrho = \varrho(\pi, \omega, v^{(h)}). \tag{II: 5}$$

Detta är en vektor i V_{μ_1}.

Sammanställs detta uttryck med uttrycket för efterfrågan inom produktionssystemet, som är $\mathcal{B}\lambda$, erhålls följande uttryck för efterfrågan och utbud på marknaden för resurser:

$$\mathcal{B}\lambda + \varrho\ (\pi, \omega, v^{(h)}). \tag{II: 6}$$

På marknaden för producerade varor kommer utbudet från företagen och är till sin storlek bestämt av produktionens omfattning enligt uttrycket $\mathcal{A}\lambda$. Efterfrågan kommer från två håll. Å ena sidan från företagen i den mån producerade varor förekommer som input i de utnyttjade processerna. Denna efterfrågan är innefattad i $\mathcal{A}\lambda$, som innehåller dels totalt utbud, dels efterfrågan inom produktionssystemet, och således anger nettoutbudet av producerade varor. Detta nettoutbud utgörs av slutprodukten. Å andra sidan antas det förekomma efterfrågan på producerade varor för andra ändamål än som produktionsinsats. Denna efterfrågan, som således riktar sig mot slutprodukten, skall kallas *slutlig efterfrågan*. Den sker för konsumtionsändamål, men även för investering. De subjekt som står bakom slutlig efterfrågan är då dels privata hushåll, dels företag och institutioner. Slutlig efterfrågan antas vara en funktion av priset på samtliga marknadsförda varor och av vinsten inom företagen. Funktionerna antas vara kontinuerliga och homogena av 0:e graden samt definierade för alla uppsättningar av priser och vinster. Vidare antas att funktionen för varje vara är avtagande för variationer i priset på denna vara $\left(\frac{\partial \delta_i}{\partial \pi_i} < 0\right)$. Slutlig efterfrågan kan då tecknas på följande sätt, där π, ω och $v^{(h)}$ har den nyss angivna innebörden:[1]

[1] Det framgår senare varför $v^{(h)}$ kan användas som beteckning för vinst. Se s. 37.

$$\delta = \delta(\pi, \omega, v^{(h)}). \tag{II: 7}$$

Detta är en vektor i V_ν. I konsekvens med det föregående anges efterfrågad mängd med negativt värde på δ.

Sammanställs nu uttrycket för utbud och efterfrågan inom produktionssystemet med detta uttryck för slutlig efterfrågan erhålls följande uttryck för totalt utbud och total efterfrågan:

$$A\lambda + \delta\ (\pi, \omega, v^{(h)}). \tag{II: 8}$$

Vi kan nu definiera jämvikt på marknaderna. Detta görs på ett numera traditionellt sätt med ett speciellt tillägg beträffande slutlig efterfrågan. Grundtanken är att jämvikt är ett läge som icke innehåller några tendenser till förändring. För att genomföra en analys härav är det nödvändigt att något beröra lägen där förändring förekommer och därmed också komma in på vissa rudimentära dynamiska aspekter. Det bör då påpekas att syftet härmed är endast att ge rimliga skäl för valet av definition, däremot icke att skapa en dynamisk teori.

Vi börjar med marknaden för resurser. Vid varje given tidpunkt kommer det att utbjudas en bestämd mängd och efterfrågas en bestämd mängd av varje vara. Om utbud och efterfrågan är lika råder jämvikt. Skulle efterfrågan vara större än utbudet kommer köparnas konkurrens att driva upp priset. Då inträffar två saker. Det blir mindre lönande att använda varan i produktionen och företagens efterfrågan tenderar att minska. Samtidigt ökar utbudet. Om ingen övre prisgräns finns kan därför jämvikt ej råda så länge efterfrågan är större än utbudet. Skulle å andra sidan efterfrågan vara mindre än utbudet för någon vara kommer konkurrensen mellan säljarna att pressa ned priset. Det blir mera lönande att använda varan i produktionen vilket medför att företagens efterfrågan ökar. Samtidigt minskar utbudet. Om negativa priser ej kan förekomma och priset sjunkit till noll, finns det uppenbarligen ingen tendens till förändring, även om efterfrågan skulle vara mindre än utbudet. Ett jämviktsläge kan alltså förekomma då efterfrågan är mindre än utbudet, men i så fall måste varans pris vara noll.

Villkoren för jämvikt på marknaden för resurser kan således tecknas på följande sätt:

$$\mathcal{B}\lambda + \varrho\,(\pi, \omega, v^{(h)}) \geqq 0 \qquad \text{(II:9)}$$

$$\sum_{j=1}^{\tau} \beta_{kj}\,\lambda_j + \varrho_k(\pi, \omega, v^{(h)}) > 0 \Rightarrow \omega_k = 0. \qquad \text{(II:10)}$$

Marknaden för producerade varor fungerar på i princip samma sätt. Om utbud och efterfrågan är lika råder jämvikt. Ett efterfrågeöverskott medför prisstegring och förändring av produktion, utbud och efterfrågan. Jämvikt kan alltså icke råda tillsammans med efterfrågeöverskott. Ett utbudsöverskott medför prissänkning och förändring så länge priset är positivt, däremot ej om priset är noll. Ett läge där utbudet är större än efterfrågan för en vara samtidigt som varans pris är noll innehåller ingen tendens till förändring (åtminstone icke under den studerade perioden) och kan därför inträffa i jämvikt.

Beträffande producerade varor tillkommer emellertid en särskild egenskap hos efterfrågan, som sammanhänger med att den totala efterfrågan är sammansatt av två delar: efterfrågan för insats i produktionen och slutlig efterfrågan. Antag att i en viss situation priset π_i gäller för vara i samt att utbudet av varan är mindre än den totala efterfrågan på varan. Efterfrågeöverskottet medför prisstegring, som leder till minskning av efterfrågan. Men ingenting säger att de båda slagen av efterfrågan reagerar lika kraftigt på prisstegringen, och om slutlig efterfrågan är den mest priskänsliga kan det inträffa att slutlig efterfrågan blir noll medan efterfrågan för produktionsinsats fortfarande är positiv. I ett sådant läge kommer hela produktionen att absorberas som insats i produktionssystemet. Det kan alltså råda jämvikt vid ett sådant pris på varan att slutlig efterfrågan är noll samtidigt som varan produceras. Detta förhållande skall utnyttjas i fortsättningen. Det markeras genom att priset π delas på två komponenter π^I och π^{II}, där π^I_i ej tillåts anta högre värde än det pris, säg π^0_i, som gör $\delta_i = 0$, då vinster och samtliga övriga priser är givna. Detta innebär att om $\pi^{II}_i > 0$, så är $\delta_i = 0$.[1]

[1] Det gäller alltså $\pi = \pi^I + \pi^{II}$, och (II: 5), (II: 6), (II: 7) kan också skrivas i enlighet därmed.

Villkoren för jämvikt på marknaden för producerade varor kan då tecknas på följande sätt:

$$\mathcal{A}\lambda + \delta\ (\pi^I + \pi^{II},\ \omega,\ v^{(h)}) \geqq 0 \tag{II: 11}$$

$$\sum_{j=1}^{\tau} \alpha_{ij}\,\lambda_j + \delta_i\ (\pi^I + \pi^{II},\ \omega,\ v^{(h)}) > 0 \Rightarrow \pi_i^I + \pi_i^{II} = 0 \tag{II: 12}$$

$$\pi_i^{II} > 0 \Rightarrow \delta_i\ (\pi^I + \pi^{II},\ \omega,\ v^{(h)}) = 0. \tag{II: 13}$$

För att hela systemet skall befinna sig i jämvikt måste jämvikt råda icke bara på marknaderna utan även inom de enskilda företagen i den meningen att de icke kan öka sin vinst genom en förändrad produktion. Sådan *total jämvikt* karakteriseras därför av att det råder jämvikt på båda slagen av marknader och att varje företag uppnår maximal vinst inom de begränsningar som ges av dess egen tekniska utrustning, tillgång på kapacitet inom företaget, och möjligheten att inköpa resurser på marknaden.

Två frågor beträffande ett sådant läge är av intresse. Den ena är huruvida modellen tillåter variabelvärden som ger total jämvikt, den andra är vad total jämvikt innebär för storleken av den totala produktionen inom systemet. Detta är i och för sig välbekanta problem som behandlats för olika modeller, och vi skall undersöka deras karaktär i denna speciella modell. Det visar sig att de två frågorna lämpligen diskuteras i kombination med varandra. Vi skall börja med att diskutera sambandet mellan jämvikt och total slutprodukt och därefter behandla problemet om existens av jämvikt.

Vinsten för ett företag definieras som skillnaden mellan intäkter för producerade och sålda varor och kostnader för köpta och förbrukade varor. För företag (h) erhålls följande uttryck för vinsten:

$$\sum_{j=1}^{\tau} \sum_{i=1}^{\nu} \lambda_j^{(h)} \alpha_{ij} (\pi_i^I + \pi_i^{II}) + \sum_{j=1}^{\tau} \sum_{k=1}^{\mu_1} \lambda_j^{(h)} \beta_{kj} \omega_k. \tag{II: 14}$$

Vi föredrar emellertid att skriva detta på ett annat sätt:

$$\langle \lambda^{(h)},\ {}^t\mathcal{A}\ (\pi^I + \pi^{II}) \rangle + \langle \lambda^{(h)},\ {}^t\mathcal{B}\omega \rangle. \tag{II: 15}$$

Här förekommer vad som ofta kallas en »skalärprodukt» av två vektorer, $\lambda^{(h)}$ och ${}^t\mathcal{A}\ (\pi^I + \pi^{II})$ respektive $\lambda^{(h)}$ och ${}^t\mathcal{B}\omega$. Man tänker sig då att vektorerna (parvis) ligger i samma rum. Emellertid är det från flera synpunkter lämpligt att uppfatta de två vektorerna i varje par som tillhörande *skilda* vektorrum, vilka då har samma dimension. Därmed undgår man att en punkt i ett givet vektorrum, såsom här, representerar antingen aktivitetsnivåer eller inkomststorheter, vilket uppenbarligen är en oklarhet vid den ekonomiska tolkningen. Detta är helt i överensstämmelse med den matematiska teorin för linjära rum, speciellt vad avser *duala* rum. Man kan nämligen, om man håller sig till det första paret av vektorer, uppfatta ${}^t\mathcal{A}\ (\pi^I + \pi^{II})$ som en linjär funktion med definitionsområde i V_τ och värdeförråd i R. Mängden av linjära funktioner med definitionsområde i V_τ och värdeförråd i R bildar själv ett vektorrum som har samma dimension som V_τ. Detta kallas det *duala* rummet till V_τ och tecknas V_τ^*. I ovanstående uttryck är alltså $\lambda^{(h)}$ en vektor i V_τ medan ${}^t\mathcal{A}\ (\pi^I + \pi^{II})$ och ${}^t\mathcal{B}\omega$ är vektorer i det duala rummet V_τ^*. Användningen av beteckningen »$\langle\, ,\ \rangle$» tjänar bl.a. syftet att markera att vektorerna tillhör duala rum.[1]

Den relation som råder mellan vektorrummen V_τ och V_τ^* är symmetrisk så att V_τ också är det duala rummet till V_τ^*, och de båda rummen är duala till varandra. Det är ibland lämpligt att ha ett särskilt namn på det från början givna rummet, och vi skall kalla det för det *primala* rummet. Denna specifikation till ett primalt och ett dualt rum blir särskilt aktuell när vi längre fram kommer över till linjära optimeringsproblem, för vilka relationen mellan duala problem har en central betydelse. I fortsättningen kommer genomgående varumängder och aktivitetsnivåer, således »tekniska» storheter, att representeras av punkter i primala rummet, och priser och inkomststorheter, således »monetära» storheter, att representeras av punkter i duala rummet.

Antag nu att $\bar{\pi}^I$, $\bar{\pi}^{II}$, $\bar{\omega}$, $\bar{\lambda}^{(h)}$ är värden på variablerna som satisfierar (II: 3), (II: 9)—(II: 13) samt ger (II: 15) största möjliga värde för varje företag (h). Antagandet innebär att det råder total jämvikt i ovan angiven mening.

Låt $\lambda^{(h)}$ vara vektorer som satisfierar (II: 1), (II: 3) och (II: 9). Eftersom $\bar{\lambda}^{(h)}$ ger maximum på (II: 15) gäller för alla (h):

[1] Angående teorin för duala vektorrum, se exempelvis P. R. Halmos, *Finite-Dimensional Vector Spaces*, Princeton N.J. 1958, s. 20 ff. samt J. Odhnoff, *Linjär Algebra*, Företagsekonomiska institutionen, Lund 1965 (stencil).

$$\langle \bar{\lambda}^{(h)}, {}^t\mathcal{A}(\bar{\pi}^I + \bar{\pi}^{II}) \rangle + \langle \bar{\lambda}^{(h)}, {}^t\mathcal{B}\bar{\omega} \rangle \geqq$$
$$\geqq \langle \lambda^{(h)}, {}^t\mathcal{A}(\bar{\pi}^I + \bar{\pi}^{II}) \rangle + \langle \lambda^{(h)}, {}^t\mathcal{B}\bar{\omega} \rangle. \qquad \text{(II: 16)}$$

Alla uttrycken inom hakparentes har samma allmänna form. Man kan lätt visa[1] att följande likhet gäller för ett dylikt uttryck:

$$\langle \lambda, {}^t\mathcal{A}\pi \rangle = \langle \mathcal{A}\lambda, \pi \rangle. \qquad \text{(II: 17)}$$

Utnyttjas dessa likheter på (II: 16) och sker samtidigt en summering över alla (h) erhålls:

$$\langle \mathcal{A}\bar{\lambda}, \bar{\pi}^I \rangle - \langle \mathcal{A}\lambda, \bar{\pi}^I \rangle \geqq$$
$$\geqq \langle \mathcal{A}\lambda, \bar{\pi}^{II} \rangle - \langle \mathcal{A}\bar{\lambda}, \bar{\pi}^{II} \rangle + \langle \mathcal{B}\lambda, \bar{\omega} \rangle - \langle \mathcal{B}\bar{\lambda}, \bar{\omega} \rangle. \qquad \text{(II: 18)}$$

På grund av (II: 1) gäller $\langle \mathcal{A}\lambda, \bar{\pi}^{II} \rangle \geqq 0$. På grund av (II: 11), (II: 12) och (II: 13) gäller $\langle \mathcal{A}\bar{\lambda}, \bar{\pi}^{II} \rangle = 0$. Vidare gäller på grund av (II: 9) $\langle \mathcal{B}\lambda, \bar{\omega} \rangle \geqq 0$, och på grund av (II: 9) och (II: 10) $\langle \mathcal{B}\bar{\lambda}, \bar{\omega} \rangle = 0$. Man har därför:

$$\langle \mathcal{A}\bar{\lambda}, \bar{\pi}^I \rangle \geqq \langle \mathcal{A}\lambda, \bar{\pi}^I \rangle. \qquad \text{(II: 19)}$$

Här är $\mathcal{A}\bar{\lambda}$ och $\mathcal{A}\lambda$ slutprodukten vid olika aktivitetsnivåer. Uttrycket säger att $\bar{\lambda}$ ger största möjliga slutprodukt värderad i de givna priserna.

Om således total jämvikt råder, dvs. om jämvikt råder på marknaderna för producerade varor och resurser och varje enskilt företag uppfattar priserna som givna och oberoende av deras egna åtgärder samt maximerar vinsten med utgångspunkt i dessa priser och sin egen tillgång på kapacitet, så kommer de att välja en sådan produktion, att den totalt framställda slutprodukten, värderad i de givna priserna, blir den största möjliga med det rådande utbudet av resurser.

---

[1] Utgå från $\langle \lambda, {}^t\mathcal{A}\pi \rangle$; man har:

$$\langle \lambda, {}^t\mathcal{A}\pi \rangle = \sum_{j=1}^{\tau} \lambda_j ({}^t\mathcal{A}\pi)_j = \sum_{j=1}^{\tau} \lambda_j \left(\sum_{i=1}^{\nu} \alpha_{ij} \pi_i \right) = \sum_{i=1}^{\nu} \left(\sum_{j=1}^{\tau} \alpha_{ij} \lambda_j \right) \pi_i = \sum_{i=1}^{\nu} (\mathcal{A}\lambda)_i \pi_i = \langle \mathcal{A}\lambda, \pi \rangle.$$

Här är $\lambda \in V_\tau$, ${}^t\mathcal{A}\pi \in V^*_\tau$ samt $\mathcal{A}\lambda \in V_\nu$, $\pi \in V^*_\nu$. $({}^t\mathcal{A}\pi)_j$ är den j:te komponenten av ${}^t\mathcal{A}\pi$, och $(\mathcal{A}\lambda)_i$ är den i:te komponenten av $\mathcal{A}\lambda$.

D. OPTIMERINGSPROGRAM

Utgångspunkten för diskussionen i föregående avsnitt var att valet mellan olika produktionsmöjligheter sker via marknader och enskilda företags beslut. Det definierades jämvikt inom systemet och det visades att jämvikt medför att största möjliga slutprodukt, mätt i jämviktspriserna, framkommer som resultat av produktionen. I detta avsnitt skall utgångspunkten vara den andra principen för valet bland produktionsmöjligheterna. Det antas således att valet sker genom beslut av någon central myndighet.

Som resultat av verksamheten framkommer en viss slutprodukt. Denna är sammansatt av ν varor, och den anges av vektorn $\mathcal{A}\lambda \in V_\nu$ för en given aktivitet. Det antas nu att tillgången på primära varor är given och representerad med vektorerna $\varrho \in V_{\mu_1}$ och $\varkappa^{(h)} \in V_{\mu_2}$ $((h)=1, 2, \ldots, \sigma)$ samt att det finns en uppsättning priser på de producerade varorna som återspeglar deras inbördes värdering vid användning utanför produktionssystemet. Priserna anges med vektorn $\pi^I \in V_\nu^*$. De ger åt varje slutprodukt ett bestämt värde som kan tecknas $\langle \mathcal{A}\lambda, \pi^I \rangle$ eller, ekvivalent därmed,[1] $\langle \lambda, {}^t\mathcal{A}\pi^I \rangle$. Det antas nu att bland möjliga aktiviteter den väljs som ger $\langle \lambda, {}^t\mathcal{A}\pi^I \rangle$ största möjliga värde. Detta kan formuleras som ett problem inom linjär programmering:

$$
\begin{array}{rll}
\langle \lambda, {}^t\mathcal{A}\pi^I \rangle & \text{så stort som möjligt} & (\mathrm{II}:20) \\
-\mathcal{A}\lambda \leqq 0 & & (\mathrm{II}:1) \\
-\mathcal{B}\lambda \leqq \varrho & & (\mathrm{II}:2) \\
-\mathcal{C}\lambda^{(h)} \leqq \varkappa^{(h)} & (h)=1, 2, \ldots, \sigma & (\mathrm{II}:3) \\
\lambda^{(h)} \geqq 0 & (h)=1, 2, \ldots, \sigma. & (\mathrm{II}:4)
\end{array}
$$

Först några terminologiska detaljer, som är nödvändiga emedan någon bestämd svensk terminologi ej synes existera. $\langle \lambda, {}^t\mathcal{A}\pi^I \rangle$ i (II: 20) skall kallas för problemets *målfunktion*. En lösning som uppfyller (II: 1)—(II: 4) kallas liksom tidigare en *möjlig* lösning. Om den dessutom uppfyller (II: 20) är det en *optimal* lösning.

Den ekonomiska innebörden av ovanstående problem är klar. Det gäller att bland de produktionsmöjligheter som ges av aktuell produktionsteknik och tillgång på primära varor välja den som ger största möjliga slutprodukt då de enskilda varorna värderas med priserna π^I.

[1] Jfr not s. 29.

Från en formell synpunkt betecknar $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ och $\mathcal{C}$ i (II: 1)—(II: 3) linjära transformationer från ett vektorrum V_τ till ett vektorrum $V_{\mu+\nu}$. Uttrycken kompliceras genom att särskilda villkor är knutna till tre underrum av $V_{\mu+\nu}$; särskilt gäller detta (II: 3) där villkoren hänför sig till σ olika punkter i underrummet V_{μ_2}. ${}^t\mathcal{A}\pi^I$ är en vektor i V_τ^*, det duala rummet till V_τ. Man kan också bilda $V_{\mu+\nu}^*$, det duala rummet till $V_{\mu+\nu}$, och man har således fyra vektorrum: V_τ, $V_{\mu+\nu}$, V_τ^*, $V_{\mu+\nu}^*$. Liksom $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ och $\mathcal{C}$ anger transformationer från V_τ till $V_{\mu+\nu}$, så anger ${}^t\mathcal{A}$, ${}^t\mathcal{B}$ och ${}^t\mathcal{C}$ transformationer från $V_{\mu+\nu}^*$ till V_τ^*. Vidare kan $(O, \varrho, \varkappa^{(h)})$ uppfattas som linjära funktioner med definitionsområde i $V_{\mu+\nu}^*$ och värdeförråd i R. På detta sätt erhålls en ny uppsättning relationer som intimt hänger samman med de ursprungliga. Dessa används för att teckna det *duala* problemet till (II: 20), (II: 1)—(II: 4):

$$\langle O, \pi^{II}\rangle + \langle \varrho, \omega\rangle + \sum_{(h)=1}^{\sigma}\langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)}\rangle \text{ så litet som möjligt} \quad \text{(II: 21)}$$

$$-{}^t\mathcal{A}\pi^{II} - {}^t\mathcal{B}\omega - {}^t\mathcal{C}v^{(h)} \geqq {}^t\mathcal{A}\pi^I \qquad (h) = 1, 2, \ldots, \sigma \quad \text{(II: 22)}$$

$$\pi^{II}, \omega, v^{(h)} \geqq 0 \qquad (h) = 1, 2, \ldots, \sigma. \quad \text{(II: 23)}$$

Man lägger märke till att det primala problemet avser transformationer mellan vektorrum där elementen representerar tekniska storheter, aktivitetsnivåer och varumängder, medan det duala problemet avser transformationer mellan vektorrum där elementen representerar monetära storheter, priser och inkomst. I det primala problemet går transformationerna från V_τ till $V_{\mu+\nu}$, i det duala problemet från $V_{\mu+\nu}^*$ till V_τ^*. Liksom tidigare transformationen från V_τ till $V_{\mu+\nu}$ specificerades för tre underrum av $V_{\mu+\nu}$, så specificeras här transformationen från $V_{\mu+\nu}^*$ till V_τ^* för tre underrum av $V_{\mu+\nu}^*$, och samma uppdelning återkommer i målfunktionen.

Man har alltså en situation som schematiskt kan beskrivas på följande sätt, där inom parentes angivits de ekonomiska storheter som svarar mot elementen i de olika vektorrummen:

(aktivitetsnivåer)	$V_\tau \xrightarrow{\mathcal{A},\, \mathcal{B},\, \mathcal{C}} V_{\mu+\nu}$	(varukvantiteter)
(inkomst för enhetsaktiviteter)	$V_\tau^* \xleftarrow{{}^t\mathcal{A},\, {}^t\mathcal{B},\, {}^t\mathcal{C}} V_{\mu+\nu}^*$	(priser på varor).

Liksom tidigare beträffande det ursprungliga problemet[1] uppkommer frågan om det existerar lösningar till det duala problemet. Men här är frågan ännu enklare än i förra fallet.

Sådana lösningar måste existera. Grunden härför är följande. Samtliga primära varor förekommer endast som input och därför gäller alltid

$$-\beta_{kj} \geqq 0, \; -\gamma_{kj} \geqq 0. \tag{II: 24}$$

Om nu det realistiska antagandet görs att åtminstone ett $-\beta_{kj} > 0$ eller ett $-\gamma_{kj} > 0$ för varje j, således att åtminstone en primär vara används som input inom varje process, så kan uppenbarligen motsvarande $-\omega_k\beta_{kj}$ eller $-v_k^{(h)}\gamma_{kj}$ göras så stort som möjligt genom att ω_k eller $v_k^{(h)}$ tilldelas ett tillräckligt högt värde. Förutsatt att högra leden i (II: 22) har ändliga värden kan man alltid välja sådana värden på ω_k och $v_k^{(h)}$ att vänstra leden blir större än högra leden. Det är därför realistiskt att anta att det existerar möjliga lösningar även till det duala problemet.

Nu säger ett teorem inom teorin för linjär programmering att om det existerar möjliga lösningar till ett problem och dess duala problem, så existerar det också optimala lösningar till båda problemen.[2] Det kan därför förutsättas att det existerar optimala lösningar till de ovan tecknade problemen.

Det intressanta är att det duala problemet ofta kan ges en ekonomisk tolkning och, dessutom, att vissa relationer mellan de två problemen har en relevant ekonomisk innebörd. Vi skall först ge en möjlig tolkning av det duala problemet, därefter ange de relationer mellan problemen som har intresse här samt försöka ge dem en ekonomisk tolkning.

I det duala problemet finns lika många variabler som antalet restriktioner i det ursprungliga problemet. Den vanliga tolkningen av de duala variablerna är såsom priser (skuggpriser) på restriktionerna. Målfunktionen anger då värdet av de primära varorna, och problemet är att tilldela dessa varor priser så att deras sammanlagda värde blir så litet som möjligt utan

---

[1] Jfr s. 22.
[2] Se exempelvis Gale, a.a., s. 78. »Fundamental duality theorem.»

att någon process ger överskott. En komplikation kan tyckas ligga i förekomsten av två priser, π^I och π^{II}, på producerade varor. Men denna komplikation är endast av formell natur. Alla transaktioner av en vara sker till samma pris, $\pi_i^I + \pi_i^{II}$. Om $\pi_i^{II} > 0$, så kan således inga transaktioner ske till priset π_i^I; detta innebär att slutprodukten, som enligt förutsättningen värderas till π_i^I, måste vara noll. Om å andra sidan det finns transaktioner som sker till priset π_i^I, så måste alla transaktioner ske till detta pris; positiv slutprodukt medför då att alla transaktioner sker till priset π_i^I och således att $\pi_i^{II} = 0$. Den kommande diskussionen kommer att visa huruvida detta är konsistent med modellen, och därjämte skall ges en möjlig tolkning till dessa förhållanden.

Man lägger först märke till att relationen dual är symmetrisk, så att de båda problemen är duala till varandra. Vidare gäller att mot varje enskild sidorelation i det ena problemet svarar en variabel i det duala problemet och vice versa. Sidorelationer och variabler uppträder alltså parvis, och vid optimala lösningar uppvisar dessa par speciella egenskaper. Låt värden på variablerna vara givna och tecknade med vektorerna $\lambda^{(h)}$, π^{II}, ω, $v^{(h)}$ $((h) = 1, 2, \ldots, \sigma)$. Då gäller att följande tre påståenden är ekvivalenta:[1]

(A) $\lambda^{(h)}$ och π^{II}, ω, $v^{(h)}$ är optimala lösningar till respektive problem.

(B) $\lambda^{(h)}$ och π^{II}, ω, $v^{(h)}$ ger de båda målfunktionerna samma värde.

(C) Om en sidorelation uppfylls med sträng olikhet, så har motsvarande variabel i det duala problemet värdet noll.

Vi skall först se närmare på innebörden av den sista satsen och samtidigt beröra problemet med två prisstorheter för producerade varor, som återkommer här. Det finns fyra grupper av sidorelationer och variabler;

(a) sidorelationerna (II: 1) och variablerna π^{II}

(b) sidorelationerna (II: 2) och variablerna ω

(c) sidorelationerna (II: 3) och variablerna $v^{(h)}$

(d) sidorelationerna (II: 22) och variablerna $\lambda^{(h)}$.

Det skall senare ges en exakt formulering av (C) för alla fyra fallen.

---

[1] Se t.ex. Gale, a.a., s. 12 ff., 19 ff., 78 ff., 82 ff.

Sidorelationerna (II: 1) säger att nettoåtgången av en producerad vara icke får vara positiv, eller, annorlunda uttryckt, att slutprodukten icke får vara negativ. (C) säger att om en optimal lösning ger en positiv slutprodukt för en vara i, så är prisvariabeln π_i^{II} för denna vara lika med noll. Det faktum att slutprodukten för en vara är positiv innebär i sin tur att det villkor om icke-negativa slutprodukter, som i (II: 1) stipuleras för samtliga producerade varor, för denna särskilda varas del icke utgjort någon aktuell begränsning vid valet av optimal lösning. Om däremot lösningen har gett ett positivt värde på ett särskilt π_i^{II}, så följer av påståendet (C) ovan att motsvarande särskilda sidorelation i (II: 1) uppfylls med likhet. Den restriktion som uttrycks i sidorelationen har då varit aktuell i den meningen att blott så mycket tillverkats av varan som åtgått i produktionen samt att en ökad produktion av varan skulle ha medfört en mindre total slutprodukt.

I det senare fallet kan det således inträffa att båda de storheter som hänför sig till priset på en och samma vara har positiva värden. Detta leder till frågan vilken tolkning en sådan situation skall ges. De storheter det gäller är π_i^I och π_i^{II}. Den förra antas återspegla varans värdering i användningar utanför produktionssystemet och kan då uppfattas som det pris man är villig att betala för varan som slutprodukt. Den andra storheten erhölls vid bildandet av det duala problemet och är primärt det värde som tilldelas restriktionen i sidovillkoren. Det aktuella värdet på storheten framkommer som ett resultat av optimeringsproceduren. Denna prisvariabel hänför sig endast till varans användning som produktionsinsats, dvs. som insats vid produktion av andra varor. Det är emellertid att märka att priset π_i^I visserligen återspeglar varans värdering vid användning utanför produktionssystemet, men samtidigt är det lägsta pris som kan gälla för användning inom produktionssystemet. För varje vara gäller alltid endast ett pris.

Vad punkten (C) säger är då följande: Om den optimala lösningen ger en positiv slutprodukt av en vara i, så kommer priset π_i^I att gälla för alla användningar av varan, således både som produktionsinsats och för ändamål utanför produktionen. Detta uttrycks formellt genom $\pi_i^{II}=0$. Om däremot den optimala lösningen ger ett positivt värde på π_i^{II}, så är det, med rådande värdering av varorna och rådande produktionsförhållanden, fördelaktigare att använda varan endast som produktionsinsats än att producera så mycket av den att den dessutom kan användas för andra ändamål. Någon användning av varan utanför produktionssystemet förekommer icke, vilket i lösningen till problemet uttrycks genom att slutprodukten är noll. Detta kan också uttryckas genom att säga att det pris man är villig att betala för varan som produktionsinsats (nämligen $\pi_i^I + \pi_i^{II}$) är högre än det man är villig att betala för samma vara som en slutprodukt (π_i^I). De båda uppsättningarna av priser motsvarar således de två användningsmöjligheter som finns för en vara: Som slutprodukt och som produktionsinsats. Huruvida den kommer att uppträda i ena eller andra funktionen eller i bådadera beror av dess effektivitet i fråga om behovstillfredsställelse antingen direkt (som slutprodukt) eller indirekt (som produktionsinsats).

Även nästa grupp av sidorelationer och variabler hänför sig till varor och variabler som tidigare tolkats som priser. Sidorelationerna (II: 2) säger att den totala åtgången av varje primär vara ej får överstiga tillgången. Med tolkningen av variablerna ω som priser säger påstående (C) i detta fall: Om en optimal lösning inträffar tillsammans med ett överskott på någon primär vara, så är denna varas pris lika med noll. I detta fall har tillgången på ifrågavarande primära vara icke utgjort någon aktuell begränsning vid optimeringen. Om å andra sidan den optimala lösningen ger ett positivt pris på en primär vara, så har denna vara utnyttjats fullständigt och den begränsade tillgången på varan har utgjort en aktuell begränsning vid optimeringen.

Exakt motsvarande gäller för sidorelationerna (II: 3) och variablerna $v^{(h)}$, om dessa tolkas som priser.

Den sista gruppen av sidorelationer och variabler har en annan innebörd än de hittills diskuterade. Medan det i de tidigare fallen gällde varor och priser, är det här fråga om processer och aktivitetsnivåer för processerna. Sidorelationen (II: 22) stipulerar för varje process att det sammanlagda värdet av output är högst så stort som det sammanlagda värdet av input. Härvid återkommer de båda tidigare diskuterade prisstorheterna π^I och π^{II}, och de priser som används för producerade varor är summan av dem båda eller $\pi = \pi^I + \pi^{II}$. Ingen process får lämna ett överskott av intäkter över kostnader, men varje process kan lämna ett underskott. Skulle det senare emellertid inträffa så säger påstående (C) att vid en optimal lösning kommer en sådan process ej att utnyttjas. Motsvarande $\lambda_i^{(h)}$, som uttrycker aktivitetsnivån för processen, är då lika med noll. För samtliga processer som utnyttjas vid en optimal lösning gäller sålunda att intäkter är lika med kostnader, vari ingår kostnaden för företagsbundna primära varor.

Dessa egenskaper hos optimala lösningar visar på en korrespondens mellan optimala lösningar till optimeringsprogrammet och jämvikt inom det tidigare beskrivna jämviktssystemet. Det som återges i punkt (C) ovan har också kallats *jämviktsteorem*.[1] De skall nu utnyttjas för att på ett mera exakt sätt se hur den optimala lösningen förhåller sig till total jämvikt sådan den definierades i föregående avsnitt.

Antag att vektorerna $\bar{\lambda}^{(h)}$ $((h)=1, 2, \ldots, \sigma)$ är en optimal lösning. Jämviktsteoremen kan då ges följande exakta formulering $(\lambda = \sum_{(h)=1}^{\sigma} \lambda^{(h)})$:

$$-\sum_{j=1}^{\tau} a_{kj}\bar{\lambda}_j < 0 \Rightarrow \pi_i^{II}=0 \qquad \text{(II: 25)}$$

$$-\sum_{j=1}^{\tau} \beta_{kj}\bar{\lambda}_j < \varrho_k \Rightarrow \omega_k=0 \qquad \text{(II: 26)}$$

$$-\sum_{j=1}^{\tau} \gamma_{kj}\bar{\lambda}_j^{(h)} < \varkappa_k^{(h)} \Rightarrow v_k^{(h)}=0$$
$$(h)=1, 2, \ldots, \sigma \qquad \text{(II: 27)}$$

$$-\sum_{i=1}^{\nu} a_{ij}\pi_i^{II} - \sum_{k=1}^{\mu_1} \beta_{kj}\omega_k - \sum_{k=1}^{\mu_2} \gamma_{kj}v_k^{(h)} > \sum_{i=1}^{\nu} a_{ij}\pi_i^{I} \Rightarrow \bar{\lambda}_j^{(h)} = 0 \quad (h) = 1, 2, \ldots, \sigma. \qquad \text{(II: 28)}$$

Total jämvikt innebär dels vinstmaximum för alla företag, dels jämvikt på marknaderna för resurser och producerade varor. Först skall undersökas om lösningen ger vinstmaximum för varje företag. Problemet är således huruvida ovanstående förutsättningar leder till att följande villkor är uppfyllda för varje företag:

$$\langle \bar{\lambda}^{(h)}, {}^t\mathcal{A}(\pi^I+\pi^{II}) \rangle + \langle \bar{\lambda}^{(h)}, {}^t\mathcal{B}\omega \rangle = \text{maximum} \qquad \text{(II: 29)}$$

$$-\mathcal{C}\bar{\lambda}^{(h)} \leqq \varkappa^{(h)}. \qquad \text{(II: 30)}$$

Det duala problemet härtill är:

$$\langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle \quad \text{så litet som möjligt} \qquad \text{(II: 31)}$$

$$-{}^t\mathcal{C}v^{(h)} \geqq {}^t\mathcal{A}(\pi^I+\pi^{II}) + {}^t\mathcal{B}\omega. \qquad \text{(II: 32)}$$

[1] Gale, a.a., s. 19 och 82.

Ett tillräckligt villkor för att dessa båda problem skall ha optimala lösningar är att målfunktionerna har samma värde.[1] För att visa detta används jämviktsteoremen (II: 27) och (II: 28). De innebär att följande två likheter gäller, varvid den förra följer av (II: 27) och den senare av (II: 28):

$$-\langle \mathcal{C}\bar{\lambda}^{(h)}, v^{(h)} \rangle = \langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle \tag{II: 33}$$

$$\begin{aligned}\langle \bar{\lambda}^{(h)}, {}^t\mathcal{A}\pi^I \rangle + \langle \bar{\lambda}^{(h)}, {}^t\mathcal{A}\pi^{II} \rangle + \langle \bar{\lambda}^{(h)}, {}^t\mathcal{B}\omega \rangle = \\ = -\langle \bar{\lambda}^{(h)}, {}^t\mathcal{C}v^{(h)} \rangle = -\langle \mathcal{C}\bar{\lambda}^{(h)}, v^{(h)} \rangle.\end{aligned} \tag{II: 34}$$

Härav följer direkt:

$$\langle \bar{\lambda}^{(h)}, {}^t\mathcal{A}(\pi^I + \pi^{II}) \rangle + \langle \bar{\lambda}^{(h)}, {}^t\mathcal{B}\omega \rangle = \langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle. \tag{II: 35}$$

Men denna likhet innebär just att målfunktionerna (II: 29) och (II: 31) har samma värde, vilket medför att problemen har optimala lösningar.

Därmed är således visat att med de priser som erhålls med hjälp av det duala problemet kommer den optimala lösningen att innebära vinstmaximum för varje företag.

Av (II: 33) framgår att $\langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle$ är lika med vinsten för företag (h). $\sum_{(h)=1}^{\sigma} \langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle$ blir då den totala vinsten. Detta är grunden till att $v^{(h)}$ förekommer som argument i funktionerna för slutlig efterfrågan på producerade varor och utbud av resurser.

Vi kan nu se på resurserna. De uttryck som är aktuella är för optimeringsproblemets del (II: 2) och (II: 25) och för jämviktssystemets del (II: 9) och (II: 10). Man ser omedelbart den direkta överensstämmelsen. Den optimala lösningen ger via det duala problemet priser på resurserna som är konsistenta med jämvikt på resursmarknaden.

Återstår producerade varor. Jämviktssystemet har (II: 11)—(II: 13) som villkor för jämvikt på marknaden för producerade varor. Optimeringsproblemet innehåller ingenting om slutlig efterfrågan. Någon direkt överensstämmelse i likhet med vad som gäller för resurserna kan därför ej finnas. Men det är ändå av intresse att jämföra med motsvarande uttryck i optimeringsproblemet så långt det går. Det gäller här (II: 1) och (II: 25).

---

[1] Att de båda problemen har möjliga lösningar inses lätt. $\bar{\lambda}^{(h)}$ satisfierar (II: 3) och därför också (II: 30). $v^{(h)}$ satisfierar (II: 22) och därför också (II: 32).

Både i jämviktssystemet och i optimeringsproblemet förekommer de två komponenterna π^I och π^{II} av π. Man kan lätt visa att i båda fallen gäller:[1]

$$\pi_i^{II} > 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^{\tau} \alpha_{ij} \lambda_j = 0. \qquad \text{(II: 36)}$$

Positivt π_i^{II} har helt samma innebörd i de båda fallen: Med hänsyn till den aktuella inbördes värderingen av varorna utanför produktionssystemet och de tekniska betingelserna för produktion är det lämpligare att helt använda vara i som insats för produktion av andra varor än att dessutom tillverka en positiv slutprodukt av den.

Längre kan man icke komma i jämförelsen mellan de två systemen. Vad som visats är, att för en lösning som ger maximal total slutprodukt existerar det en uppsättning priser som ger:

a) vinstmaximum för varje företag

b) jämvikt på resursmarknaden

c) ett nödvändigt villkor för positiv slutprodukt som är en del av jämviktsvillkoren för producerade varor.

Det finns fortfarande en lucka i resonemanget vad gäller jämvikt på marknaden för producerade varor. Men om det skulle existera aktivitetsnivåer och priser som ger maximal total slutprodukt och dessutom jämvikt på marknaderna, så måste även detta läge innebära vinstmaximum för varje företag. Då föreligger total jämvikt. Problemet är således att i optimeringsprogrammet föra in slutlig efterfrågan. Detta skall behandlas i nästa avsnitt.

E. EXISTENS AV JÄMVIKT

Diskussionen i avsnitt C och D har rört relationen mellan å ena sidan jämvikt och å andra sidan maximal slutprodukt. I den förra hälften av diskus-

---

[1] För jämviktssystemet:

$$\pi_i^{II} > 0 \Rightarrow \left(\sum_{j=1}^{\tau} \alpha_{ij} \lambda_j + \delta_i = 0 \text{ och } \delta_i = 0\right) \Rightarrow \sum_{j=1}^{\tau} \alpha_{ij} \lambda_j = 0.$$

För optimeringsproblemet:

$$\pi_i^{II} > 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^{\tau} \alpha_{ij} \lambda_j \not> 0, \sum_{j=1}^{\tau} \alpha_{ij} \lambda_j \not> 0 \text{ och } A\lambda \geqq 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^{\tau} \alpha_{ij} \lambda_j = 0.$$

sionen var utgångspunkten jämvikt och det visades att detta medförde maximal slutprodukt. I den andra hälften diskuterades en omvänd relation. Utgångspunkten var maximal slutprodukt och det visades att detta medförde existensen av priser som uppfyller vissa av jämviktsvillkoren, nämligen de som gäller vinsten inom företagen och marknaden för resurser. Frågan om jämvikt på marknaden för producerade varor måste dock lämnas öppen.

Frågan huruvida det existerar total jämvikt kvarstår således. Detta problem kan ställas på två sätt. Antingen direkt: Finns det variabelvärden som ger jämvikt på båda marknaderna och maximal vinst inom alla företag? Eller: Finns det variabelvärden som ger jämvikt på båda marknaderna och maximal total slutprodukt? Den tidigare diskussionen har just visat att endast den ena frågan behöver besvaras. Finns det variabelvärden som uppfyller villkoren i ettdera av fallen, så uppfyller dessa variabelvärden också villkoren i det andra fallet. Vi skall välja att behandla problemet i enlighet med den senare frågan.

Innan vi går in på den egentliga diskussionen av detta problem är det lämpligt att redogöra för ett teorem rörande relationen mellan optimala lösningar och effektiva kombinationer av processerna, vilket kommer att utnyttjas längre fram.

Varje utnyttjande av processerna, dvs. varje aktivitet, innebär att bestämda mängder slutprodukt framkommer och att bestämda mängder primära varor åtgår. En möjlig aktivitet säges vara *effektiv* (efficient) eller utgöra en effektiv kombination av processer om det icke finns någon annan möjlig aktivitet för vilken slutprodukten är större för åtminstone någon producerad vara utan att vara mindre för någon annan. Utgå från en aktivitet $\bar{\lambda}$ med slutprodukten $(A\bar{\lambda})_1, \ldots, (A\bar{\lambda})_\nu$. Denna aktivitet är effektiv om det icke finns någon annan möjlig aktivitet λ med slutprodukt $(A\lambda)_1, \ldots, (A\lambda)_\nu$ där $(A\lambda)_1 \geqq (A\bar{\lambda})_1, \ldots, (A\lambda)_\nu \geqq (A\bar{\lambda})_\nu$ och $(A\lambda)_i > (A\bar{\lambda})_i$ för något i.

Enligt teorin för linjär programmering gäller nu en speciell relation mellan effektiva kombinationer av processer och optimala lösningar. Först gäller något som ganska lätt inses intuitivt: För positiva priser är varje optimal lösning en effektiv kombination av processer. En omvänd relation gäller också: För varje effektiv kombination av processer finns det åtminstone en uppsättning positiva priser som gör den effektiva kombinationen till en optimal lösning.

Antag att mängden av icke marknadsförda varor är given med $\varkappa^{(h)}$ $(h)=1, 2, \ldots, \sigma$. Låt vidare en uppsättning priser och »vinstvariabler» vara given och låt dessa variabler ha en sådan storlek att följande likhet gäller:

$$\sum_{i=1}^{\nu} \bar{\pi}_i + \sum_{k=1}^{\mu_1} \bar{\omega}_k + \sum_{k=1}^{\mu_2} \sum_{(h)=1}^{\sigma} \bar{v}_k^{(h)} = 1. \qquad \text{(II:37)}$$

Väsentligt är att icke-negativa värden på variablerna som uppfyller detta villkor bildar en konvex mängd som är kompakt.

De givna priserna insätts i funktionerna för efterfrågan och utbud:

$$\bar{\delta} = \delta(\bar{\pi}, \bar{\omega}, \bar{v}^{(h)}) \qquad \text{(II: 38)}$$

$$\bar{\varrho} = \varrho(\bar{\pi}, \bar{\omega}, \bar{v}^{(h)}). \qquad \text{(II: 39)}$$

Tillgängliga mängder av samtliga primära varor är nu givna i $\varkappa^{(h)}$ och $\bar{\varrho}$. Dessutom är slutlig efterfrågan given i $\bar{\delta}$.

Vi ser nu på förhållandet mellan efterfrågan $\bar{\delta}$ och existerande produktionsmöjligheter sådana dessa bestäms av tillgången på primära varor $\bar{\varrho}$ och $\varkappa^{(h)}$. Problemet är då om det finns $\lambda^{(h)} \geqq 0$ sådant att följande tre olikheter är uppfyllda $(\lambda = \sum_{(h)=1}^{\sigma} \lambda^{(h)})$:

$$\mathcal{A}\lambda \geqq -\bar{\delta} \qquad \text{(II: 40)}$$

$$-\mathcal{B}\lambda \leqq \bar{\varrho} \qquad \text{(II: 41)}$$

$$-\mathcal{C}\lambda^{(h)} \leqq \varkappa^{(h)} \quad (h)=1, 2, \ldots, \sigma. \qquad \text{(II: 42)}$$

Det kan uppenbarligen inträffa att $\bar{\delta}$, $\bar{\varrho}$ och $\varkappa^{(h)}$ har sådana värden att (II: 40) ej kan uppfyllas samtidigt med (II: 41) och (II: 42); de efterfrågade mängderna $\bar{\delta}$ kan då ej produceras. Och vidare, om de tre villkoren kan uppfyllas samtidigt, kan det inträffa att (II: 40) kan uppfyllas med sträng olikhet överallt; mer än de efterfrågade mängderna $\bar{\delta}$ kan då produceras. Förutsatt att en positiv slutprodukt är möjlig för varje producerad vara kan man i båda fallen multiplicera $\bar{\delta}$ med en storhet θ så vald att uttrycket

$$\mathcal{A}\lambda \geqq -\theta\bar{\delta} \qquad \text{(II: 43)}$$

uppfylls och att därvid likhet gäller för åtminstone någon vara. Den aktivitet som leder till denna produktion är en effektiv kombination av processerna.

För varje effektiv kombination finns (minst) en uppsättning priser som gör kombinationen till en optimal lösning till motsvarande linjära optimeringsproblem. Bland dessa uppsättningar priser finns det vidare alltid en som gör värdet av slutprodukten lika med värdet av den med θ multiplicerade slutliga efterfrågan på producerade varor. Låt π^I vara sådana priser. Det innebär att följande gäller för icke-negativa $\lambda^{(h)}$:

$$\langle \lambda, {}^t\mathcal{A}\pi^I \rangle = \text{maximum} \qquad \text{(II: 44)}$$

$$-\mathcal{A}\lambda \leqq 0 \qquad \text{(II: 45)}$$

$$-\mathcal{B}\lambda \leqq \bar{\varrho} \qquad \text{(II: 46)}$$

$$-\mathcal{C}\lambda^{(h)} \leqq \varkappa^{(h)} \quad (h) = 1, 2, \ldots, \sigma. \qquad \text{(II: 47)}$$

Nu formuleras det duala problemet och dess lösning ger icke-negativa variabler π^{II}, ω och $v^{(h)}$ enligt följande uttryck:

$$\langle \bar{\varrho}, \omega \rangle + \sum_{(h)=1}^{\sigma} \langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle = \text{minimum} \qquad \text{(II: 48)}$$

$$-{}^t\mathcal{A}\pi^{II} - {}^t\mathcal{B}\omega - {}^t\mathcal{C}v^{(h)} \geqq {}^t\mathcal{A}\pi^I \quad (h) = 1, 2, \ldots, \sigma. \qquad \text{(II: 49)}$$

Man har nu en uppsättning priser (π^I, π^{II}, ω, $v^{(h)}$). Med hjälp av likheten $\pi = \pi^I + \pi^{II}$ bildas härav (π, ω, $v^{(h)}$). Eftersom det är endast relationen mellan priserna som är relevant för optimum kan de förändras proportionellt och man har fortfarande samma optimala lösning i $\lambda^{(h)}$. Tag de erhållna priserna, förändra dem proportionellt så att deras summa blir 1, och skriv dem:

$$\sum_{i=1}^{\nu} \pi_i + \sum_{k=1}^{\mu_1} \omega_k + \sum_{k=1}^{\mu_2} \sum_{(h)=1}^{\sigma} v_k^{(h)} = 1. \qquad \text{(II: 50)}$$

Vi startade således med en uppsättning priser i (II: 37) och kom fram till en ny uppsättning priser i (II: 50). Problemet är nu om det kan inträffa att båda uppsättningarna av priser är lika. I så fall föreligger ju en lösning. För att diskutera detta kan användas ett teorem av Kakutani om fixa punkter. Detta säger: Antag att vi har en mängd T av punkter vilken är konvex och kompakt. Avbilda varje punkt p inom mängden T på en sluten, konvex delmängd av T, säg T_p. Om denna avbildning är uppåt halvkontinuerlig så gäller att åtminstone en delmängd T_p innehåller sin urbild p.

Mängden T motsvaras här av alla icke-negativa värden på prisvariablerna som uppfyller (II: 37). Den nyss beskrivna operationen innebär att en punkt inom denna mängd avbildas på punktmängden $\{\pi\ \omega\ v^{(h)}\}$ som uppfyller (II: 50), och som således motsvarar T_p och är en delmängd av den ursprungliga mängden T. Problemet är då om avbildningen är uppåt halvkontinuerlig. Detta hänger på de relationer som används vid avbildningen. Vi tar dem i tur och ordning:

(1) Från $(\bar{\pi}, \bar{\omega}, \bar{v}^{(h)})$ till $\bar{\delta}$ och $\bar{\varrho}$ med funktioner för efterfrågan och utbud, vilka antagits vara kontinuerliga.

(2) Från $\bar{\delta}$ till $\theta\bar{\delta}$ så att θ har största möjliga värde och $A\lambda \geqq \theta\bar{\delta}$ och (II: 45)—(II: 47) satisfieras. Uppenbarligen kontinuerlig.

(3) Från $\theta\bar{\delta}$ till π^I så att det finns en effektiv punkt som löser maximeringsproblemet i (II: 44)—(II: 47) och samtidigt ger $A\lambda \geqq \theta\bar{\delta}$ och $\langle A\lambda, \pi^I\rangle = \langle\theta\bar{\delta}, \pi^I\rangle$. Denna avbildning är halvkontinuerlig uppåt.

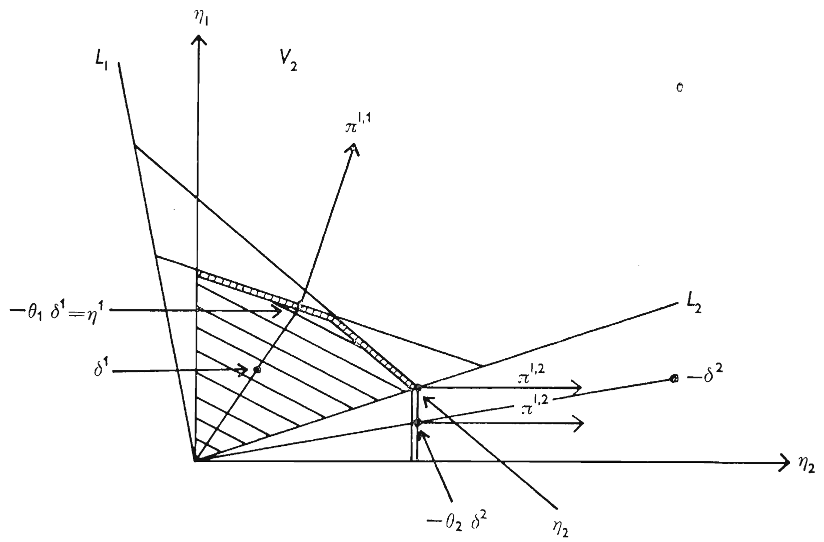
(4) Från π^I till $(\pi^{II}, \omega, v^{(h)})$ genom att lösa det duala problemet (II: 48)—(II: 49). Denna avbildning är halvkontinuerlig uppåt.

(5) Från $(\pi^I, \pi^{II}, \omega, v^{(h)})$ till $(\pi, \omega, v^{(h)})$ som uppfyller (II: 50). Uppenbarligen kontinuerlig.

Beträffande (3) och (4) gäller följande:

Givet är en mängd möjliga punkter $M \subset V_\nu$, en mängd effektiva punkter $E \subset M$ samt en punkt $\delta^i \in V_\nu$. θ väljs så stort som möjligt så att det finns en punkt $\eta^i \in M$ sådan att $\eta^i \geqq \theta\delta^i$. Likhet gäller alltså åtminstone för någon komponent och kan gälla för samtliga. För varje δ^i finns minst ett hyperplan $H = \{\eta \in V_\nu;\ \langle\eta, c^i\rangle = a_i\}$ med $c^i \geqq 0$ som innehåller både $\theta\delta^i$ och η^i. För detta gäller också $M \subset \{\eta \in V_\nu;\ \langle\eta, c^i\rangle \leqq a_i\}$ dvs. samtliga möjliga punkter ligger i det slutna halvrummet under hyperplanet H. För $\pi^{I,\,i} = c^i$ löser då $A\lambda = \eta^i$ maximeringsproblemet i (II: 1)—(II: 4), (II: 20) och dessutom gäller $\langle\eta^i, \pi^{I,\,i}\rangle = \langle\theta\delta^i, \pi^{I,\,i}\rangle$. Vidare kan komponenterna i $\pi^{I,\,i}$ förändras proportionellt utan att denna lösning påverkas.

Detta kan illustreras i ett diagram med två producerade varor, två primära varor, och två processer.



Halvlinjerna L_1 och L_2 representerar processerna i V_2. På varje halvlinje är utmärkta två punkter, vilka svarar mot de aktivitetsnivåer som ger full användning av de båda primära varorna. Dessa punkter är parvis sammanbundna med räta linjer. Den streckade skurna konen är mängden M av möjliga punkter. Den dubbeldragna och streckade linjen representerar mängden E av effektiva punkter, den dubbeldragna linjen mängden av möjliga $-\theta\delta^i$, nedan kallad D, $(E \subset D)$. $-\delta^1$ och $-\delta^2$ är två alternativ för den givna efterfrågan. Genom multiplikation med θ_1 respektive θ_2 erhålls punkterna $-\theta_1\delta^1$ och $-\theta_2\delta^2$. Genom dessa punkter läggs hyperplan med positiv normal så att M innehålls i det slutna halvrummet under dessa hyperplan. Normalen i $-\theta_1\delta^1$ ger priserna $\pi^{I,1}$, och för dessa priser löser $A\lambda = \eta^1 = -\theta_1\delta^1$ maximeringsproblemet. Normalen i $-\theta_2\delta^2$ ger priserna $\pi^{I,2}$; för dessa priser löser $A\lambda = \eta^2 \geqq -\theta_2\delta^2$ maximeringsproblemet. Därvid gäller $\eta^2_1 > -\theta_2\delta^2_1$ och $\pi^{I,2}_1 = 0$.

Kalla mängden av möjliga $\theta\delta^i$ för D. Man har en korrespondens φ från en delmängd $D \subset V_\nu$ till en sluten och begränsad delmängd $\{\pi^I\} \subset V^*_\nu$ sådan att mot varje element $\eta^i \in D$ svarar en mängd $\{\pi^{I,i}\} = \varphi(\eta^i) \subset \{\pi^I\}$.

Schematiskt:

$$V_\nu \supset D \ni \eta^i \to \varphi(\eta^i) \subset \{\pi^I\} \subset V^*_\nu.$$

Låt $\eta^q \to \eta^o$ beteckna en följd av punkter i D som går mot en punkt $\eta^o \in D$. Korrespondensen φ är halvkontinuerlig uppåt i punkten η^o om följande gäller:

$$\eta^q \to \eta^o,\ \pi^{I,q} \in \varphi(\eta^q),\ \pi^{I,q} \to \pi^{I,o} \Rightarrow \pi^{I,o} \in \varphi(\eta^o).$$

Med andra ord: tag en följd av punkter i D som går mot en given punkt η^o. Mot varje punkt i denna följd svarar en mängd $\{\pi^{I,i}\} = \varphi(\eta^i)$. Tag en punkt $\pi^{I,i}$ i varje sådan mängd och bilda en följd som går mot $\pi^{I,o}$. Om denna följd går mot en punkt i $\varphi(\eta^o)$, så är korrespondensen halvkontinuerlig uppåt i punkten η^o.[1]

Avbildningen från δ^i till $\pi^{I,i}$ är halvkontinuerlig uppåt av följande skäl. Om η^i ligger i endast ett av de nämnda hyperplanen går det alltid att välja en omgivning till η^i så att varje annan punkt η^j i omgivningen ligger i samma hyperplan och därför motsvaras av samma prisvektor som η^i. Om η^i ligger i mer än ett hyperplan (en »kant» eller ett »hörn») motsvaras η^i av en mängd prisvektorer $\{\pi^{I,i}\}$. Det går då att välja en omgivning till η^i så att varje $\pi^{I,j}$ som motsvarar någon punkt η^j inom denna omgivning är innehållen i $\{\pi^{I,i}\}$.

Med hjälp av minimeringsproblemet i (II: 21)—(II: 23) erhålls vidare en korrespondens ψ, där $\{(\pi^{II}, \omega, v^{(h)})\} = \psi(\pi^I)$. Denna är halvkontinuerlig uppåt. Skälet härtill är att $\{(\pi^{II}, \omega, v^{(h)})\}$ alltid ligger i eller mellan extrema punkter i en konvex mängd, vilka punkter bestäms av π^I genom kontinuerliga funktioner. Mängderna $\{(\pi^{II}, \omega, v^{(h)})^q\}$ är då för varje $\pi^{I,i}$ begränsade av punkter som kontinuerligt rör sig mot de extrema punkter som motsvarar $\pi^{I,o}$. Varje $(\pi^{II}, \omega, v^{(h)})^q \in \psi(\pi^I)$, $(\pi^{II}, \omega, v^{(h)})^q \to (\pi^{II}, \omega, v^{(h)})^o$, måste då ligga inom dessa gränser och följden måste då gå mot en punkt i $\psi(\pi^{I,o})$.

Avbildningen är därför halvkontinuerlig uppåt och Kakutanis teorem gäller. Detta innebär att det existerar icke-negativa värden på variablerna som uppfyller följande villkor:

$$\langle \lambda, {}^t\mathcal{A}\pi \rangle = \text{maximum} \qquad \text{(II: 51)}$$

$$-\mathcal{A}\lambda \leqq \theta\delta = \theta\delta(\pi, \omega, v^{(h)}) \qquad \text{(II: 52)}$$

$$-\mathcal{B}\lambda \leqq \varrho = \varrho(\pi, \omega, v^{(h)}) \qquad \text{(II: 53)}$$

$$-\mathcal{C}\lambda^h \leqq \varkappa^{(h)} \qquad (h) = 1, 2, \ldots, \sigma \qquad \text{(II: 54)}$$

$$\langle \varrho, \omega \rangle + \sum_{(h)=1}^{\sigma} \langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle = \text{minimum} \qquad \text{(II: 55)}$$

$$-{}^t\mathcal{A}\pi^{II} - {}^t\mathcal{B}\omega - {}^t\mathcal{C}v^{(h)} \geqq {}^t\mathcal{A}\pi^I \quad (h) = 1, 2, \ldots, \sigma \qquad \text{(II: 56)}$$

$$\langle \mathcal{A}\lambda, \pi^I \rangle + \langle \theta\delta, \pi^I \rangle = 0. \qquad \text{(II: 57)}$$

Vi vet emellertid icke om detta innebär att slutprodukten är minst lika stor som den ursprungliga efterfrågan på producerade varor, dvs. om följande villkor är uppfyllt:

$$\mathcal{A}\lambda + \delta \geqq 0. \qquad \text{(II: 58)}$$

Svaret på denna fråga hänger bl.a. på karaktären hos efterfrågefunktionen. Vi antar att den är sådan att den totala monetära efterfrågan på varor är lika med de totala inkomsterna. De totala inkomsterna är

---

[1] Jfr G. Debreu, *Theory of Value*, New York 1959, s. 6.

$$\langle \varrho, \omega \rangle + \sum_{(h)=1}^{\sigma} \langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle$$

dvs. inkomsterna från sålda primära varor plus vinsten inom företagen. Efterfrågan är δ. Storleken av den monetära efterfrågan är beroende av vilka priser som gäller. Alternativen är π^I och $\pi^I + \pi^{II}$. Genom definition och konstruktion är π^I de priser som gäller för slutprodukten. De måste då också vara de priser som är relevanta för att teckna den monetära efterfrågan på slutprodukten. Man får då:[1]

$$\langle \delta, \pi^I \rangle + \langle \varrho, \omega \rangle + \sum_{(h)=1}^{\sigma} \langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle = 0. \qquad \text{(II: 59)}$$

Eftersom variablernas värden utgör optimala lösningar till de två duala problemen på s. 41 gäller följande likhet:

$$\langle \lambda, {}^t\!A\pi^I \rangle = \langle \varrho, \omega \rangle + \sum_{(h)=1}^{\sigma} \langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle. \qquad \text{(II: 60)}$$

Av (II: 59) och (II: 60) erhålls:

$$\langle A\lambda, \pi^I \rangle + \langle \delta, \pi^I \rangle = 0. \qquad \text{(II: 61)}$$

Detta säger att värdet av totala slutprodukten är lika med värdet av totala slutliga efterfrågan. Sammanställs (II: 61) med (II: 57) erhålls:

$$\langle \theta\delta, \pi^I \rangle = \langle \delta, \pi^I \rangle \qquad \text{(II: 62)}$$

$$\theta = 1. \qquad \text{(II: 63)}$$

Detta innebär att även (II: 58) är uppfyllt.

[1] En alternativ formulering är att totala monetära efterfrågan är lika med totala monetära utbudet. Detta kan skrivas så

$$\langle A\lambda, (\pi^I + \pi^{II}) \rangle + \langle \delta, \pi^I \rangle + \langle B\lambda, \omega \rangle + \langle \varrho, \omega \rangle = 0$$

men $$\langle A\lambda, (\pi^I + \pi^{II}) \rangle + \langle B\lambda, \omega \rangle + \sum_{(h)=1}^{\sigma} \langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle = 0$$

och $$-\sum_{(h)=1}^{\sigma} \langle C\lambda^{(h)}, v^{(h)} \rangle = \sum_{(h)=1}^{\sigma} \langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle$$

(jämviktsteorem) och därför

$$\langle \delta, \pi^I \rangle + \langle \varrho, \omega \rangle + \sum_{(h)=1}^{\sigma} \langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle = 0.$$

Från diskussionen i avsnitt D vet vi att (II: 51)—(II: 58) innebär att det föreligger vinstmaximum för varje företag och jämvikt på resursmarknaden. Vi kan nu sluta den tidigare luckan i resonemanget beträffande jämvikt på marknaden för producerade varor. Problemet är att visa att (II: 11)—(II: 13) gäller.

Uttryck (II: 58) överensstämmer med (II: 11), som därmed är klart.

Jämviktsteoremen för två duala optimeringsproblem säger här:

$$-\sum_{j=1}^{\tau} a_{ij}\,\lambda_j < 0 \Rightarrow \pi_i^{II} = 0. \qquad \text{(II: 64)}$$

Härav följer (eftersom $\delta_i \geqq 0$):

$$\sum_{j=1}^{\tau} a_{ij}\,\lambda_j + \delta_i > 0 \Rightarrow \pi_i^{II} = 0. \qquad \text{(II: 65)}$$

Enligt tillvägagångssättet vid den nyss beskrivna avbildningen valdes π^I så att

$$\sum_{j=1}^{\tau} a_{ij}\,\lambda_j + \delta_i > 0 \Rightarrow \pi_i^{I} = 0. \qquad \text{(II: 66)}$$

De båda uttrycken (II: 65) och (II: 66) ger tillsammans (II: 12).

Återstår (II: 13). Från (II: 45) och (II: 64) kan först härledas:

$$\pi_i^{II} > 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^{\tau} a_{ij}\,\lambda_j = 0 \qquad \text{(II: 67)}$$

och därav på grund av (II: 58):

$$\pi_i^{II} > 0 \Rightarrow \delta_i = 0. \qquad \text{(II: 68)}$$

Detta uttryck är detsamma som (II: 13).

Därmed har visats att det existerar priser och aktivitetsnivåer sådana att det råder jämvikt på marknaderna för både resurser och producerade varor samtidigt som slutprodukten har maximalt värde. Från den tidigare diskussionen vet vi att maximal slutprodukt med just de priser som förekommer här medför vinstmaximum för varje företag. Vinstmaximum för varje företag tillsammans med jämvikt på de båda marknaderna innebär total jämvikt. Det har således också visats att det existerar aktivitetsnivåer och priser som ger total jämvikt i den i avsnitt C beskrivna jämviktsmodellen.

Det finns två egenskaper hos den behandlade jämviktsmodellen som är värda att betona. Den ena är att företagen antagits uppfatta alla priser som givna och oberoende av deras egna åtgärder. Det förutsätts alltså *ren konkurrens*. Den andra egenskapen gäller vektorerna $\varkappa^{(h)}$, som anger tillgången på kapaciteter inom företagen. Över en följd av perioder får man tänka sig att $\varkappa^{(h)}$ förändras, dels genom att kapaciteterna förslits, dels genom att en del av verksamheten inriktas på produktion av kapacitet som ersättning för den förslitna, varigenom det sker en förändring av tillgång och fördelning mellan företagen. Här har studiet begränsats till att gälla en period med givna värden på $\varkappa^{(h)}$. Detta betyder att det gäller *kort sikt*. Det är tydligt att man kan tänka sig en förändring av modellen i olika hänseenden. Man kan tänka sig inslag av *monopol*. Man kan studera jämvikt på *lång sikt*, då således förändringar tillåts i $\varkappa^{(h)}$, och man kan göra detta för *fritt tillträde* till marknaderna så att man får *perfekt konkurrens*. Man kan också tänka sig en *dynamisering* av modellen genom särskilda antaganden om förslitning och produktion av kapacitet. Allt detta skulle komplicera analysen, och vi avstår därifrån. Den väsentliga grunden härför är att modellen i dess nuvarande form synes motsvara det slag av modell man implicit utgår ifrån då man konstruerar numeriska modeller av typ input-output-modeller.

KAPITEL III

Den observerade produktionen

A. INLEDNING

Framställningen i föregående kapitel avsåg ett produktionssystem såsom en del av ett allmännare ekonomiskt system. De såsom relevanta betraktade egenskaperna hos produktionssystemet sammanfattades i en modell, och den efterföljande diskussionen av denna modell avsåg att visa hur den kan uppträda som element inom olika slag av ekonomiska system. Ett sådant system anknöt genom sina egenskaper till en ekonomi av exempelvis det slag som existerar i ett industrisamhälle av svensk typ. Karakteristiskt för detta system var att produktionen utfördes genom beslut av sinsemellan oberoende organisatoriska enheter utan någon genomförd central ledning. Men det var också karakteristiskt att produktionsverksamheten under bestämda förutsättningar leder till resultat som i vissa viktiga hänseenden är desamma oavsett om besluten sker genom sådana oberoende enheter eller genom någon central myndighet, och att produktionsmodellen som sådan icke berördes av karaktären hos det mera allmänna ekonomiska system i vilket den tänktes inplacerad.

Vi skall anta att det svenska ekonomiska systemet fungerar så, att det på ett relevant sätt kan representeras av den modell som finns beskriven i kapitel II. Detta betyder naturligtvis icke att modellen måste utgöra en exakt realistisk beskrivning av det verkliga ekonomiska systemet. Vad som avses är att modellen uppfattas som relevant vid studiet av vissa produktionstekniska samband; vilka samband det gäller kommer att framgå i fortsättningen.

Den version som därvid har största intresse är den där produktionsbesluten sker inom företag. Företagen intar således en strategisk ställning när det gäller produktionsverksamheten. Detta innebär också att de spelar en viktig roll när det gäller de data som har största intresset för ett studium av produktionssystemet, nämligen om input och output av olika varor samt relationerna mellan input och output.

Diskussionen i detta kapitel gäller frågan hur man på grundval av uppgifter om produktion och förbrukning inom enskilda företag kan skapa numeriska uttryck för produktionsmodellen eller för en förenklad modell, som genom tillägg av vissa antaganden kan härledas från den ursprungliga. Den noggrannhet och utförlighet med vilken produktionsmodellens konstanter kan uppskattas beror av vilka uppgifter som kan erhållas från de enskilda företagen. Två egenskaper hos dessa uppgifter har särskilt intresse. Den ena anknyter till modellens term vara och avser hur pass specificerade uppgifterna är med hänsyn till inom systemet förekommande varor. Den andra egenskapen anknyter till modellens term process och gäller i vilken utsträckning uppgifterna kan lämna kunskap om de inom systemet förekommande primära processerna.

I avsnitt B beskrivs hur det tillgängliga statistiska materialet ger uppgifter om produktion och förbrukning av grupper av varor inom anläggningar och därmed också inom grupper av anläggningar. Det visas hur en med dessa uppgifter beskriven aktivitet inom en anläggningsgrupp kan uttryckas i termer av den primära produktionsmodellen, och hur det därvid uppstår ett problem att formulera preciserade förbindelser mellan de observerade storheterna och produktionsmodellens termer. Diskussionen härav leder fram till uttryck för härledda processer för vilka såväl aktivitetsnivåer som input och output är uttryckta i observerade storheter.

I avsnitt C diskuteras sedan problemet att på grundval av observationerna uppskatta numeriska uttryck för dessa härledda processer. De problem som uppstår därvid hänger framför allt samman med svårigheten att bilda varugrupper och anläggningsgrupper så att endast en varugrupp tillverkas inom varje anläggningsgrupp.

B. PRODUKTIONSDATA OCH PROCESSER

Det ekonomiska system som skall studeras är det svenska näringslivet 1957 och omkringliggande år. Olika uppgifter om den verksamhet som förekom finns redovisade i statistiska publikationer och andra redogörelser. När det gäller de varor och tjänster som förekom inom systemet innehåller industristatistiken en förteckning på ungefär 2 300 varunummer och för varje nummer anges produktion av en motsvarande vara eller tjänst.[1] Denna redovisning avser endast den egentliga industrin och innefattar således icke sådana verksamheter som jordbruk, skogsbruk, byggnadsverksamhet, kommunikationer o.d. Vidare redovisas i handelsstatistiken import av varor under approximativt lika många varunummer som de i industristatistiken upptagna.[2] Dessa uppgifter ger en föreställning om det minsta antal varor och tjänster som förekom inom det ekonomiska systemet, varvid naturligtvis gäller att det faktiska antalet är beroende av den använda indelningsgrunden. Handels- och industristatistiken lämnar exempel på en indelning som har speciellt intresse, eftersom de utgör viktiga informationskällor vid studium av produktionen.

Det skulle i princip vara möjligt att låta modellens varor motsvaras av enskilda varunummer i någon av de nyssnämnda statistiska källorna, och det skulle också vara möjligt att från varje enskilt företag erhålla uppgift om produktionen, dvs. output, av de enskilda varorna. Det är ju sådana uppgifter som ligger till grund för industristatistiken. Däremot är, med den svenska statistikens aktuella utformning, svårigheten större när det gäller uppgifter om förbrukning, dvs. input, inom de enskilda företagen. Här är uppgifterna mera sparsamma, dels däri att de icke täcker all förbrukning, dels däri att de uppgifter som finns att tillgå i allmänhet avser grupper av varor i industri- eller handelsstatistikens nomenklatur. Om förbrukningsuppgifter önskas, så måste de därför erhållas på annat sätt än genom den ordinarie statistiken.[3] Oavsett hur sådana uppgifter erhålls uppstår emellertid frågan hur pass detaljerade uppgifterna skall vara. Detta är viktigt emedan förbrukningsuppgifter i allmänhet är svårare att erhålla än produk-

---

[1] Jfr Industri 1957, tabell 2. Från och med 1960 tillämpas en ny varuförteckning.

[2] Jfr Handel 1957, tabell 2. Från och med 1959 tillämpas ny varuförteckning inom handelsstatistiken, vilken är densamma som den nyssnämnda nya inom industristatistiken.

[3] Jfr B. Höglund & L. Werin, *The Production System of the Swedish Economy. An Input-Output Study.* Uppsala 1964, Ch. IV.

tionsuppgifter och att en mindre detaljrikedom måste antas förenkla uppgiftslämnandet.[1]

Bortsett från vilken grad av specifikation med hänsyn till enskilda varor som de enskilda företagens uppgifter om produktion och förbrukning innehåller är det emellertid från andra synpunkter icke alltid lämpligt att låta en numeriskt uppskattad modell hänföra sig till en så detaljerad indelning av varorna som förekommer exempelvis i industri- och handelsstatistiken. En anledning härtill är att modellen skulle bli alltför arbetskrävande vad gäller både konstruktion och användning.

Det finns således flera skäl varför en numeriskt uppskattad modell måste ges en sådan utformning att den teoretiska modellens term vara vid tillämpningen motsvaras av en grupp av varor i såväl industristatistiken som i någon mera grundläggande teoretisk mening. Detta medför bland annat att uppgifter beträffande mängder av varugrupper i allmänhet icke går att uttrycka i kvantitativa enheter, utan måste uttryckas i värdeenheter.

Det faktum att systemets varor sammanläggs till varugrupper betyder i och för sig ingenting för frågan i vilken grad uppgifter från företagen direkt avser primära processer eller kombinationer av sådana. Man kan mycket väl tänka sig en sammanläggning av varorna till grupper samtidigt som uppgifter beträffande output och input av dessa varugrupper hänför sig till primära processer. Det är emellertid i allmänhet orealistiskt att förutsätta att det är möjligt att erhålla sådana uppgifter från företagen eller från annat håll. Det som finns att tillgå är i allmänhet uppgifter om produktion och förbrukning av varor eller grupper av varor inom anläggningar under en given period utan någon direkt anknytning till någon process.

I den följande diskussionen av problemet att på grundval av tillgängliga data göra en numerisk uppskattning av parametrarna i en produktionsmodell skall utgångspunkten vara ett antagande om tillgång på data som ansluter till ovanstående allmänna synpunkter. Vi antar att det är möjligt att från anläggningarna inom det studerade systemet erhålla uppgifter dels om produktion med fördelning på varugrupper, dels om förbrukning med

---

[1] För det enskilda företaget är i allmänhet produktionen mera än förbrukningen koncentrerad till ett fåtal varor.

fördelning på sådana varugrupper som är föremål för köp och försäljning på marknader. Samtliga uppgifter antas avse varumängder angivna till marknadspris. Beträffande sammansättningen av dessa varugrupper antas att den kan väljas fritt inom en viss, ej specificerad, gräns beträffande gruppernas totala antal. Det antal grupper som förekommer skall anges med m_1 för sådana primära varugrupper som är föremål för köp och försäljning på marknader, med m_2 för övriga primära varugrupper samt med n för producerade varugrupper.

Problemet är att på grundval av dessa data göra en numerisk uppskattning av parametrarna i en produktionsmodell som ansluter till den i förra kapitlet beskrivna. Med den metod som väljs ger uppskattningen en input-output-modell. Det som skiljer en sådan modell från den tidigare beskrivna är bl.a. att den hänför sig till varugrupper i stället för vara samt att den innehåller en enda (härledd) process för varje varugrupp.

Genom att observationsmaterialet hänför sig till anläggningar och icke till företag kommer nu anläggningar att inta samma ställning som företag gjorde i diskussionen av den primära modellen i kapitel II. Ett sådant utbyte kan ske utan komplikationer under förutsättning av att priserna uppfattas som givna och att kapaciteterna antas vara bundna till anläggningar i stället för till företag. Då gäller nämligen att vinstmaximum inom företagen medför vinstmaximum inom anläggningarna och tvärtom.

Låt ${}^{i}x^{(h)}$ beteckna produktion och ${}^{i}u^{(h)}$ förbrukning av producerade varugrupper inom anläggning (h), och $z^{(h)}$ förbrukning av resurser inom anläggning (h) under en given tidsperiod.[1] Dessa termer anger således output och input av de olika varugrupperna för en anläggning under den givna perioden. Om vi i enlighet med diskussionen i kapitel II använder dessa storheter för att beskriva verksamheten inom anläggningen kan denna beskrivas på följande sätt:

$$ {}^{i}x^{(h)} - {}^{i}u^{(h)} \qquad \text{(III: 1)} $$

$$ -z^{(h)}. \qquad \text{(III: 2)} $$

[1] Uttrycket »produktion av varugrupp *i*» skall användas som synonym för det längre »produktion av de varor som tillhör varugrupp *i*» och motsvarande för åtgång etc. respektive för minimumgrupp.

Beteckningarna avser här vektorer. Vektorn ${}^ix^{(h)}$ är av ordningen n och anger output av de n producerade varugrupperna, vektorn ${}^iu^{(h)}$ är likaledes av ordningen n och den anger input av producerade varugrupper, och vektorn $z^{(h)}$ slutligen är av ordningen m_1 och anger input av primära varor som är föremål för köp och försäljning på marknaden.

Detta förutsätter en gruppering av varorna. Nu görs en häremot svarande gruppering av anläggningarna på så sätt att de anläggningar för vilka enligt produktionsuppgifterna en given varugrupp upptar största andelen av nettoproduktionen sammanförs till en grupp. För anläggningar inom grupp h gäller således:

$$ {}^ix_h^{(h)} - {}^iu_h^{(h)} > {}^ix_j^{(h)} - {}^iu_j^{(h)} \quad \text{för } h \neq j. \qquad \text{(III: 3)} $$

Det antas att denna gruppering går att genomföra så att det uppstår n anläggningsgrupper, en för varje varugrupp, och att varje anläggning entydigt hänförs till någon anläggningsgrupp.

Genom summering över samtliga anläggningar inom en anläggningsgrupp erhålls uttryck för output och input inom anläggningsgrupperna:

$$ {}^ix^h - {}^iu^h = \sum_{(h) \in h} {}^ix^{(h)} - {}^iu^{(h)} \qquad h = 1, 2, \ldots, n \qquad \text{(III: 4)} $$

$$ -z^h = \sum_{(h) \in h} -z^{(h)} \qquad h = 1, 2, \ldots, n. \qquad \text{(III: 5)} $$

Dessa uttryck, som således beskriver resultatet av verksamheten inom de n anläggningsgrupperna, är liksom motsvarande för anläggningarna vektorer av ordningen n respektive m_1.

Den verksamhet som lett till det i (III: 4) och (III: 5) tecknade resultatet för var och en av anläggningsgrupperna utgör en aktivitet inom systemet i den mening som beskrivits i kapitel II, och man kan därför utnyttja de där angivna uttrycken för aktiviteter och teckna motsvarigheten till (III: 4) och (III: 5). Man får följande uttryck:[1]

$$ \mathcal{A}\lambda^h \qquad h = 1, 2, \ldots, n \qquad \text{(III: 6)} $$

$$ \mathcal{B}\lambda^h \qquad h = 1, 2, \ldots, n \qquad \text{(III: 7)} $$

$$ \mathcal{C}\lambda^h \qquad h = 1, 2, \ldots, n. \qquad \text{(III: 8)} $$

[1] Jfr kapitel II, s. 20.

Det finns en direkt motsvarighet mellan (III: 4) och (III: 6) samt mellan (III: 5) och (III: 7). Det förra paret avser producerade varor och det senare marknadsförda primära varor, dvs. resurser. Däremot har (III: 8), som avser företagsbundna primära varor, dvs. kapaciteter, ingen direkt motsvarighet i observationsmaterialet. Härtill återkommes senare. Tills vidare skall diskussionen avse de första två paren av uttryck.

Problemet är nu att observationsmaterialet relaterar till andra storheter än termerna i den teoretiska modellen. ${}^{i}x^{h}$ och ${}^{i}u^{h}$ är vektorer i R^{n}, och z^{h} är en vektor i R^{m_1}.[1] I modellen, å andra sidan, förekommer λ^{h}, som är en vektor i V_{τ}, samt $\mathcal{A}$ och $\mathcal{B}$, som anger transformationer från V_{τ} till V_{ν} respektive V_{μ_1}, så att $\mathcal{A}\lambda^{h}$ är en vektor i V_{ν} och $\mathcal{B}\lambda^{h}$ en vektor i V_{μ_1}. Vektorerna i dessa rum är icke direkt observerbara, men icke desto mindre väsentliga eftersom $\mathcal{A}$ och $\mathcal{B}$ antagits representera de aktuella tekniska villkoren för produktionen. Att vektorerna icke är observerbara innebär att modellen i dess tidigare form icke kan användas för en praktisk tillämpning, att de är väsentliga innebär att en omformulering av modellen så att den direkt anknyter till observerbara storheter bör bygga på de nämnda transformationerna $\mathcal{A}$ och $\mathcal{B}$.

Vad som krävs för att modellen skall kunna användas för en praktisk tilllämpning är att det formuleras en exakt anknytning mellan dess teoretiska termer och observerbara storheter sådan att som resultat erhålls en transformation från en mängd av observerbara storheter till en mängd av observerbara storheter. Denna transformation bör bygga på antagandet om att $\mathcal{A}$ och $\mathcal{B}$ representerar den aktuella tillgången på processer. Anknytningen blir aktuell för två slag av vektorer i modellen: Å ena sidan $\lambda^{h} \in V_{\tau}$, som anger aktivitetnivåer, å andra sidan $\mathcal{A}\lambda^{h} \in V_{\nu}$ och $\mathcal{B}\lambda^{h} \in V_{\mu_1}$, som anger output och input.

Vi skall börja med det senare slaget som är det enklare fallet. I modellen är mängden av varje enskild vara angiven i kvantitetstal. Därjämte finns för varje vara ett bestämt pris, och vektorerna π och ω anger priserna för de olika varorna. Genom multiplikation av kvantitetstalen med dessa priser

[1] I fortsättningen förekommer vektorer, som representerar värdetal. För dem blir det icke aktuellt att diskutera duala vektorrum. Det skall därför användas beteckningen R^{l} för vektorrum med förutsättningen att vektorerna är reella.

erhålls varumängderna i värdetal och dessa tal kan läggas samman genom summering över varorna inom varje varugrupp. Man får då mängder av varugrupper uttryckta i de nämnda priserna. Formellt har man för producerade varor en transformation från V_ν till R^n som kan tecknas med två matriser $\hat{\pi}$ och $G_{n\nu}$, där $\hat{\pi}$ är en diagonalmatris med priserna π_i i diagonalen och $G_{n\nu}$ en matris med n rader och ν kolonner i vilken varje kolonn innehåller ett element som är lika med 1 och för övrigt samtliga element är lika med 0. Matriser av det senare slaget skall kallas *grupperingsmatriser,* eftersom de fyller funktionen att gruppera de ursprungliga varorna på det sätt som bestäms av ettornas placering. Man får alltså följande uttryck för producerade varor:

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,\lambda^h = {}^i x^h - {}^i u^h. \qquad \text{(III: 9)}$$

Ett liknande uttryck kan formuleras för primära varor där transformationen sker med två matriser $\hat{\omega}$ och $G_{m_1\mu_1}$.

Nästa problem gäller att anknyta aktivitetsnivåerna λ^h till observerbara storheter. Detta är något mera komplicerat. Det gäller först och främst att precisera hur aktivitetsnivåerna för de primära processerna skall mätas, eller med andra ord vad som skall väljas som enhetsnivåer. Det som i princip erfordras är en storhet som förekommer inom samtliga processer antingen genomgående som output eller genomgående som input. Därvid skall följas det inom input-output-analys vanliga tillvägagångssättet genom att som sådan storhet välja värdet av output. En ytterligare precisering är naturligtvis nödvändig, men denna görs lämpligen i samband med behandling av ett närliggande problem som blir aktuellt i fortsättningen.

I den följande diskussionen vill vi ha möjlighet att formulera uttryck för aktiviteter och härledda processer inte bara för produktion inom anläggningsgrupper utan även för produktion av varugrupper. För att kunna göra detta måste vi göra ett antagande som hänför sig till den möjliga förekomsten av förenad produktion (joint production). I antagandena för produktionsmodellen finns ingenting som utesluter denna möjlighet. Det kan inträffa att mer än en vara förekommer som output inom den aktuella primära processen, och detta kan medföra att en vara ej kan produceras isolerat utan endast tillsammans med andra varor. Man kan då icke heller i någon rimlig mening särskilja den aktivitet som hänför sig till produktionen av de enskilda varorna. Det är således icke säkert att det ens i princip är möjligt att särskilja en aktivitet för var och en av samtliga ν producerade varor. För den följande diskussionen skall antas, att sådan möjlighet alltid, dvs. för alla möjliga aktiviteter, föreligger för upp till (n) grupper av varor. Antalet avser således de minsta varugrupper för vilka denna möjlighet föreligger och grupperna skall därför kallas *minimumgrupper*. Mera exakt definieras en minimumgrupp som den minsta varugrupp för vilken gäller att alla primära processer som har någon vara inom gruppen som output icke har någon vara utanför gruppen som output.

För varje given aktivitet, oavsett till vilket slag av verksamhet den hänför sig, kan därför i princip en uppdelning göras på aktiviteter för olika minimumgrupper. Detta gäller speciellt också för aktiviteter inom anläggningsgrupper. Aktiviteten för en särskild minimumgrupp (i) inom en anläggningsgrupp h skall betecknas med $\lambda^{h(i)}$, varvid naturligtvis gäller $\lambda^h = \sum_{(i)} \lambda^{h(i)}$ där summeringen sker över alla minimumgrupper som tillverkas inom anläggningsgruppen.

En minimumgrupp är således definierad med hänsyn till de primära processer i vilken gruppens varor förekommer som output. Dessa processer har åtminstone någon av minimumgruppens varor som output, däremot inga andra varor. För samma minimumgrupp kan förekomma flera processer, vilka då kan skilja sig åt både beträffande output och input, men varje primär process kan hänföras till en bestämd minimumgrupp. Detta skall tas som utgångspunkt för valet av enhetsnivå. Som enhetsnivå för en primär process skall väljas den aktivitetsnivå vid vilken värdet av output av mot processen svarande minimumgrupp för en given prissituation är lika med 1.[1]

Varje primär process är alltså entydigt tilldelad en minimumgrupp och varje minimumgrupp entydigt tilldelad en varugrupp. Någon sådan entydighet gäller däremot icke i förhållande till anläggningsgrupper.

Vi kan nu återvända till problemet att formulera en relation mellan λ^h

[1] Enhetsnivåerna är alltså definierade utifrån en given prissituation. Detta medför den olägenheten att enhetsnivåerna blir beroende av priserna, vilket innebär svårigheter vid användning av en input-output-modell för perioder med andra priser än de som gällde under »basåret».

och observerade storheter. Genom valet av enhetsnivåer kommer följande direkta samband att gälla mellan totala produktionen inom en anläggningsgrupp och summan av aktivitetsnivåerna för den utnyttjade aktiviteten:

$$x_o^h = \sum_{j=1}^{\tau} \lambda_j^h. \qquad \text{(III: 10)}$$

För våra syften är det lämpligt att dela upp denna summering på olika steg, som ansluter till grupperingen av varorna på varugrupper och minimumgrupper. Om man startar med x_o^h, som ju är den totala produktionen inom anläggningsgrupp h, så kan den delas på olika varugrupper. Man har:

$$x_o^h = \sum_{i=1}^{n} x_i^h. \qquad \text{(III: 11)}$$

Vidare gäller för varje varugrupp i att x_i^h är lika med produktionen av de minimumgrupper som bildar varugruppen:

$$x_i^h = \sum_{(i) \in i} x_{(i)}^h \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \qquad \text{(III: 12)}$$

Slutligen gäller för varje minimumgrupp (i) att produktionen är lika med summan av aktivitetsnivåerna för motsvarande processer:

$$x_{(i)}^h = \sum_{j=1}^{\tau} \lambda_j^{h(i)} \qquad (i) = 1, 2, \ldots, (n). \qquad \text{(III: 13)}$$

Vi vill nu uttrycka en transformation från x_o^h till λ^h som explicit tar hänsyn till dessa tre steg: från anläggningsgrupp till varugrupper, från varugrupper till minimumgrupper och från minimumgrupper till aktivitetsnivåer. Följande uttryck bildas då:

$$e^h = {}^i x^h \, x_o^{h-1}. \qquad \text{(III: 14)}$$

e^h blir en matris av ordningen $n \times 1$ som för anläggningsgrupp h anger hur den totala produktionen fördelats på olika varugrupper. Denna matris blir semi-positiv och summan av komponenterna i dess enda kolonn blir lika med 1.

Ett motsvarande uttryck bildas med avseende på varugrupper och minimumgrupper:

$$d^{hi} = {}^{(i)} x^{hi} \, x_i^{h-1} \qquad i = 1, 2, \ldots, n. \qquad \text{(III: 15)}$$

${}^{(i)}x^{hi}$ är en vektor av ordningen (n) som för varje varugrupp i anger hur produktionen varit sammansatt av olika minimumgrupper, och x_i^h är ett tal som anger den totala produktionen av varugrupp i. d^{hi} blir då en semi-positiv matris av ordningen $(n)\ x\ 1$ och på grund av (III: 12) blir summan av komponenterna i dess enda kolonn lika med 1. Det finns n matriser d^{hi} och de kan sammanställas till en matris av ordningen $(n)\ x\ n$:

$$D^h = {}^{(i)}_{\ i}X^h\, \hat{X}^{h-1}. \qquad \text{(III: 16)}$$

${}^{(i)}_{\ i}X^h \in (R^{(n)})^n$, där $(R^{(n)})^n$ är den kartesiska produkten av n st. vektorrum $R^{(n)}$ och ${}^{(i)}_{\ i}X^h$ betraktas som en matris av ordningen $(n)\ x\ n$. Matriserna d^{hi} utgör kolonner i D^h.

Slutligen bildas motsvarande uttryck för relationen mellan produktion av varje minimumgrupp och aktivitetsnivåer:

$$c^{h(i)} = \lambda^{h(i)}\, x^{h-1}_{(i)} \qquad (i) = 1, 2, \ldots, (n). \qquad \text{(III: 17)}$$

$\lambda^{h(i)}$ är en vektor av ordningen τ som för varje minimumgrupp anger aktivitetsnivåer för de primära processerna. $c^{h(i)}$ blir då en semi-positiv matris av ordningen $\tau\ x\ 1$, och på grund av (III: 13) blir summan av komponenterna i dess kolonn lika med 1. Det finns (n) sådana matriser och liksom i föregående fall kan de sammanställas till en ny matris som här blir av ordningen $\tau\ x\ (n)$:

$$C^h = {}_{(i)}\Lambda^h\, {}^{(i)}\hat{X}^{h-1}. \qquad \text{(III: 18)}$$

${}_{(i)}\Lambda^h \in (V_\tau)^{(n)}$, där $(V_\tau)^{(n)}$ är den kartesiska produkten av (n) st. vektorrum V_τ och ${}_{(i)}\Lambda^h$ betraktas som en matris av ordningen $\tau\ x\ (n)$. Matriserna $c^{h(i)}$ utgör kolonner i C^h.

Man övertygar sig lätt om att följande likhet gäller:

$$\lambda^h = C^h\, D^h\, e^h\, x^h_o. \qquad \text{(III: 19)}$$

e^h, D^h, C^h ger således den önskade transformationen från observerade storheter till de icke observerade aktivitetsnivåerna. Nu kan man gå tillbaka till (III: 9) och skriva om det med hjälp av (III: 19):

$$G_{nv}\, \hat{\pi}\, A\, C^h\, D^h\, e^h\, x^h_o = {}^ix^h - {}^iu^h. \qquad \text{(III: 20)}$$

Den principiella innebörden av detta uttryck framgår klarare av följande schema:

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
R & \xrightarrow{e^h} & R^n & \xrightarrow{D^h} & R^{(n)} & \xrightarrow{C^h} & V_\tau & \xrightarrow{\mathcal{A}} & V_\nu & \xrightarrow{\hat{\pi}} & R^\nu & \xrightarrow{G_{n\nu}} & R^n \\
\cup & & \cup & & \cup & & \cup & & \cup & & \cup & & \cup \\
x^h_o & & {}^i x^h & \Big| & {}^{(i)}x^h & & \lambda^h & & \mathcal{A}\,\lambda^h & & \hat{\pi}\,\mathcal{A}\,\lambda^h & \Big| & {}^i x^h - {}^i u^h
\end{array}$$

observerade storheter	ej observerade storheter	observerade storheter

Schemat visar hur transformationen går från en punkt i R, som representerar total output inom anläggningsgruppen, till en punkt i R^n, som representerar output och input av producerade varugrupper inom anläggningsgruppen. Transformationen är sammansatt, så att den går via rum av olika dimensioner. För vissa av dessa rum gäller att det finns observerade storheter som direkt svarar mot punkterna i rummen, medan det för andra gäller att sådana storheter icke finns tillgängliga. I schemat har detta markerats, och utgångspunkten har då varit att observationerna hänför sig till varugrupper, såsom tidigare antagits. Man kan naturligtvis tänka sig andra möjligheter beträffande tillgången på observationer, framför allt då när det gäller $R^{(n)}$ där produktionsstatistiken i stor utsträckning torde hänföra sig till vad som här betecknats som minimumgrupper.

Denna diskussion har begränsats till producerade varugrupper, men den kan punkt för punkt tillämpas på den del av modellen och av observationsmaterialet som avser resurser. Den behöver därför icke upprepas, utan det är tillräckligt att ange ett uttryck svarande mot (III: 20) och tillhörande schema:

$$G_{m_1\mu_1}\,\hat{\omega}\,\mathcal{B}\,C^h\,D^h\,e^h\,x^h_o = -z^h \qquad \text{(III: 21)}$$

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
R & \xrightarrow{e^h} & R^n & \xrightarrow{D^h} & R^{(n)} & \xrightarrow{C^h} & V_\tau & \xrightarrow{\mathcal{B}} & V_{\mu_1} & \xrightarrow{\hat{\omega}} & R^{\mu_1} & \xrightarrow{G_{m_1\mu_1}} & R^{m_1} \\
\cup & & \cup & & \cup & & \cup & & \cup & & \cup & & \cup \\
x^h_o & & {}^i x^h & \Big| & {}^{(i)}x^h & & \lambda^h & & \mathcal{B}\,\lambda^h & & \hat{\omega}\,\mathcal{B}\,\lambda^h & \Big| & -z^h
\end{array}$$

observerade storheter	ej observerade storheter	observerade storheter

Diskussionen har hittills avsett en godtycklig anläggningsgrupp. Samma operationer som de här beskrivna kan naturligtvis utföras för var och en av de n anläggningsgrupperna. Som resultat av aktiviteterna inom anläggningsgrupperna framkommer systemets slutprodukt. Ett uttryck härför erhålls genom att summera för aktiviteterna inom anläggningsgrupperna. Detta ger:

$$\sum_{h=1}^{n} G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, \mathcal{A}\, C^h\, D^h\, e^h\, x_o^h = y. \qquad \text{(III: 22)}$$

På motsvarande sätt kan ett uttryck erhållas för den totala åtgången av resurser:

$$\sum_{h=1}^{n} G_{m_1\mu_1}\, \hat{\omega}\, \mathcal{B}\, C^h\, D^h\, e^h\, x_o^h = -z. \qquad \text{(III: 23)}$$

Slutprodukt respektive åtgång av resurser kan dock tecknas på ett annat sätt som i vissa sammanhang är mera användbart. Därtill behövs några nya beteckningar:

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C^1 & C^2 & \dots & C^n \end{bmatrix} \qquad \text{(III: 24)}$$

$$\hat{D} = \begin{bmatrix} D^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & D^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & D^n \end{bmatrix} \qquad \text{(III: 25)}$$

$$\hat{E} = \begin{bmatrix} e^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & e^n \end{bmatrix} \qquad \text{(III: 26)}$$

Man får då i stället för (III: 22) och (III: 23):

$$G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, \mathcal{A}\, \bar{C}\, \hat{D}\, \hat{E}\, {}^h x^o = y \qquad \text{(III: 27)}$$

$$G_{m_1\mu_1}\, \hat{\omega}\, \mathcal{B}\, \bar{C}\, \hat{D}\, \hat{E}\, {}^h x^o = -z. \qquad \text{(III: 28)}$$

I dessa uttryck återkommer de tidigare definierade matriserna, däribland $\bar{C}$, $\hat{D}$ och $\hat{E}$. Dessa tre har alla egenskaperna att de är semi-positiva och att kolonnsummorna är lika med 1. Vidare gäller för C^h, $\hat{D}$ och $\hat{E}$ att varje rad innehåller endast ett positivt element.[1] En matris med sådana egenskaper skall kallas *vägningsmatris,* emedan den fyller funktionen att väga samman processer till härledda processer.

Varje kolonn i $\bar{C}$ motsvarar en minimumgrupp (vid produktion inom en särskild anläggningsgrupp). Elementen i kolonnen anger den relation i vilken de primära processerna använts vid produktionen av minimumgruppen. Genom att elementen är icke-negativa och summan av dem lika med 1 kommer kolonnen att definiera en konvex kombination av primära processer, vilket innebär att den definierar enhetsnivån för en härledd process.[2]

Produkten av två vägningsmatriser (av lämplig ordning) ger som resultat en ny vägningsmatris. Så är $\bar{C}\,\hat{D}$ en vägningsmatris som hänför sig till varugrupper och definierar enhetsnivåer för de härledda processer som använts vid produktion av varugrupperna. Slutligen definierar $\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}$ enhetsnivåer för de härledda processer som använts inom anläggningsgrupperna.

Man kan alltså i uttrycken ovan särskilja fyra olika slag av processer: de primära processerna samt tre slag av härledda processer motsvarande två grupperingar av varor och en gruppering av anläggningar. Bortses från primära varor innehåller alltså uttrycken:

A	τ st. primära processer; aktivitetsnivåer anges av λ.
$A\,\bar{C}$	(upp till) $(n)\ x\ n$ st. härledda processer för produktion av minimumgrupper; aktivitetsnivåer anges av ${}^{(i)}x^h$, $h=1, 2, \ldots, n$.
$A\,\bar{C}\,\hat{D}$	(upp till) $n\ x\ n$ st. härledda processer för produktion av varugrupper; aktivitetsnivåer anges av ${}^{i}x^h$, $h=1, 2, \ldots, n$.
$A\,\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}$	n st. härledda processer för produktion inom anläggningsgrupper; aktivitetsnivåer anges av ${}^{h}x^{o}$.

Anledningen till tilläggen »upp till» för varugrupper och minimumgrupper är att $\bar{C}$, $\hat{D}$ och $\hat{E}$ grundar sig på produktionens faktiska sammansättning under en observationsperiod, och det är då möjligt men naturligtvis

[1] Produktionen inom varje anläggningsgrupp är uppdelad på varugrupper, varugrupperna på minimumgrupper och minimumgrupperna på aktivitetsnivåer för primära processer. Denna uppdelning är på varje punkt fullständig och utan överlappning.

[2] Jfr kapitel II, s. 17.

icke nödvändigt att varje anläggningsgrupp producerar alla varugrupper. Likaså är det möjligt men icke nödvändigt att produktionen av en särskild varugrupp inom en anläggningsgrupp omfattar alla de till varugruppen hörande minimumgrupperna.

Det framgår redan härav att antal och karaktär hos de härledda processer som förekommer i ovanstående uttryck är beroende av hur produktionen inom de n anläggningsgrupperna är sammansatt med hänsyn till varugrupper och minimumgrupper. Grupperingen av anläggningarna medför att varugrupp $i=h$ alltid förekommer som output inom anläggningsgrupp h. Denna varugrupp skall ibland kallas anläggningsgruppens »egen» varugrupp. Men dessutom kan andra varugrupper förekomma som output. Om mer än en varugrupp produceras inom en anläggningsgrupp sägs *produktblandning* förekomma. Den produktion som ej avser den egna varugruppen brukar kallas *sekundärproduktion*.[1]

Beteckningarna i (III: 24), (III: 25) och (III: 26) tar hänsyn till den möjliga förekomsten av produktblandning. I det fall då ingen produktblandning förekommer är de emellertid onödigt komplicerade, och det är lämpligt att införa ett enklare beteckningssätt för detta specialfall.

Varje matris C^h i (III: 24) innehåller (n) kolonner, en för varje minimumgrupp. Om en minimumgrupp ej produceras inom en anläggningsgrupp h är motsvarande kolonn i C^h noll. Om ingen produktblandning förekommer gäller detta för alla minimumgrupper som ej ingår i anläggningsgruppens egen varugrupp. Gäller detta för alla anläggningsgrupper kommer matriserna C^h att innehålla exakt (n) kolonner skilda från noll medan övriga kolonner är noll. Dessa (n) kolonner får då bilda en ny matris som är av ordningen $\tau \times (n)$ och betecknas med C.

Motsvarande gäller för $\hat{D}$ i (III: 25). Varje enskild matris D^h innehåller n kolonner, en för varje varugrupp. Om en varugrupp ej produceras inom en anläggningsgrupp h är motsvarande kolonn noll. Om ingen produktblandning förekommer gäller detta för alla varugrupper utom anläggningsgruppens egen. Gäller detta i sin tur för alla anläggningsgrupper kommer

[1] Jfr B. Höglund & L. Werin, *The Production System*, Ch. II: D och B. Höglund & L. Werin, *Input-output-tabeller för Sverige år 1957*, Stockholm 1964, kap. II: D och kap. IV: C, s. 128 ff.

matriserna D^h att innehålla exakt n kolonner skilda från noll medan övriga kolonner är noll. Dessa n kolonner får då bilda en ny matris av ordningen $(n) \, x \, n$ och med beteckningen D.

Vi har slutligen matrisen $\hat{E}$ i (III: 26). Här är det lämpligt att först teckna en ny matris E som definieras:

$$E = (e^1 \, e^2 \ldots e^n). \tag{III: 29}$$

Detta blir en kvadratisk matris av ordningen n. Om ingen produktblandning förekommer övergår E till motsvarande enhetsmatris.

De tidigare beskrivna operationerna kan karakteriseras på följande sätt. Den process som utnyttjats för den totala produktionen inom anläggningsgruppen har uttryckts som en konvex linjär kombination av processer för varugrupper. Dessa i sin tur har uttryckts som konvexa linjära kombinationer av processer för minimumgrupper och dessa, slutligen, som konvexa linjära kombinationer av primära processer. Detta är liktydigt med att den härledda process som utnyttjats inom anläggningsgruppen, dvs. den process till vilken observationerna beträffande output och input direkt ansluter sig, har uttryckts som en konvex linjär kombination av primära processer. Det problem som närmast blir aktuellt är nu dels för vilket slag av härledda processer det är möjligt att uppskatta numeriska uttryck, dels under vilka förutsättningar dessa härledda processer bildar en konsistent modell i den mening som angetts i kapitel II. Det förra problemet skall behandlas i nästföljande avsnitt medan det senare tas upp i nästa kapitel.

C. UPPSKATTNING AV HÄRLEDDA PROCESSER

Varje verksamhet inom systemet består i utnyttjande av primära processer i bestämda nivåer. Diskussionen i föregående avsnitt har visat att man inom vissa gränser kan tänka sig den totala verksamheten fördelad på olika slag av verksamhet och för varje sådant slag definiera en särskild härledd process. Man får då härledda processer för exempelvis minimumgrupper, varugrupper och anläggningsgrupper. Det problem som skall behandlas i detta avsnitt är att på grundval av tillgängliga data skapa numeriska uttryck för sådana härledda processer som utnyttjats under en given period för vilken data över output och input föreligger.

Som utgångspunkt skall tas ett schematiskt uttryck för (III: 27) som anknyter till de tidigare använda:

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
R^n & \xrightarrow{\hat{E}} & (R^n)^n & \xrightarrow{\hat{D}} & (R^{(n)})^n & \xrightarrow{\bar{C}} & V_\tau & \xrightarrow{\mathcal{A}} & V_\nu & \xrightarrow{\hat{\pi}} & R^\nu & \xrightarrow{G_{n\nu}} & R^n \\
\rotatebox[origin=c]{90}{$\in$} & & \rotatebox[origin=c]{90}{$\in$} & & \rotatebox[origin=c]{90}{$\in$} & & \rotatebox[origin=c]{90}{$\in$} & & \rotatebox[origin=c]{90}{$\in$} & & \rotatebox[origin=c]{90}{$\in$} & & \rotatebox[origin=c]{90}{$\in$} \\
{}^h x^o & & {}^i_h X & & {}^{(i)}_{h} X & & \lambda & & \mathcal{A}\,\lambda & & \hat{\pi}\,\mathcal{A}\,\lambda & & y
\end{array}$$

${}^i_h X \in (R^n)^n$ betraktas här som en vektor av dimension n^2 som är bildad av n st. vektorer ${}^i x^h \in R^n$ $(h=1, 2, \ldots, n)$, och ${}^{(i)}_{i} X \in (R^{(n)})^n$ betraktas som en vektor av dimension $(n)\ x\ n$ bildad av n st. vektorer ${}^{(i)} x^h \in R^{(n)}$ $(h=1, 2, \ldots, n)$.

Observerade storheter är å ena sidan vektorn ${}^h x^o \in R^n$, som anger den totala produktionen fördelad på anläggningsgrupper, och de n st. vektorerna ${}^i x^h \in R^n$, som anger produktionen inom anläggningsgrupperna fördelad på varugrupper, och å andra sidan vektorn $y \in R^n$, som anger slutprodukten av varugrupperna. Vektorerna ${}^h x^o$ och ${}^i x^h$ anger samtidigt aktivitetsnivåer för härledda processer. Det som nu önskas är numeriska uttryck för n härledda processer vilka tillsammans bildar en transformation av en observerad vektor i R^n, som avser aktivitetsnivåer för något slag av härledda processer, till den observerade vektorn $y \in R^n$, som anger slutprodukten.

Det vanliga sättet att beräkna sådana numeriska uttryck är att utgå från vektorerna ${}^i x^h$, ${}^i u^h$ och z^h i (III: 4) och (III: 5), vilka anger output och input i de n anläggningsgrupperna, samt dividera dem med tal för totala output inom respektive anläggningsgrupp. Man erhåller då alltid ett uttryck som anger enhetsnivån för den härledda process som utnyttjats inom anläggningsgruppen. Om ingen produktblandning föreligger inom en anläggningsgrupp kommer den härledda processen automatiskt att också avse den mot anläggningsgruppen svarande varugruppen. Om däremot produktblandning förekommer avser den härledda processen flera än en varugrupp. Eftersom data för input hänför sig till den totala produktionen inom anläggningsgruppen och ej produktion av enskilda varugrupper uppkommer här problemet om hur härledda processer för varugrupper skall kunna beräknas. Detta är det inom input-output-litteraturen mycket diskuterade problemet om sekundärproduktion.[1]

För att belysa detta problem är det lämpligt att välja en mera generell utgångspunkt. Vi startar med uttryck (III: 27), som upprepas här:

$$G_{n\nu} A \bar{C} \hat{D} \hat{E} \, {}^h x^o = y. \qquad \text{(III: 27)}$$

Detta är en likhet som grundar sig på antagandena för produktionsmodellen tillsammans med de givna definitionerna av $\bar{C}$, $\hat{D}$ och $\hat{E}$.

Högra sidan av denna likhet kan skrivas på olika sätt:

$$
\begin{aligned}
&(1)\quad y \equiv && \text{(III: 30)}\\
&(2)\quad \equiv \sum_{h=1}^{n} ({}^i x^h - {}^i u^h) \equiv &&\\
&(3)\quad \equiv ({}^i_h X - {}^i_h U) \, {}^h\hat{X}^{o-1} \, {}^h x^o \equiv &&\\
&(4)\quad \equiv (I - {}^i_h U \, {}^i_h X^{-1}) \, {}^i_h X \, {}^h\hat{X}^{o-1} \, {}^h x^o \equiv &&\\
&(5)\quad \equiv (I - {}^i_h U \, {}^i_h X^{-1}) \, {}^i x^o. &&
\end{aligned}
$$

${}^i_h X$ och ${}^i_h U$ är element i $(R^n)^n$ och betraktas här som matriser. Man har alltså fem olika sätt att skriva slutprodukten, och man kan då alltid välja det som från den aktuella synpunkten är lämpligast. Tag nr (3) och sätt in i (III: 27):

$$G_{n\nu} \hat{\pi} A \bar{C} \hat{D} \hat{E} \, {}^h x^o = ({}^i_h X - {}^i_h U) \, {}^h\hat{X}^{o-1} \, {}^h x^o. \qquad \text{(III: 31)}$$

Detta är ett uttryck som enligt förutsättningarna gäller för alla värden på ${}^h x^o$ och man har därför:

$$G_{n\nu} \hat{\pi} A \bar{C} \hat{D} \hat{E} = ({}^i_h X - {}^i_h U) \, {}^h\hat{X}^{o-1}. \qquad \text{(III: 32)}$$

Vänstra sidan anger enhetsnivåerna för n härledda processer för anläggningsgrupper. Högra sidan innehåller endast observerade storheter. Detta är den nyss beskrivna uppskattningsproceduren för processer för anläggningsgrupper.

Om ingen produktblandning förekommer gäller för högra sidan ${}^i_h X =$

---

[1] Se t.ex. W. D. Evans, Input-Output-Computations i T. Barna (ed.), *The Structural Interdependence of the Economy*, Milano 1955. Jfr även i not s. 62 angiven litteratur.

$={}^{h}\hat{X}^{o}={}^{i}\hat{X}^{o}$. För vänstra sidan gäller under samma förutsättning att $\bar{C}$, $\hat{D}$ och $\hat{E}$ kan ersättas med C, D och E samt att $E=I$.[1] Man erhåller därför följande uttryck:

$$G_{nv}\,\hat{\pi}\,A\,C\,D=I-{}^{i}_{h}U\,{}^{i}\hat{X}^{o-1}. \qquad \text{(III: 33)}$$

Vänstra sidan uttrycker enhetsnivån för n härledda processer för varugrupper. Högra sidan innehåller fortfarande endast observerade storheter (förutom I). Detta är den nyss beskrivna uppskattningsproceduren för det specialfall då ingen produktblandning föreligger.

Det som gör specialfallet utan produktblandning enkelt är i princip att observationsmaterialet ger endast en härledd process aktuell för varje varugrupp. Så är det ej i det generella fallet med produktblandning, och det blir därför mera komplicerat. Även det studeras bäst med utgångspunkt i (III: 27).

Det som komplicerar vänstra sidan i (III: 27) är bl.a. att där ingår de mera komplicerade transformationerna $\bar{C}$, $\hat{D}$ och $\hat{E}$ i stället för de enklare C, D och E. Men antag att de enklare kan användas trots produktblandning, så att man kan skriva:

$$G_{nv}\,\hat{\pi}\,A\,C\,D\,E\,{}^{h}x^{o}=y. \qquad \text{(III: 34)}$$

Eftersom $E\,{}^{h}x^{o}={}^{i}x^{o}$ får man då:

$$G_{nv}\,\hat{\pi}\,A\,C\,D\,{}^{i}x^{o}=y. \qquad \text{(III: 35)}$$

Detta är samma uttryck som nyss visats gälla i fallet utan produktblandning. För att närmare se under vilka förutsättningar det gäller även vid produktblandning skriver vi vänstra sidan av (III: 27) på följande alternativa sätt:

$$\begin{aligned} &G_{nv}\,\hat{\pi}\,A\,\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}\,{}^{h}x^{o}\equiv \\ &\equiv G_{nv}\,A\,\bar{C}\,\hat{D}\begin{bmatrix} {}^{i}x^{1} \\ {}^{i}x^{2} \\ \cdots \\ {}^{i}x^{n} \end{bmatrix}\equiv \\ &\equiv G_{nv}\,\hat{\pi}\,A\sum_{h=1}^{n} C^{h}\,D^{h}\,{}^{i}x^{h} \end{aligned} \qquad \text{(III: 36)}$$

---

[1] Jfr s. 63.

Det ovannämnda problemet med transformationerna C och D återkommer här i $C^h D^h$, som i allmänhet ej kan antas vara lika för alla h. Men antag att de är sinsemellan lika och sätt dem lika med $C D$. Då får man:

$$G_{n\nu} \hat{\pi} A \sum_{h=1}^{n} C^h D^h \, {}^i x^h \qquad \text{(III: 37)}$$
$$= G_{n\nu} \hat{\pi} A C D \sum_{h=1}^{n} {}^i x^h$$
$$= G_{n\nu} \hat{\pi} A C D \, {}^i x^o.$$

$C^h D^h$ lika för alla h är således ett tillräckligt villkor för att det enklare uttrycket skall kunna användas. Men det är icke nödvändigt. Nödvändigt och tillräckligt är att $G_{n\nu} \hat{\pi} A C^h D^h$ är lika för alla h. Det återstår att klargöra vilken innebörd ett sådant antagande har.

Tag en godtycklig matris $C^h D^h$. Den är av ordningen $\tau x n$. Varje kolonn motsvarar en av de n varugrupperna. Om en given varugrupp i produceras inom anläggningsgrupp h innehåller kolonn i åtminstone något element skilt från noll. Om varugruppen ej produceras inom anläggningsgruppen innehåller kolonn i endast nollor; samtidigt är då komponenten ${}^i x^h_i$ av vektorn ${}^i x^h$ noll. Kolonn och motsvarande vektorkomponent är således samtidigt antingen noll eller (semi)-positiva.

Matriserna $C^h D^h$ definierar tillsammans med A de härledda processer som utnyttjats. Antagandet om lika $C^h D^h$ innebär att endast en härledd process utnyttjats vid produktion av var och en av varugrupperna oavsett inom vilken anläggningsgrupp observationerna visar att produktion av den ägt rum. Antagandet om lika $G_{n\nu} \hat{\pi} A C^h D^h$ innebär att endast sådana härledda processer utnyttjats vid produktion av var och en av dessa varugrupper att relationen mellan output och input blir lika då output och input specificeras endast till varugrupper. Den är »lika i R^n». I båda fallen innehåller de n matriserna $G_{n\nu} \hat{\pi} A C^h D^h$ endast n kolonner som är olika (förutom de som är noll). Eftersom kolonn h alltid är skild från noll inom matris h utgöres dessa n kolonner av nr 1 i $G_{n\nu} \hat{\pi} A C^1 D^1$, nr 2 i $G_{n\nu} \hat{\pi} A C^2 D^2$ etc., och man får därför sista uttrycket i (III: 37).

Under de givna förutsättningarna är detta ett uttryck för slutprodukten.

Det kan därför sättas lika med vilket som helst av de alternativa uttrycken i (III: 30). Tag nr (5):

$$G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C\, D\, {}^i x^o = \left(I - {}^i_h U\, {}^i_h X^{-1}\right) {}^i x^o. \qquad \text{(III: 38)}$$

Denna likhet gäller för alla värden på ${}^i x^o$, och man får därför:

$$G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C\, D = I - {}^i_h U\, {}^i_h X^{-1}. \qquad \text{(III: 39)}$$

Vänstra sidan anger de tidigare beskrivna härledda processerna. Högra sidans ${}^i_h U$ och ${}^i_h X$ är kända genom observation.

I det speciella fall då produktblandning ej föreligger kommer endast kolonn h i $G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C^h D^h$ att vara semi-positiv, medan samtliga övriga kolonner är noll. Då uppfylles automatiskt ovan nämnda antagande att samma härledda process utnyttjats för produktion av en given varugrupp inom varje anläggningsgrupp där observationerna visar produktion av varugruppen i fråga. Vänstra sidan blir då $G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C\, D$. För högra sidan gäller ${}^i_h X = {}^h\hat{X}^o = {}^i\hat{X}^o$. (III: 39) övergår automatiskt till (III: 33).

Resultatet av denna diskussion beträffande beräkning av uttryck för härledda processer för varugrupper kan beskrivas i ett schema för de aktuella transformationerna:

$$\begin{tikzcd}
R^n \arrow[r, "E"] & R^n \arrow[r, "D"] \arrow[rrrrr, bend left, "(G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C\, D)"] & R^{(n)} \arrow[r, "C"] & V_\tau \arrow[r, "A"] & V_\nu \arrow[r, "\hat{\pi}"] & R^\nu \arrow[r, "G_{n\nu}"] & R^n \\
\rotatebox{90}{$\in$} & \rotatebox{90}{$\in$} & \rotatebox{90}{$\in$} & \rotatebox{90}{$\in$} & \rotatebox{90}{$\in$} & \rotatebox{90}{$\in$} & \rotatebox{90}{$\in$} \\
{}^h x^o & {}^i x^o & {}^{(i)} x^o & \lambda & A\lambda & \hat{\pi}\, A\, \lambda & y
\end{tikzcd}$$

Schemat bör ses i relation till det tidigare använda. Utgångspunkten var att det i princip förekom n transformationer av vektorer ${}^i x^h \in R^n$ till vektorer $\lambda \in V_\tau$ då produktionen inom de n anläggningsgrupperna betraktas var för sig. Problemet var att undersöka under vilka förutsättningar dessa n transformationer kunde ersättas av en enda. Schemat här ovan anger de båda möjligheter som diskuterats; de motsvarar fallen utan och med produktblandning. Om ingen produktblandning förekommer kan $\bar{C}$, $\hat{D}$ och $\hat{E}$ automatiskt ersättas med C, D respektive I. Detta motsvaras i schemat av transformationerna över $R^{(n)}$, V_τ etc. Från de observerade storheterna kan då utan något extra antagande beräknas en transformation av ${}^{i}x^{o} \in R^{n}$ till $y \in R^{n}$, vilket var vad som eftersträvades. Om produktblandning föreligger finns denna möjlighet endast om de n transformationerna av ${}^{i}x^{h} \in R^{n}$ till $\lambda \in V_{\tau}$ uppfyller villkoret att de gör transformationerna av ${}^{i}x^{h} \in R^{n}$ till $y \in R^{n}$ lika. Detta är i schemat markerat med $(G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, \mathcal{A}\, C\, D)$.

Hittills har endast producerade varor behandlats. För att vara fullständiga måste emellertid uttrycken för härledda processer även omfatta primära varor. De marknadsförda primära varorna, resurserna, kan därvid behandlas på ett sätt som helt motsvarar det nyss beskrivna, eftersom det antagits att observationsmaterialet omfattar förbrukning av sådana varor.

Enligt den första metoden erhålls:

$$G_{m_1\mu_1}\, \hat{\omega}\, \mathcal{B}\, \bar{C}\, \hat{D}\, \hat{E} = -{}_{h}Z\, {}^{h}\hat{X}^{o-1}. \qquad \text{(III: 40)}$$

${}_{h}Z \in (R^{m_1})^{n}$ betraktas som en matris av ordningen $m_1\, x\, n$. Vänstra sidan anger härledda processer vad avser input av resurser för n anläggningsgrupper. Högra sidan innehåller endast observerade storheter. Om ingen produktblandning föreligger övergår uttrycket till:

$$G_{m_1\mu_1}\, \hat{\omega}\, \mathcal{B}\, C\, D = -{}_{h}Z\, {}^{i}\hat{X}^{o-1}. \qquad \text{(III: 41)}$$

Man erhåller direkt processer för varugrupper i stället för processer för anläggningsgrupper.

Enligt den andra metoden erhålls med det tidigare beskrivna antagandet om utnyttjade processer:

$$G_{m_1\mu_1}\, \hat{\omega}\, \mathcal{B}\, C\, D = -{}_{h}Z\, {}^{i}_{h}X^{-1}. \qquad \text{(III: 42)}$$

Vänstra sidan innehåller de tidigare beskrivna härledda processerna för varugrupper. Högra sidan innehåller enbart observerade storheter. Om ingen produktblandning föreligger övergår detta uttryck till (III: 41).

Vi har nu visat två metoder att på grundval av observerade storheter för produktion och förbrukning inom anläggningar uppskatta uttryck för härledda processer. Den första metoden, som skall kallas *metod I*, innebär helt enkelt att produktionstal och förbrukningstal för varje anläggningsgrupp divideras med tal för totalproduktion inom anläggningsgruppen. Man får ett uttryck som anger output och input av de olika varugrupperna per enhet output för den härledda process som utnyttjats inom anläggningsgruppen. Enligt den andra metoden, kallad *metod II,* multipliceras den matris som anger produktions- och förbrukningstal med inversen av den matris som anger produktblandningen inom anläggningsgrupperna. Under förutsättning av att de aktiviteter som inom olika anläggningsgrupper används för framställning av en given varugrupp avser samma process, ger detta som resultat ett uttryck som anger output och input av de olika varugrupperna per enhet output för de härledda processer som används för produktion av de n varugrupperna. I det speciella fall då ingen produktblandning förekommer sammanfaller de båda metoderna. Produktionstal och förbrukningstal för anläggningsgrupper är då samtidigt produktions- och förbrukningstal för varugrupper, och proceduren leder till ett uttryck som anger output och input av de olika varugrupperna per enhet output för de härledda processer som används för produktion av de n varugrupperna. I de två senare fallen blir naturligtvis output-talet lika med 1.

Uppskattningsprocedurerna berör emellertid direkt endast marknadsförda varor. Utgångspunkten var ju ett antagande att observationer beträffande produktion och förbrukning avsåg endast sådana varor, och de beskrivna metoderna utgår från detta antagande beträffande tillgång på observationsmaterial. Det återstår därför problemet att komplettera de erhållna uttrycken med åtgångstal för varor som är bundna inom de enskilda företagen. Eftersom det icke föreligger några observationstal som direkt hänför sig till åtgången av denna typ av varor, måste en uppskattning av åtgången ske på indirekt väg. En sådan uppskattning kan ske med anknytning till den i kapitel II diskuterade teoretiska modellen.

De mängder av ej marknadsförda primära varor som finns att tillgå inom de enskilda företagen (anläggningarna) har betecknats med vektorer $\varkappa^{(h)}$. Av dessa mängder utnyttjas $C\lambda^{(h)}$ i produktionen, som således anger åtgången av icke marknadsförda primära varor. Problemet är att för varje aktuell härledd process formulera ett uttryck som på något sätt anger värdet av dessa åtgångna mängder, precis som åtgången av andra varor anges i värdetal. Värdetal förutsätter någon form av priser, men då de berörda varorna icke köps eller säljs på någon marknad kan man icke förutsätta att det finns några priser i vanlig mening. Vi vet emellertid att det finns variabler $v^{(h)}$ som i vissa hänseenden spelar samma roll som priser. Dessa variabler har bl.a., tillsammans med π och ω, den egenskapen att vid jämvikt och vinstmaximum inom företagen kommer följande likhet att gälla för varje använd process j inom ett företag (h):[1]

$$\langle (\mathcal{A})_j, \pi \rangle + \langle (\mathcal{B})_j, \omega \rangle + \langle (\mathcal{C})_j, v^{(h)} \rangle = 0. \qquad \text{(III: 43)}$$

Eftersom detta gäller för varje enskild (primär) process, gäller det också för varje kombination av processer. För varje aktivitet gäller således:

$$\langle \mathcal{A}\lambda, \pi \rangle + \langle \mathcal{B}\lambda, \omega \rangle + \sum_{(h)=1}^{\sigma} \langle \mathcal{C}\lambda^{(h)}, v^{(h)} \rangle = 0. \qquad \text{(III: 44)}$$

Om $v^{(h)}$ tolkas som priser (»skuggpriser») per tidsenhet på de icke marknadsförda primära varorna kan ovanstående likhet uttryckas så: Sammanlagda värdet av output är lika med sammanlagda kostnaden av input. Detta gäller för varje använd process, därför också för varje aktivitet och varje härledd process. Tidigare har enhetsnivå för en process definierats som den nivå för vilken sammanlagda värdet av output är lika med 1. Därav följer att vid enhetsnivån är sammanlagda värdet av input också lika med 1.

Från observationer känner vi $\langle \mathcal{A}\lambda, \pi \rangle$ och $\langle \mathcal{B}\lambda, \omega \rangle$ i (III: 44) vad avser produktion inom anläggningsgrupper, och vi har nyss visat hur man därav under vissa förutsättningar kan erhålla samma uttryck för produktion av varugrupper. $\langle \mathcal{A}\lambda, \pi \rangle$ är värdet av produktion minus förbrukning av producerade varor, och $\langle \mathcal{B}\lambda, \omega \rangle$ är värdet av förbrukning av marknadsförda primära varor. Beträffande $\sum_{(h)=1}^{\sigma} \langle \mathcal{C}\lambda^{(h)}, v^{(h)} \rangle$ finns däremot inga direkta observationer. Det är nu tydligt att man kan få ett uttryck för sammanlagda värdet av förbrukningen av ej marknadsförda primära varor som överensstämmer med den teoretiska modellen genom att för varje aktivitet sätta:

$$-\sum_{(h)} \langle \mathcal{C}\lambda^{(h)}, v^{(h)} \rangle = \langle \mathcal{A}\lambda, \pi \rangle + \langle \mathcal{B}\lambda, \omega \rangle \qquad \text{(III: 45)}$$

(h) för företag (anläggningar) som deltar i aktiviteten.

[1] Se t.ex. (II: 26) och (II: 32). $\pi_i = \pi_i^I + \pi_i^{II}$.

Uttryckt på annat sätt innebär detta att värdet av förbrukning av ej marknadsförda primära varor sätts lika med skillnaden mellan å ena sidan totala produktionsvärdet och å andra sidan totala värdet av förbrukningen av marknadsförda varor. Detta gäller för varje observerad aktivitet, förutsatt att total jämvikt råder.

De tidigare uttrycken för aktiviteter inom anläggningsgrupper och för produktion av varugrupper kan nu kompletteras i anslutning till detta. Kompletteringen kan göras antingen i observationsmaterialet eller i de därav härledda uttrycken för härledda processer. I det förra fallet erhålls det önskade talet som skillnaden mellan produktionsvärde och värde av observerad förbrukning, i det senare som skillnaden mellan 1 och summan av input-koefficienter för den observerade förbrukningen.

Uppskattningsproceduren ger för varje anläggningsgrupp respektive varugrupp en vektor som innehåller ett tal för varje varugrupp (eventuellt uttryckt som skillnad mellan två tal). Detta överensstämmer med det i kapitel II angivna sättet att beskriva en aktivitet då specifikationen begränsas till varugrupper. Den teoretiska modellen tillsammans med de speciella antagandena i samband med uppskattningen implicerar vissa egenskaper hos dessa uttryck. Vi skall nu till sist undersöka dessa samt se huruvida användningen av data över observationer är konsistent därmed.

De egenskaper hos processerna som kommer i fråga är följande:

a) Summan av output skall vara lika med summan av input. Detta följer av vad som nyss anförts i samband med diskussion av icke marknadsförda primära varor samt av att output och input mäts i värdeenheter.

b) Summan av output skall vara lika med 1. Skälet härtill är att den härledda processen representeras med sin enhetsaktivitet och att aktivitetsnivån anges med tal för totala produktionen.

c) Primära varugrupper skall förekomma endast som input. Modellens förutsättningar tillåter icke produktion av primära varor.

d) En process som avser produktion av en varugrupp skall ha en och endast en producerad varugrupp som output. Denna output skall vara lika med 1. Detta tämligen självklara förhållande följer av antagandet om existensen av minimumgrupper för vilka aktiviteten kan särskiljas och sammanläggningen av minimumgrupper till varugrupper samt av antagandet att aktiviteten för tillverkning av en given varugrupp tillhör samma process oavsett inom vilken anläggningsgrupp tillverkningen sker. Punkten är aktuell för metod II och specialfallet.

e) En process som avser produktion inom en anläggningsgrupp skall ha minst en varugrupp som output. Detta är aktuellt för metod I.

De data som används och deras behandling framgår av följande tre par uttryck, vilka hämtats från tidigare uttryck i detta kapitel.

För metod I:

$$ {}_h^iX\,{}^h\hat{X}^{o^{-1}} - {}_h^iU\,{}^h\hat{X}^{o-1} \qquad \text{(III: 32: a)} $$

$$ -{}_hZ\,{}^h\hat{X}^{o-1}. \qquad \text{(III: 40: a)} $$

För metod II:

$$ I - {}_h^iU\,{}_h^iX^{-1} \qquad \text{(III: 39: a)} $$

$$ -{}_hZ\,{}_h^iX^{-1}. \qquad \text{(III: 42: a)} $$

För specialfallet utan produktblandning:

$$ I - {}_h^iU\,{}^i\hat{X}^{o-1} \qquad \text{(III: 33: a)} $$

$$ -{}_hZ\,{}^i\hat{X}^{o-1}. \qquad \text{(III: 41: a)} $$

Vi påminner om att i specialfallet gäller ${}_h^iX = {}^h\hat{X}^o = {}^i\hat{X}^o$. Förutom enhetsmatrisen I förekommer således de fem matriserna ${}_h^iX$, ${}^h\hat{X}^o$, ${}^i\hat{X}^o$, ${}_h^iU$ och ${}_hZ$. Samtliga avser observerade tal. De tre förra anger produktion, de två senare förbrukning. Med det sätt på vilket de användes måste alla vara ickenegativa (semi-positiva). För en och samma varugrupp kan förekomma tal för både produktion och förbrukning. Man kan därför lämpligen tala om brutto-output och brutto-input.

Metod I innebär att kolonnerna i ${}_h^iX$, ${}_h^iU$ och ${}_hZ$ divideras med positiva tal för produktion inom anläggningsgrupper. Alla erhållna tal blir då ickenegativa. Det innebär att punkt c) uppfylls. Eftersom kolonnsummorna i ${}_h^iX$ utgör total output inom anläggningsgrupperna uppfylles punkt b). Detta är vad som följer redan av talens karaktär av produktions- och förbrukningstal. Punkt a) skulle här innebära att totala input är mindre än eller lika med totala output, emedan icke marknadsförda primära varor ej ingår i uttrycken. Här kan man icke enbart på grundval av talens karaktär dra några slutsatser. Däremot kan man utgå ifrån att så är fallet i alla praktiska fall.[1] Om vidare a) är uppfyllt och någon primär vara används inom varje process, så måste e) vara uppfyllt.

Specialfallet skiljer sig från metod I endast däri att brutto-output förekommer för endast en producerad varugrupp. Det som tidigare sades om e) gäller här om d).

För metod II är situationen den att utgångstalens karaktär av produktionstal och förbrukningstal icke garanterar att punkterna a) och b) uppfylls. Det är inversen ${}_h^iX^{-1}$ som är kritisk. Om denna invers är icke-negativ, så blir samtliga erhållna förbrukningstal icke-negativa. Detta är vad som automatiskt inträffar i specialfallet. Men detta villkor är icke nödvändigt. Vad som krävs är att matriserna ${}_h^iU\,{}_h^iX^{-1}$ och ${}_hZ\;{}_h^iX^{-1}$ är icke-negativa.

---

[1] Ett undantag som kan ha aktualitet är t.ex. produktion som är subventionerad på något sätt, men därvid kommer subventionen in som en kompenserande storhet. Jfr B. Höglund & L. Werin, *The Production System*, s. 15.

KAPITEL IV

Aggregation till härledda processer

A. INLEDNING

I föregående kapitel diskuterades problemet att på grundval av tillgängliga observationer beträffande produktion och förbrukning inom anläggningarna uppskatta numeriska uttryck för härledda processer. Som resultat av uppskattningsprocedurerna framkom två par av uttryck, ett par för varje särskild procedur, nämligen (III: 32) och (III: 40) samt (III: 39) och (III: 42); för att vara fullständiga skall dessa kompletteras vad avser icke marknadsförda varor, och det visades hur en sådan komplettering kan genomföras på ett med den allmänna jämviktsmodellen konsistent sätt. Det visades också hur uppskattningsproceduren kunde uppfattas som en övergång från en ursprunglig typ av transformation mellan två vektorrum till nya typer av sådana transformationer.

Möjligheten till uppskattning är den ena viktiga aspekten på härledda processer. Den andra är frågan under vilka omständigheter härledda processer kan ersätta primära processer vid användandet av produktionsmodellen. Denna fråga berördes inledningsvis i kapitel II, där möjligheten att av härledda processer bilda en konsistent härledd modell berördes, dock utan att någon närmare preciserad definition av konsistens gavs.[1] Sådana definitioner ges i nästföljande avsnitt. I avsnitt C undersöks sedan situationer då konsistens föreligger, och därvid återkommes till stabilitet hos härledda processer, som också berördes i kapitel II.[1] I avsnitt D, slutligen, diskuteras aggregationen till härledda processer och hur denna påverkar giltigheten.

---

[1] Jfr s. 18.

B. DEFINITIONER AV KONSISTENS

Den allmänna egenskapen hos konsistens är således att härledda processer skall kunna ersätta primära processer vid användande av produktionsmodellen. Denna är avsedd att användas för att ange relationen mellan aktivitetsnivåer för processer och slutprodukt och åtgång av varor. Konsistens innebär då att samma relation erhålls med primära processer och med härledda processer. Det är därvid två saker som fordrar en närmare precisering. Den ena gäller slaget av härledda processer, den andra specifikationen av slutprodukt och åtgång.

Varje uppsättning av härledda processer motsvaras av en sammansatt transformation mellan bestämda vektorrum, och man kan därför också hänföra konsistensen till dessa transformationer. Det är lämpligt att som utgångspunkt för den närmare preciseringen ta ett schematiskt uttryck för en sådan transformation från total produktion inom anläggningsgrupper till slutprodukt:

$$
\begin{array}{ccccccccccccc}
R^n & \xrightarrow{\hat{E}} & (R^n)^n & \xrightarrow{\hat{D}} & (R^{(n)})^n & \xrightarrow{\bar{C}} & V_\tau & \xrightarrow{A} & V_\nu & \xrightarrow{G_{(n)\nu}\,\hat{\pi}} & R^{(n)} & \xrightarrow{G_{(n)n}} & R^n \\
\rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} \\
{}^{h}x^{o} & & {}^{i}_{h}X & & {}^{(i)}_{h}X & & \lambda & & A\lambda & & {}^{(i)}y^{o} & & {}^{i}y^{o}
\end{array}
$$

Alla storheter hänför sig till *aktivitetsnivåer* för härledda processer

Alla storheter hänför sig till *slutprodukt* av varor eller varugrupper

Detta är i stort sett samma uttryck som används i kapitel III, avsnitt C (s. 64). Liksom där betraktas ${}^{i}_{h}X \in (R^n)^n$ och ${}^{(i)}_{h}X \in (R^{(n)})^n$ som vektorer bildade av de n st. vektorerna ${}^{i}x^{h} \in R^n$ $(h=1, 2, \ldots, n)$ respektive de n st. vektorerna ${}^{(i)}x^{h} \in R^{(n)}$ $(h=1, 2, \ldots, n)$. Vi erinrar om att de under särskilda omständigheter kan ersättas med ${}^{i}x^{o}$ respektive ${}^{(i)}x^{o}$. Den skillnad som finns gäller specifikationen av transformationerna. I förra kapitlet användes schemat för att markera observerade och icke observerade storheter. Här är det en annan synpunkt som är av intresse. De tre storheterna ${}^{h}x^{o}$, ${}^{i}_{h}X$ och ${}^{(i)}_{h}X$ (alternativt ${}^{h}x^{o}$, ${}^{i}x^{o}$ och ${}^{(i)}x^{o}$) anger aktivitetsnivåer för olika slag av härledda processer, nämligen processer för anläggningsgrupper, varugrupper och minimumgrupper. De tre storheterna $A\lambda$, ${}^{(i)}y^{o}$ och ${}^{i}y^{o}$ i sin tur anger slutprodukt med specifikation till varor, minimumgrupper respektive varugrupper. Storheten λ, slutligen, anger aktivitetsnivåer för primära processer.

Ett motsvarande schema kan tecknas för marknadsförda primära varor. Det överensstämmer med ovanstående förutom däri att A ersätts av B och $\hat{\pi}$ ersätts av $\hat{\omega}$, varjämte någon specifikation av åtgången till minimumgrupper ej är aktuell eftersom dessa förekommer endast för producerade varor.

Från icke marknadsförda varor kan bortses i detta sammanhang. De kommer att ingå som en restpost, och om det råder konsistens vad avser övriga varor, så måste det råda konsistens även vad avser de icke marknadsförda, tagna tillsammans. Vi återkommer emellertid till dem i samband med diskussionen av aggregationen i nästa avsnitt.

I schemat förekommer 7 vektorrum och 6 transformationer. Man kan därför bilda ett flertal sammansatta transformationer förutom den som vi utgick från. Av intresse i detta sammanhang är sådana som startar i ett vektorrum där elementen representerar aktivitetsnivåer för härledda processer och går till ett vektorrum där elementen representerar slutprodukt av varor eller varugrupper, eftersom dessa transformationer svarar mot den ovan angivna användningen av modellen. Dessa båda slag av vektorrum har markerats särskilt i schemat. Man ser då tydligt hur konsistensen dels kan avse olika slag av härledda processer, dels kan gälla för olika specifikation av slutprodukten. Vi tar upp dessa båda aspekter i tur och ordning.

De härledda processerna utnyttjas inom särskilda verksamheter. Vi har först produktion inom anläggningsgrupper; detta motsvaras i schemat av ${}^{h}x^{o} \in R^{n}$ som anger aktivitetsnivåer för de härledda processer som utnyttjas inom anläggningsgrupperna. Vidare har vi produktion av varugrupper; detta motsvaras av ${}^{i}x^{h} \in R^{n}$ $(h=1, 2, \ldots, n)$, i särskilda fall ersatta av ${}^{i}x^{o} \in R^{n}$, som anger aktivitetsnivåer för härledda processer för varugrupper. Dessa båda alternativ har speciellt intresse eftersom de tidigare beskrivna uppskattningsprocedurerna leder fram till numeriska uttryck för ifrågavarande härledda processer. Slutligen har vi produktion av minimumgrupper; detta motsvaras av ${}^{(i)}x^{h} \in R^{(n)}$ $(h=1, 2, \ldots, n)$, i särskilda fall ersatta av ${}^{(i)}x^o \in R^{(n)}$, som anger aktivitetsnivåer för härledda processer för minimumgrupper. I fortsättningen skall vi behandla konsistens för dessa tre slag av härledda processer och därvid använda beteckningarna *konsistens för anläggningsgrupper, konsistens för varugrupper* och *konsistens för minimumgrupper.*

Den andra av de två aspekterna på konsistens gällde specifikationen av slutprodukten. Liksom det i förra fallet gällde *från* vilket vektorrum transformationen startade, gäller det här *till* vilket vektorrum transformationen går. Även här finns tre alternativ. Det första är specifikation till varor; i schemat motsvaras detta av $A\lambda \in V_\nu$, som anger slutprodukt av varor. Det andra alternativet är specifikation till minimumgrupper, motsvarande ${}^{(i)}y^o \in R^{(n)}$ i schemat. Det tredje alternativet är specifikation till varugrupper, i schemat motsvarande ${}^{i}y^o \in R^n$. Det gäller i alla tre fallen samma mängder av varor; skillnaden ligger endast i den olika specifikationsgraden. Varje specifikationsgrad svarar mot ett särskilt vektorrum. De tre fallen skall därför betecknas *konsistens i* V_ν, *konsistens i* $R^{(n)}$ och *konsistens i* R^n.

Begränsningen av diskussionen till producerade varor utgör inget problem. Den kan upprepas steg för steg för primära varor. Slutprodukt ersätts då av åtgång, och man får som alternativ *konsistens i* V_μ och *konsistens i* R^m.

Vi har således utgått från två olika aspekter vid definition av konsistens: Å ena sidan härledda processer av ett bestämt slag, å andra sidan en bestämd specifikation av slutprodukt och åtgång. För varje aspekt finns olika alternativ. Det finns här ingenting som säger att ett bestämt alternativ beträffande härledda processer måste kombineras med ett bestämt alternativ beträffande specifikationsgraden, utan de kan kombineras på olika sätt.[1] Man erhåller därför en serie olika slag av konsistens, i schemat ovan kan särskiljas 9 olika slag.

Därmed har angivits de definitioner för konsistens som kommer att utnyttjas i fortsättningen. De formella uttrycken är lätta att ange. Det kommer att ske i nästa avsnitt.

---

[1] En sådan bestämd korrespondens föreligger däremot i fråga om en input-output-modell. Se följande kapitel.

C. KONSISTENS OCH STABILITET

I detta avsnitt skall vi närmare undersöka villkoren för att en konsistent härledd modell skall föreligga.[1] Därvid är utgångspunkten att $\bar{C}$, $\hat{D}$ och $\hat{E}$ samt C och D bildats på det sätt som beskrivits i föregående kapitel. De hänför sig alltså till en speciell aktivitet, nämligen den aktivitet som observationerna avser; de anger de relationer i vilka processerna utnyttjas inom denna aktivitet. Enligt det tidigare definierar de enhetsnivåer för olika slag av härledda processer. I fortsättningen förutsätts att $\bar{C}$, $\hat{D}$, $\hat{E}$ och C, D hänför sig till denna observerade aktivitet. De kan i den följande diskussionen uppfattas som konstanter.

Variablerna λ och de därav bildade storheterna för minimumgrupper, varugrupper och anläggningsgrupper antas däremot gälla godtyckliga aktiviteter. Varje särskild varugruppering motsvarar en särskild grupperingsmatris. Om varumängderna är kända för en given gruppering kan en lämplig grupperingsmatris användas för att transformera dem till en annan mindre specificerad gruppering. Mera speciellt gäller följande uttryck för transformationer mellan aktivitetsnivåer, minimumgrupper och varugrupper:

$$^{(i)}x^o = G_{(n)\tau}\,\lambda \tag{IV: 1}$$

$$^{i}x^o = G_{n(n)}\,{}^{(i)}x^o = G_{n\tau}\,\lambda. \tag{IV: 2}$$

Grunden för dessa likheter är att varje primär process är entydigt tilldelad en minimumgrupp och varje minimumgrupp entydigt tilldelad en varugrupp.[2] Detta gäller också för varje särskild anläggningsgrupp.

Vid undersökningen av villkoren för konsistens visar det sig att man kan få fram det principiellt viktiga även om man huvudsakligen begränsar sig till ett fall och därjämte till input och output av producerade varor. Vi väljer då konsistens för varugrupper i R^n. Motsvarande transformationer kan tecknas på följande sätt:

---

[1] Problemet gäller här aggregation inom en allmän linjär produktionsmodell. Det närbesläktade problemet om aggregation inom en input-output-modell finns behandlat i den i not s. 118 angivna litteraturen.

[2] Jfr s. 56.

$$
\begin{array}{ccccc}
R^n & \xrightarrow{C\,D} & V_\tau & \xrightarrow{G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A} & R^n \\
\cup & & \cup & & \cup \\
{}^i x^o & & \lambda & & {}^i y^o
\end{array}
$$

Man har här två transformationer till R^n. Den ena är formulerad med de primära processerna och går i enlighet därmed från V_τ till R^n. Den andra är formulerad med härledda processer för varugrupper och går från R^n till R^n. Konsistens innebär att dessa båda transformationer ger samma ${}^iy^o \in R^n$ då ${}^ix^o = G_{n\tau}\lambda$. Vi skall nu närmare studera de fall då konsistens föreligger.

Mot transformationerna svarar följande två likheter:

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,\lambda = {}^iy^o \tag{IV: 3}$$

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,C\,D\,{}^ix^o = {}^iy^o \tag{IV: 4}$$

och vi skall därför undersöka när

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,\lambda = G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,C\,D\,{}^ix^o \tag{IV: 5 a}$$

$${}^ix^o = G_{n\tau}\,\lambda; \tag{IV: 5 b}$$

gäller.

Vi gör först en annan formulering härav. Sätt

$$\lambda = C\,D\,{}^ix^o + \xi, \tag{IV: 6}$$

så att man alltid har

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,\lambda = G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,C\,D\,{}^ix^o + G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,\xi. \tag{IV: 7}$$

Storheten ξ anger således hur $C\,D\,{}^ix^o$ avviker från λ, och sista termen i (IV: 7) anger hur dessa avvikelser påverkar ${}^iy^o$. Konsistens innebär att denna term blir noll.

Fortfarande gäller (IV: 5 b), och detta lägger en begränsning på ξ. Appliceras $G_{n\tau}$ på (IV: 6) erhålls

$$G_{n\tau}\,\lambda = G_{n\tau}\,C\,D\,{}^ix^o + G_{n\tau}\,\xi. \tag{IV: 8}$$

Eftersom $G_{n\tau}\,C\,D = I$ ger detta:

$$G_{n\tau}\,\xi = 0. \tag{IV: 9}$$

Man kan då skriva (IV: 5) på följande sätt:

$$\lambda = C\, D\, {}^{i}x^{o} + \xi \qquad \text{(IV: 10 a)}$$

$${}^{i}x^{o} = G_{n\tau}\, \lambda \qquad \text{(IV: 10 b)}$$

$$G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, \xi = 0 \qquad \text{(IV: 10 c)}$$

$$G_{n\tau}\, \xi = 0. \qquad \text{(IV: 10 d)}$$

Detta är alltså villkoren för konsistens.

Med utgångspunkt i (IV: 10) skall vi nu beskriva tre olika situationer då konsistens föreligger.

(1) Den första situationen inträffar då $\xi = 0$. Man ser omedelbart att detta medför att (IV: 10 c) och (IV: 10 d) uppfylles. Ekvivalent med $\xi = 0$ är $\lambda = C\, D\, {}^{i}x^{o}$. Innebörden härav är att för produktion av varje särskild varugrupp utnyttjas de primära processerna i den inbördes relation som anges av $C\, D$. Det påminnes om att $C\, D$ anger den relation i vilken de primära processerna utnyttjats under den period för vilken uppskattningen av härledda processer sker. Detta fall skall kallas *konstant relation mellan aktivitetsnivåer.*

(2) Den andra situationen inträffar då

$$G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C\, D\, G_{n\tau} = G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A. \qquad \text{(IV: 11)}$$

Appliceras vänstra sidan härav på vänstra sidan av (IV: 10 a) och högra sidan på högra sidan av (IV: 10 a) erhålls:

$$G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C\, D\, G_{n\tau}\, \lambda = G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C\, D\, {}^{i}x^{o} + G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, \xi \qquad \text{(IV: 12)}$$

och då (b) är uppfyllt följer (c) oberoende av vilka värden λ antar.

Innebörden i detta fall är svårare att se intuitivt. På vänstra sidan av (IV: 11) förekommer produkten $C\, D$ av två vägningsmatriser. Denna produkt blir en vägningsmatris av ordningen $\tau \times n$. Vidare förekommer $G_{n\tau}$ som är en grupperingsmatris av ordningen $n \times \tau$. $C\, D$ och $G_{n\tau}$ korresponderar mot varandra beträffande de positiva elementens placering på det sätt som beskrivits tidigare. Produkten av $C\, D$ och $G_{n\tau}$ blir då en matris av ordningen $\tau \times \tau$, för vilken gäller att alla kolonner som hänför sig till en given varugrupp är lika.[1] Om en sådan matris multipliceras med en godtycklig matris (av lämplig ordning) blir resultatet alltid en matris i vilken samma kolonner är sinsemellan lika. För $G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,C\,D\,G_{n\tau}$ gäller alltså att alla kolonner som hänför sig till en given varugrupp är lika, och (IV: 11) innebär att detta också gäller för $G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A$. Innebörden av förutsättningen för detta fall av konsistens är således att de processer som används för produktion av varor tillhörande en given varugrupp är lika då input och output specificeras till varugrupper. Detta fall skall därför kallas *likhet mellan processer.*[2]

(3) Den tredje situationen av konsistens är den då ingendera av förutsättningarna för (1) och (2) inträffar men då avvikelserna mellan λ och $C\,D\,{}^{i}x^{o}$ är sådana att de kompenserar varandra beträffande effekten på ${}^{i}y^{o}$. Att sådan kompensation föreligger är just innebörden av (c) och (d) i (IV: 10), som tillsammans anger villkoren för att kompensation skall föreligga. Detta fall skall kallas *kompensatorisk konsistens.*

Det är tydligt att det föreligger en viktig skillnad mellan fall (1) och (2) å ena sidan och fall (3) å den andra, om man ser till de enskilda härledda processerna. I de båda första fallen gäller att all produktion av varor tillhörande en given varugrupp sker med samma process då denna beskrivs med tal för input och output av varugrupper. För var och en av de n verksamheter som består av produktion av en särskild varugrupp finns alltså en process som är *stabil i* R^n i den mening som angavs i kapitel II. Stabiliteten har i båda fallen, enligt beskrivningen av dem ovan, en lättolkad innebörd som direkt kan anknytas till egenskaper hos produktionssystemet. Man ser

[1] Detta gäller alltid för produkten av en vägningsmatris och en grupperingsmatris som hänför sig till samma gruppering. Tag som exempel

$$V=\begin{bmatrix} v_1 & 0 \\ v_2 & 0 \\ 0 & v_3 \\ 0 & v_4 \end{bmatrix} \qquad G=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad VG=\begin{bmatrix} v_1 & v_1 & 0 & 0 \\ v_2 & v_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_3 & v_3 \\ 0 & 0 & v_4 & v_4 \end{bmatrix}$$

[2] $G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A$ innehåller alltså högst n kolonner som är olika. På grund av konstruktionen av varugrupper och härledda processer för varugrupper är dessa n kolonner linjärt oberoende. (Varje kolonn innehåller endast ett positivt element och detta uppträder på olika plats i olika kolonner.) Tag dessa n olika kolonner i samma ordning som i $G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A$ och bilda ett homogent ekvationssystem med komponenterna i $G_{n\tau}\,\xi$ som variabler. Under de givna förutsättningarna blir detta system ekvivalent med (IV: 10 c). Den enda lösningen är $G_{n\tau}\,\xi=0$, som är (IV: 10 d).

också att stabilitet medför konsistens medan omvändningen ej gäller eftersom konsistens innefattar även fall (3) med kompensatorisk konsistens.

Allt detta gäller för ett särskilt slag av konsistens, och nästa uppgift blir att undersöka villkoren för andra slag. Det är två ändringar som är aktuella. Konsistensen kan avse andra slag av härledda processer och annan specifikation av input och output.

Vi skall först se på härledda processer för minimumgrupper men behåller den gamla specifikationen av input och output och undersöker således konsistens i R^n för minimumgrupper. Man får här följande schema för transformationerna:

$$\begin{array}{ccccc} R^{(n)} & \xrightarrow{\;C\;} & V_\tau & \xrightarrow{\;G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\;} & R^n \\ \cup\!\!\! \mid & & \cup\!\!\!\mid & & \cup\!\!\!\mid \\ {}^{(i)}x^o & & \lambda & & {}^iy^o \end{array}$$

Diskussionen från förra fallet kan upprepas steg för steg. Man har två transformationer till R^n. Den ena är samma som i förra fallet; den är formulerad med de primära processerna och går från V_τ till R^n. Den andra är formulerad med härledda processer för minimumgrupper och går från $R^{(n)}$ till R^n. Konsistens i R^n innebär att dessa båda transformationer ger samma ${}^iy^o \in R^n$ då ${}^{(i)}x^o = G_{(n)\tau}\,\lambda$.

Mot transformationerna svarar följande två likheter:

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,\lambda = {}^iy^o \qquad \text{(IV: 13)}$$

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,C\,{}^{(i)}x^o = {}^iy^o \qquad \text{(IV: 14)}$$

och vi skall undersöka när

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,\lambda = G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,C\,{}^{(i)}x^o \qquad \text{(IV: 15 a)}$$

$${}^{(i)}x^o = G_{(n)\tau}\lambda \qquad \text{(IV: 15 b)}$$

gäller.

På samma sätt som tidigare skrives detta i en annan form genom införande av en variabel ζ för skillnaden mellan λ och $C\,{}^{(i)}x^o$:

$$\lambda = C\,{}^{(i)}x^o + \zeta \qquad \text{(IV: 16 a)}$$

$${}^{(i)}x^o = G_{(n)\tau}\lambda \qquad \text{(IV: 16 b)}$$

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,\zeta=0 \qquad \text{(IV: 16 c)}$$

$$G_{(n)\tau}\,\zeta=0. \qquad \text{(IV: 16 d)}$$

De tre särskilda fallen av konsistens återkommer:

(1) Konstant relation mellan aktivitetsnivåer inträffar då $\zeta=0$, vilket är ekvivalent med $\lambda=C^{(i)}x^o$. Innebörden är att för produktion av varje minimumgrupp utnyttjas de primära processerna i den inbördes relation som anges av C.

(2) Likhet mellan processer inträffar då $G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,C\,G_{(n)\tau}=G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A$. Att detta medför konsistens visas liksom beträffande varugrupper genom att applicera de båda sidorna i likheten på (a) i (IV: 16), och man får som resultat att (c) uppfylles för alla värden på λ. Innebörden är att de primära processer som utnyttjas vid produktion av varor tillhörande en given minimumgrupp är lika då input och output specificeras till varugrupper.

(3) Kompensatorisk konsistens inträffar då (IV: 16 c) och (IV: 16 d) är uppfyllda och icke något av de andra båda fallen inträffar.

Liksom i fallet med processer för varugrupper innebär (1) och (2) att det förekommer stabila processer i R^n. Här hänför sig varje stabil process till produktion av varor tillhörande en given minimumgrupp.

Man kan nu fråga sig hur konsistens för varugrupper förhåller sig till konsistens för minimumgrupper. Detta framgår i och för sig av uttrycken (IV: 10) och (IV: 16), men förhållandet blir klarare om man utgår från de tre särskilda situationer då konsistens föreligger. Då gäller att konstant relation mellan aktivitetsnivåer för härledda processer för varugrupper medför konstant relation mellan aktivitetsnivåer för härledda processer för minimumgrupper, och att likhet mellan processer för varugrupper medför likhet mellan processer för minimumgrupper. Grunden är i båda fallen att de primära processerna är entydigt tilldelade minimumgrupper och minimumgrupper entydigt tilldelade varugrupper. Detta innebär att stabilitet för varugrupper medför stabilitet för minimumgrupper. För kompensatorisk konsistens är förhållandet det omvända, vilket framgår av villkoren (IV: 10 c), (IV: 16 c), (IV: 10 d) och (IV: 16 d). Villkoren (IV: 10 c) och (IV: 16 c) är lika men (IV: 16 d) är strängare än (IV: 10 d), och (d) alltså strängare för minimumgrupper än för varugrupper. För konsistens över huvud finns således inget enkelt förhållande sådant att konsistens för varugrupper medför konsistens för minimumgrupper eller tvärtom.

Slutligen undersöks konsistens i R^n för anläggningsgrupper. Man har här följande schema för transformationerna:

$$\begin{array}{ccccc} R^n & \xrightarrow{\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}} & V_\tau & \xrightarrow{G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A} & R^n \\ \cup & & \cup & & \cup \\ {}^h x^o & & \lambda & & {}^i y^o \end{array}$$

Man har även här två transformationer till R^n. Den ena är samma som i de tidigare fallen; den är formulerad med de primära processerna och går från V_τ till R^n. Den andra är formulerad med härledda processer för anläggningsgrupper och går från R^n till R^n. Konsistens innebär att dessa båda transformationer ger samma ${}^i y^o \in R^n$ då $\lambda = \sum_{h=1}^{n} \lambda^h$ och $x_o^h = G_{1\tau}\,\lambda^h$ för $h=1, 2, \ldots, n$. Det blir således något mera komplicerat än i de tidigare fallen, men undersökningen kan följa samma linjer.

Mot transformationerna svarar följande två likheter:

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,\lambda = {}^i y^o \tag{IV: 17}$$

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}\,{}^h x^o = {}^i y^o \tag{IV: 18}$$

och vi skall därför undersöka när följande gäller:

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,\lambda = G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}\,{}^h x^o \tag{IV: 19 a}$$

$$\lambda = \sum_{h=1}^{n} \lambda^h \tag{IV: 19 b}$$

$${}^h x^o = \begin{bmatrix} G_{1\tau}\,\lambda^1 \\ G_{1\tau}\,\lambda^2 \\ \cdots\cdots \\ G_{1\tau}\,\lambda^n \end{bmatrix} \tag{IV: 19 c}$$

Vi skall här anta att det föreligger konsistens för samtliga varugrupper som produceras inom anläggningsgrupperna. Det innebär att följande gäller:

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,\lambda^h = G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,C^h\,D^h\,{}^i x^h \qquad h=1,2,\ldots,n \qquad \text{(IV: 20 a)}$$

$${}^i x^h = G_{n\tau}\,\lambda^h \qquad h=1,2,\ldots,n. \qquad \text{(IV: 20 b)}$$

Vi skall nu undersöka när följande gäller:

$$\sum_{h=1}^{n} G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,C^h\,D^h\,{}^i x^h = \sum_{h=1}^{n} G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,C^h\,D^h\,e^h\,x_o^h \qquad \text{(IV: 21 a)}$$

$$x_o^h = G_{1n}\,{}^i x^h \qquad h=1,2,\ldots,n. \qquad \text{(IV: 21 b)}$$

På samma sätt som tidigare införs en variabel ξ^h för skillnaden mellan ${}^i x^h$ och $e^h\,x_o^h$, varefter villkoret skrivs i följande form:

$${}^i x^h = e^h\,x_o^h + \xi^h \qquad h=1,2,\ldots,n \qquad \text{(IV: 22 a)}$$

$$x_o^h = G_{1n}\,{}^i x^h \qquad h=1,2,\ldots,n \qquad \text{(IV: 22 b)}$$

$$\sum_{h=1}^{n} G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,A\,C^h\,D^h\,\xi^h = 0 \qquad \text{(IV: 22 c)}$$

$$G_{1n}\,\xi^h = 0 \qquad h=1,2,\ldots,n \qquad \text{(IV: 22 d)}$$

Formen på detta villkor skiljer sig icke från formen på (IV: 10) och (IV: 16). I detta fall gäller emellertid att konsistens genom likhet mellan processer icke kan inträffa. Det gäller ju härledda processer för varugrupper, och två sådana processer kan icke vara lika, emedan output i processerna avser olika varugrupper. Men de båda övriga fallen kan inträffa. Konstant relation mellan aktivitetsnivåer inträffar då ${}^i x^h = e^h\,x_o^h$ och innebär att produktionens sammansättning med avseende på varugrupper är den som för varje anläggningsgrupp anges av e^h. Om konsistens för varugrupper inträffar på grund av stabila processer för varugrupper kommer detta fall att innebära att det finns en stabil process i R^n för varje anläggningsgrupp. Kompensatorisk konsistens inträffar då (IV: 22 c) och (IV: 22 d) uppfylls utan att det föreligger konstant relation mellan aktivitetsnivåer.

Därmed har undersökts konsistens i R^n för olika slag av härledda processer, nämligen processer för varugrupper, minimumgrupper och anläggningsgrupper. Nästa uppgift blir att undersöka konsekvensen av en ändring i specifikationen av input och output. De fall som skall behandlas är konsistens i $R^{(n)}$ och V_ν. Detta är mycket enkelt och framgår direkt både av (IV: 5 a), (IV: 15 a) och (IV: 19 a) och av (IV: 10 c), (IV: 16 c) och

(IV: 22 c). För konsistens i $R^{(n)}$ skall $G_{n\nu}\,\hat{\pi}$ överallt bytas ut mot $G_{(n)\nu}\,\hat{\pi}$, och för konsistens i V_ν skall $G_{n\nu}\,\hat{\pi}$ överallt bytas ut mot en enhetsmatris. Båda stegen innebär en skärpning av villkoren i förhållande till de ursprungliga, och det andra steget innebär en skärpning i förhållande till det första. Ser man till de tre olika situationer då konsistens inträffar finner man att skärpningen icke berör fallet med konstant relation mellan aktivitetsnivåer, däremot berör den både likhet mellan processer och kompensatorisk konsistens. Likheten respektive kompensationerna skall gälla för mera specificerad angivning av input och output, för specifikation till minimumgrupper i det ena fallet och för specifikation till varor i det andra.

Diskussionen har begränsats till att gälla producerade varor. Som man lätt övertygar sig om kan resultaten utan svårighet överföras till primära varor, således till konsistens i R^m och V_μ. Det är därför icke nödvändigt att upprepa diskussionen och icke heller att teckna uttrycken för de olika villkoren.

D. AGGREGATION TILL HÄRLEDDA MODELLER

Diskussionen i tidigare avsnitt har visat förutsättningar under vilka konsistens gäller för olika varugrupperingar. En övergång från primära processer till härledda processer motsvarande dessa varugrupperingar tillsammans med lämpliga antaganden om konsistens eller stabilitet kan uppfattas som en *aggregation* av den ursprungliga produktionsmodellen till en härledd modell.

I den allmänna diskussionen av aggregationsproblem har man ofta sökt karakterisera frågeställningarna utifrån två olika aspekter. Båda sammanhänger med följande tre moment som förekommer i varje aggregationsproblem:[1]

(a) en mikroteori i mikrovariabler,
(b) makrovariabler definierade i termer av mikrovariabler,
(c) en makroteori i makrovariabler.

[1] Se t.ex. H. Theil, *Linear Aggregation of Economic Relations*, Amsterdam 1954, s. 5.

Aggregationsproblemet kan nu ställas på olika sätt; det är den ena aspekten. För det första kan man utgå från en given mikroteori och givna definitioner på makrovariabler samt undersöka vilken makroteori som gäller för dessa makrovariabler. För det andra kan man utgå från en given mikroteori och en given makroteori samt undersöka hur makrovariablerna skall bildas för att konsistens skall föreligga. Vanligen tänker man sig då att makroteorin bildats så att den uppvisar en bestämd analogi med mikroteorin. För det tredje kan man utgå från både en given mikroteori, givna definitioner av makrovariabler och en given makroteori samt undersöka under vilka förutsättningar konsistens föreligger.[1]

Det är uppenbart att det är den tredje typen av problemställning som är aktuell här. Skälet därtill är också klart. Vi är intresserade av en makroteori som ger möjlighet till en direkt numerisk uppskattning av dess parametrar utan en föregående uppskattning av parametrarna i mikroteorin. Den valda uppskattningsmetoden ger därvid en anvisning om såväl bestämda definitioner av makrovariabler som en bestämd makroteori. Diskussionen i föregående avsnitt innefattar just en undersökning av de förutsättningar under vilka det föreligger konsistens för detta fall.[2]

Den andra aspekten gäller över vilka storheter inom mikroteorin aggregationen sker. Bentzel, som behandlar endast aggregation av produktionsfunktioner, nämner varor, produktionsfaktorer och företag. Theil nämner varor, individer och tidsperioder. Därvid gäller att produktionsfaktorer kan betraktas som varor och att företag spelar samma roll som individer.

I vårt fall förekommer aggregation över varor, anläggningar (företag) och processer. Diskussionen i föregående avsnitt gällde aggregation över varor och processer, varom mera nedan, medan däremot ingenting sagts beträffande aggregation över anläggningar. Vi skall därför beröra den här.

Ett studium av aggregation över anläggningar sker lämpligen med utgångspunkt i uttrycken (II:1)—(II:4) i kapitel II och den där förda

---

[1] Jfr H. Theil, a.a., s. 5, och R. Bentzel, Om aggregation av produktionsfunktioner i *25 Economic Essays in Honour of Erik Lindahl*, Stockholm 1956, s. 10 ff. Bentzel menar att analogin mellan mikroteorin och makroteorin är central i alla tre fallen.

[2] Jfr *approach (ii)* i Chapter 20 av R. G. D. Allen, *Mathematical Economics*, London 1956. Framställningen där bygger i stor utsträckning på det nyssnämnda arbetet av Theil.

diskussionen, varvid (h) får avse anläggningar. Det är lätt att se, att om man endast tar hänsyn till de tre transformationerna $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ och $\mathcal{C}$, som representerar produktionsfunktionen i det allmänna systemet, så kan en aggregation över anläggningar ej vålla några problem. Den totala aktiviteten kan alltid skrivas $\sum_{h=1}^{n} \sum_{(h) \in h} \mathcal{A}\lambda^{(h)}$ och på grund av linjäriteten gäller $\sum_{h=1}^{n} \sum_{(h) \in h} \mathcal{A}\lambda^{(h)} = \sum_{h=1}^{n} \mathcal{A} \sum_{(h) \in h} \lambda^{(h)} = \sum_{h=1}^{n} \mathcal{A}\lambda^{h} = \mathcal{A} \sum_{h=1}^{n} \lambda^{h} = \mathcal{A}\lambda$ med motsvarande för $\mathcal{B}$ och $\mathcal{C}$. Det spelar alltså ingen roll om man använder aktivitetsnivåer för anläggningar, anläggningsgrupper eller hela systemet. Detta innebär också att vinstmaximum för de enskilda anläggningarna medför vinstmaximum för anläggningsgrupperna och omvänt att vinstmaximum för anläggningsgrupperna medför vinstmaximum för de enskilda anläggningarna, i båda fallen under de förutsättningar som är nämnda i kapitel II. Tillägget om dessa förutsättningar är viktigt i samband med aggregationen. Ty då ligger det nära till hands att fråga om $\varkappa^{(h)}$ kan ersättas med $\varkappa^{h} = \sum_{(h) \in h} \varkappa^{(h)}$ för $h = 1, 2, \ldots, n$, således om man kan aggregera kapaciteterna över anläggningar. Detta är i allmänhet ej möjligt, emedan kapaciteterna är bundna till de enskilda anläggningarna och aggregationen till $\varkappa^{h}$ skulle underskatta kapacitetstillgångens begränsande effekt på produktionens möjliga omfattning. Problemet blir aktuellt om man vill undersöka jämviktslägen. Aggregation över anläggningar är därför i allmänhet ej tillåten för analys av jämviktslägen om i aggregationen också ingår en aggregation av $\varkappa^{(h)}$ till $\varkappa^{h}$. Detta är i kontrast till Bentzels resultat. Han fann tvärtom att aggregation över företag icke vållar komplikationer just om aggregationsvillkoren begränsas till att gälla jämviktslägen.[1] Skillnaden beror på att vi har samma produktionsfunktion för alla anläggningar och kapaciteter bundna till anläggningar, medan Bentzel har olika funktioner och inga kapacitetsbegränsningar.

Aggregationen över varor och processer behandlades i föregående avsnitt, och den kommer strax att diskuteras ytterligare. Det är skäl att dessförinnan nämna att beträffande aggregationen över varor föreligger motsvarande

[1] Se Bentzel a.a., s. 25.

förhållande som beträffande aggregation över anläggningar. Även här blir situationen olika om man betraktar enbart produktionstekniska relationer än om man därjämte studerar jämviktslägen. I det senare fallet tillkommer att hänsyn måste tas till att produktionen av varje enskild vara måste vara minst lika stor som den sammanlagda åtgången för produktionsinsats och för slutlig efterfrågan, och att åtgången av varje primär vara ej får överstiga tillgången. Inget av dessa villkor finns med i diskussionen i föregående avsnitt. Även här gäller att aggregationen i allmänhet medför en underskattning av restriktionernas begränsande effekt på produktionens möjliga omfattning.

Eftersom vi främst är intresserade av de produktionstekniska relationerna, skall vi även i fortsättningen bortse från de komplikationer som uppstår vid studiet av jämviktslägen. Det innebär att vi bortser från de restriktioner som gäller beträffande tillgång och åtgång av varorna och beträffande kapaciteter därjämte från att tillgången är bunden till enskilda anläggningar, Det senare innebär att aggregationen över anläggningar icke blir något problem. Under dessa förutsättningar skall vi nu studera aggregationen över varor och processer något närmare.

Studiet skall gälla en härledd modell med processer för varugrupper och input-output-specifikation till varugrupper, och vi skall betrakta två fall av aggregation. I det ena fallet uppfattas varugruppmodellen som erhållen genom aggregation av den primära modellen, i det andra fallet uppfattas den som erhållen genom aggregation av en annan härledd modell med processer för minimumgrupper och input-output-specifikation till minimumgrupper.

För den ursprungliga modellen och för varugruppmodellen har man följande två uttryck:

$$A\,\lambda = \eta \qquad \text{(IV: 23)}$$

$$G_{nv}\,\hat{\pi}\,A\,C\,D\;{}^{i}x^{o} = {}^{i}y^{o}. \qquad \text{(IV: 24)}$$

Aggregationen av den ursprungliga modellen till den härledda modellen motsvarar en övergång från (IV: 23) till (IV: 24). I denna övergång kan särskiljas två moment: En sammanläggning av varor till varugrupper och en sammanvägning av primära processer till härledda processer. Det förra är en aggregation över varor och det senare en aggregation över processer. De två momenten kan representeras med två särskilda uttryck. Aggregationen över varor motsvaras av följande uttryck:

$$G_{nv}\, \hat{\pi}\, A\, \lambda = {}^{i}y^{o}. \qquad \text{(IV: 25)}$$

Aggregationen över processer motsvaras av följande uttryck:

$$A\, C\, D\, {}^{i}x^{o} = \eta. \qquad \text{(IV: 26)}$$

Förutom dessa fyra uttryck har man också:

$${}^{i}x^{o} = G_{n\tau}\, \lambda. \qquad \text{(IV: 27)}$$

Vart och ett av uttrycken (IV: 23)—(IV: 26), det andra och fjärde i kombination med (IV: 27), uttrycker ett påstående om det faktiska produktionssystemet som kan vara sant eller falskt. Vi skall nu undersöka hur aggregationen helt allmänt påverkar giltigheten hos dessa påståenden genom att studera det inbördes förhållandet mellan de fyra uttrycken. Enklast framgår detta genom en mängdteoretisk framställning, varvid bortses från det speciella förhållandet att det gäller transformationer mellan vektorrum.

Mot vart och ett av uttrycken svarar en relation mellan aktivitetsnivåer och slutprodukt. Genom (IV: 27) och då ${}^{i}y^{o}$ alltid kan skrivas som $G_{nv}\, \hat{\pi}\, \eta$ har varje sådan relation definitionsområde i V_τ och värdeförråd i V_ν. Vi betraktar dessa relationer som mängder av ordnade par (λ, η), där varje relation utgör en särskild delmängd av $V_\tau \times V_\nu$, den kartesiska produkten av V_τ och V_ν. Det finns en sådan delmängd för varje uttryck:

S: 23 $\{(\lambda, \eta) \in V_\tau \times V_\nu;\ A\, \lambda = \eta\}$

S: 24 $\{(\lambda, \eta) \in V_\tau \times V_\nu;\ G_{nv}\, \hat{\pi}\, A\, C\, D\, G_{n\tau}\, \lambda = G_{nv}\, \hat{\pi}\, \eta\}$

S: 25 $\{(\lambda, \eta) \in V_\tau \times V_\nu;\ G_{nv}\, \hat{\pi}\, A\, \lambda = G_{nv}\, \hat{\pi}\, \eta\}$

S: 26 $\{(\lambda, \eta) \in V_\tau \times V_\nu;\ A\, C\, D\, G_{n\tau}\, \lambda = \eta\}$

Vi återgår nu till (IV: 23)—(IV: 26) och betraktar dem som påståenden. För varje påstående finns en mängd logiska möjligheter. Denna mängd är lika för alla fyra påståendena och precis mängden $V_\tau \times V_\nu$. Vi kan beteckna denna mängd med U. För en särskild delmängd härav är (IV: 23) sant. Denna delmängd är just den med S: 23 betecknade mängden av ordnade par (λ, η), som därför kallas *sanningsmängden* till (IV: 23). På samma sätt utgör mängderna S: 24, S: 25 och S: 26 sanningsmängder till de övriga tre uttrycken.[1] Problemet om förhållandet mellan (IV: 23), (IV: 24), (IV: 25) och (IV: 26) har därigenom överförts till ett problem om förhållandet mellan sanningsmängderna S: 23, S: 24, S: 25 och S: 26. Vi kan nu se hur dessa mängder förhåller sig till varandra och illustrera detta i enkla diagram.

I de fyra uttrycken ovan kan urskiljas två fall av aggregation över varor och två fall av aggregation över processer.

Övergången från (IV: 23) till (IV: 25) är en aggregation över varor för primära processer, och övergången från (IV: 26) till (IV: 24) en aggregation över varor för härledda processer för varugrupper. I båda fallen innebär aggregationen enbart en minskning av specifikationen av input och output från V_ν till R^n och måste medföra att flera möjligheter tillåts. S: 23 är därför en äkta delmängd av S: 25, och S: 26 en äkta delmängd av S: 24. Motsvarande måste gälla för varje par av uttryck som är bildade på samma sätt som här. En aggregation över varor leder alltid till en modell med större sanningsmängd och kan därför aldrig minska giltigheten.

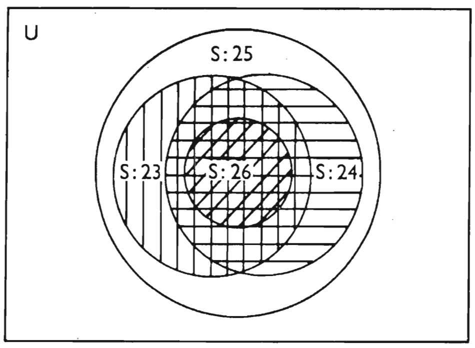
Övergången från (IV: 23) till (IV: 26) är en aggregation över primära processer med specifikation till V_ν, och övergången från (IV: 25) till (IV: 24) en aggregation över primära processer med specifikation till R^n. För såväl (IV: 26) som (IV: 24) gäller att de är sanna om det föreligger konsistens i vederbörande vektorrum. Från diskussionen i föregående avsnitt vet vi att konsistens i ett givet vektorrum föreligger om det gäller konstant relation mellan aktivitetsnivåer för primära processer eller likhet mellan primära processer eller kompensatorisk konsistens. Men (IV: 23) tillåter alla dessa möjligheter och dessutom andra. Sanningsmängden S: 26 måste därför vara en äkta delmängd av sanningsmängden S: 23. Av motsvarande skäl måste sanningsmängden S: 24 vara en äkta delmängd av sanningsmängden S: 25. Motsvarande gäller för alla par av uttryck som är bildade på samma sätt som här. En aggregation över primära processer leder därför alltid till

[1] Termen »sanningsmängd» är en översättning av termen »truth set» som används bl.a. av J. G. Kemeny, J. L. Snell & G. L. Thompson, i deras *Introduction to Finite Mathematics*, Englewoods Cliffs, N.J. 1957, Se särskilt Ch. II: 3.

en modell med mindre sanningsmängd än den ursprungliga modellen, och den kan därför aldrig innebära en ökning av giltigheten.

Det är naturligtvis ingenting som hindrar att man startar med den ursprungliga modellen och genomför antingen enbart en aggregation över varor eller enbart en aggregation över processer. Man erhåller då endera av de modeller som svarar mot (IV: 25) och (IV: 26), och sanningsmängden förändras på nyss angivet sätt. Aggregationen till varugruppmodellen innehåller emellertid båda dessa element, varav således det ena innebär en ökning och det andra en minskning av sanningsmängden. Den fråga som omedelbart inställer sig är om man kan säga någonting om nettoeffekten. Kan med andra ord någonting sägas om förhållandet mellan sanningsmängderna S: 23 och S: 24?

Det finns ingen direkt relation mellan S: 23 och S: 24, men däremot mellan båda dessa och S: 25 och S: 26. Vi vet att S: 26 är innehållen i både S: 23 och S: 24 och vidare att båda dessa mängder är innehållna i S: 25. S: 26 måste då innehållas i skärningen mellan S: 23 och S: 24. Resultatet kan illustreras med figur IV: 1.



$S{:}26 \subset S{:}23$
$S{:}26 \subset S{:}24$
$S{:}23 \subset S{:}25$
$S{:}24 \subset S{:}25$

Figur IV: 1

Rektangeln representerar mängden *U* av logiska möjligheter för relationen mellan aktivitetsnivåer och slutprodukt. Områdena inom rektangeln representerar sanningsmängderna för olika modeller. Vi kan utgå från den ursprungliga modellen. Dess sanningsmängd S: 23 representeras av det vertikalt streckade området. Genom minskning av specifikationen från varor till varugrupper erhålls en modell med en större sanningsmängd S: 25

(ofyllda området). Går vi härifrån vidare och inför antagandet om att konsistens föreligger minskar sanningsmängden till S: 24 (det horisontellt streckade området). Detta är sanningsmängden för den härledda modellen. Den ligger delvis inom och delvis utanför sanningsmängden S: 23 för den ursprungliga modellen. Skärningen mellan S: 23 och S: 24 innehåller sanningsmängden S: 26 (snedstreckade området) för den härledda modell som är konsistent då input och output är specificerade till varor.

Innebörden i figuren är följande. Inom det givna produktionssystemet tänkes observationer utförda beträffande aktivitetsnivåer och slutprodukt och varje observation tilldelad ett särskilt område av rektangeln U med hänsyn till huruvida observationen ligger inom en särskild sanningsmängd eller ej. Antag att observationerna gäller aktivitetsnivåer för primära processer och slutprodukt av varor. En observation kan då ligga inom området S: 23 eller utanför detta område. Den ursprungliga modellen säger att varje observation skall ligga inom S: 23. Observationernas läge blir därigenom en test av modellen: En bekräftelse om den ligger inom S: 23, en falsifiering om den ligger utanför S: 23. Om observationerna i stället avser aktivitetsnivåer för primära processer och slutprodukt av varugrupper kommer området S: 25 att spela samma roll som tidigare S: 23. Vi kan direkt avgöra om en observation ligger inom S: 25 eller utanför. Ligger den inom utgör den en bekräftelse, ligger den utanför utgör den en falsifiering av modellen. Bakom sådana observationer som konstateras ligga inom S: 25, och som således uppfattas som en bekräftelse, kan det emellertid ligga värden på aktivitetsnivåer och slutprodukt av varor som skulle ha lett till en falsifiering av den ursprungliga modellen om tillräckligt specificerade observationer använts. Det gäller observationer som ligger inom S: 25 utan att ligga inom S: 23. Här gäller dock att med specifikation av slutprodukten endast till varugrupper är det icke möjligt att avgöra om en observation inom S: 25 ligger inom eller utanför S: 23. Däremot vet vi naturligtvis att om den ligger utanför S: 25 så ligger den också utanför S: 23 och strider då också mot den ursprungliga modellen. Om observationerna slutligen avser aktivitetsnivåer för härledda processer och slutprodukt av varugrupper är det området S: 24 som blir aktuellt. En observation som ligger inom S: 24 är en bekräftelse av den härledda modellen. För en sådan observation är situationen liknande den som nyss beskrivits för observationer inom S: 25. Det är ej möjligt att avgöra om observationen ligger inom S: 23 eller ej, och alltså icke om bakom observationen ligger värden på aktivitetsnivåer och slutprodukt som överensstämmer med den ursprungliga modellen eller ej. En observation som ligger utanför S: 24 är en falsifiering av den härledda modellen. Här finns en skillnad mot föregående fall. Där gällde att en observation utanför S: 25 var en falsifiering både av den aktuella och den ursprungliga modellen (f.ö. också av den härledda). Motsvarande gäller icke nödvändigtvis för en observation utanför S: 24. En sådan observation strider mot den härledda modellen. Men den kan ju fortfarande ligga inom S: 25, och i så fall strider den icke mot den ursprungliga modellen. Den kan därvid till och med höra till området S: 23, fastän detta ej kan avgöras med den antagna specifikationsgraden.

Det problem som vållar svårigheter vid en aggregation är icke att man går utanför den ursprungliga modellens sanningsmängd S: 23. Detta ligger i aggregationens karaktär av minskad specifikation, vilket innebär ett ökat antal tillåtna möjligheter. Samtidigt innebär det naturligtvis mindre information, men detta måste antas vara acceptabelt för att aggregationen över huvud taget skall komma i fråga. Svårigheten uppkommer i stället därigenom att en del av sanningsmängden för den ursprungliga modellen avskäres och bortfaller. I figuren svarar den del av S: 23 som ligger utanför S: 24 mot sådana möjligheter som är tillåtna i den ursprungliga modellen men som utesluts av den härledda modellen. Därmed utesluts också en del av området S: 25. Detta kan innebära en svårighet eftersom det innebär att man inför nya restriktioner och frågan är om dessa restriktioner är realistiska. En god aggregation utmärks av att de uteslutna områdena representerar möjligheter inom den ursprungliga modellen som av en eller annan anledning icke är aktuella. Huruvida en sådan begränsning är realistisk kan naturligtvis icke avgöras med en analys sådan som företagits i detta avsnitt, eftersom den endast berör den formella relationen mellan modellerna. I följande kapitel kommer frågan om dylika begränsningar att studeras för aktuella fall av aggregation.

Vi skall nu i stället uppfatta varugruppmodellen som erhållen genom aggregation av en annan härledd modell med processer för minimumgrupper och input och output specificerade till minimumgrupper samt undersöka hur aggregationen i detta fall påverkar giltigheten.

För minimumgruppmodellen har man följande uttryck:

$$G_{(n)\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C\, {}^{(i)}x^o = {}^{(i)}y^o. \qquad \text{(IV: 28)}$$

Liksom i förra fallet kan aggregationen delas på två moment: Aggregation över varor och aggregation över processer. Dessa två moment motsvaras av följande två uttryck:

$$G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C\, {}^{(i)}x^o = {}^{i}y^o \qquad \text{(IV: 29)}$$

$$G_{(n)\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C\, D\, {}^{i}x^o = {}^{(i)}y^o. \qquad \text{(IV: 30)}$$

Dessutom har man:

$${}^{(i)}x^o = G_{(n)\tau}\, \lambda. \qquad \text{(IV: 31)}$$

På samma sätt som tidigare bildas sanningsmängderna till de tre nya uttrycken:

S: 28 $\{(\lambda, \eta) \in V_\tau \, x \, V_\nu;\ G_{(n)\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C\, {}^{(i)}x^o = G_{(n)\nu}\, \hat{\pi}\, \eta\}$

S: 29 $\{(\lambda, \eta) \in V_\tau \, x \, V_\nu;\ G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C\, {}^{(i)}x^o = G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, \eta\}$

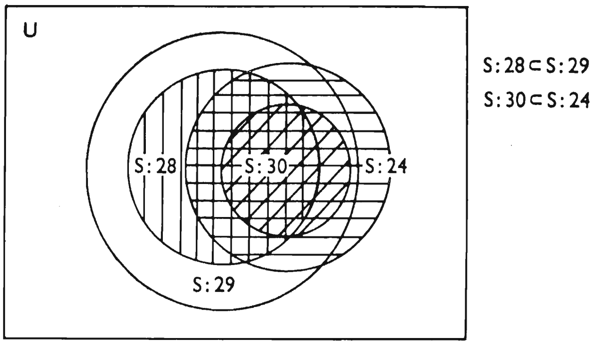
S: 30 $\{(\lambda, \eta) \in V_\tau \, x \, V_\nu;\ G_{(n)\nu}\, \hat{\pi}\, A\, C\, D\, {}^{i}x^o = G_{(n)\nu}\, \hat{\pi}\, \eta\}$

Vi vill veta hur dessa förhåller sig inbördes och till S:24.

Beträffande aggregation över varor skall vi jämföra S: 28 med S: 29 och S: 30 med S: 24. Här överensstämmer situationen helt med den tidigare. Denna aggregation innebär enbart en minskning av specifikationen beträffande input och output från minimumgrupper till varugrupper, vilket medför en ökning av sanningsmängderna. S: 28 är sålunda en äkta delmängd av S: 29 och S: 30 en äkta delmängd av S: 24.

När det gäller aggregation över processer skall vi se hur S: 28 förhåller sig till S: 30 och hur S: 29 förhåller sig till S: 24. Det kan ske genom att gå tillbaka till avsnitt C och diskussionen av uttrycken (IV: 10) och (IV: 16), som är villkoren för konsistens i R^n för varugrupper respektive minimumgrupper och därför svarar mot sanningsmängderna S: 24 och S: 29. Det framgick där att det icke finns något enkelt förhållande mellan de båda slagen av konsistens så att det ena medför det andra eller tvärtom. Motsvarande gäller för sanningsmängderna. Det finns inget enkelt förhållande mellan dem så att den ena innehåller den andra som en delmängd eller tvärtom. Även här kan man få en klarare bild av förhållandet om man utgår från de tre särskilda situationer då konsistens föreligger. Aggregation över processer minskar möjligheten för konstant relation mellan aktivitetsnivåer och för likhet mellan processer, dvs. för stabilitet, men den ökar möjligheten för kompensatorisk konsistens.

Vi får här figur IV: 2.



Figur IV: 2

Beteckningarna motsvarar dem som användes i det tidigare fallet. Det vertikalt streckade området representerar sanningsmängden S: 28 för minimumgruppmodellen. Genom minskning av specifikationen från minimumgrupper till varugrupper erhålls en modell med en större sanningsmängd S: 29, som representeras av det ofyllda området. Går man härifrån vidare och inför ett antagande om konsistens för härledda processer för varugrupper ändras sanningsmängden till S: 24, som representeras av det horisontellt streckade området. Det är här skillnaden ligger i förhållande till det tidigare fallet. Om det gällt aggregation av primära processer skulle S: 24 helt legat inom S: 29. Här ligger den delvis utanför. Detta motsvaras av att S: 30 ligger delvis utanför S: 28. S: 30 kommer därigenom icke att innehållas i skärningen av S: 28 och S: 24.

Ser man till slutresultatet av aggregationen i de båda fallen blir det emellertid likartat. Aggregationen ger en modell vars sanningsmängd ligger delvis inom och delvis utom sanningsmängden för utgångsmodellen. Detta motsvaras av att aggregationen innehåller både moment som minskar och moment som ökar giltigheten i förhållande till den ursprungliga modellen.

KAPITEL V

Den härledda modellen

A. INLEDNING

En utgångspunkt för diskussionen i kapitel III var att tillgängliga observationer beträffande produktion och förbrukning avsåg varugrupper, och det visades hur sådana observationer kunde användas för uppskattning av härledda processer, antingen för varugrupper eller för anläggningsgrupper. Dessa härledda processer hade input och output specificerade till varugrupper. I kapitel IV diskuterades sedan villkoren för konsistens för olika slag av härledda processer samt aggregationen till härledda modeller. Därvid bortsågs från frågan huruvida ifrågavarande härledda modeller var möjliga att uppskatta med det tillgängliga observationsmaterialet. Vi skall nu knyta samman dessa båda synpunkter. Det som eftersträvas är ju modeller som är både uppskattningsbara och konsistenta. I avsnitt B anges därför konsistensvillkoren för uppskattningsbara modeller. Efter den tidigare diskussionen kan detta göras kort. I avsnitt C visas att en av uppskattningsprocedurerna med tillhörande konsistensantaganden leder fram till en input-output-modell, och det visas hur en sådan modell kan infogas i det tidigare behandlade allmänna ekonomiska systemet. Med konsistensantaganden givna finns en utgångspunkt för valet bland möjliga varugrupperingar. Vid varje sådant val uppstår frågan vilken betydelse en avvikelse från konsistensvillkoren har. Denna fråga kommer först upp i avsnitt D, varefter i avsnitt E beskrives ett sätt att studera konsekvenserna av olika grupperingar.

B. KONSISTENSVILLKOR OCH UPPSKATTNINGSMETODER

Såsom nämnts flera gånger är det två aspekter som är viktiga för en härledd modell, nämligen konsistens och möjlighet till uppskattning. Två av de härledda modeller, för vilka konsistensen behandlades i förra kapitlet, hänger samman med var sin särskilda uppskattningsprocedur sådana dessa beskrivits i kapitel III. Båda modellerna har input och output specificerade till varugrupper. Den ena modellen innehåller härledda processer för varugrupper, den andra härledda processer för anläggningsgrupper.

Modellen med härledda processer för varugrupper är konsistent om villkoren (IV: 10) är uppfyllda. Vid diskussionen av detta villkor särskilde vi tre olika situationer i vilka konsistens inträffar. De hade följande innebörd:

A: 1. Konstant relation mellan aktivitetsnivåer för primära processer.

A: 2. Likhet mellan primära processer.

A: 3. Kompensatorisk konsistens.

Om något av dessa fall inträffar så ger den uppskattningsprocedur som representeras av högra leden i uttrycken (III: 39) och (III: 42) ett numeriskt uttryck för en konsistent härledd modell. Denna procedur kallades metod II.

Det erinras om att i det fall då produktblandning föreligger bygger uppskattningsproceduren på ett särskilt antagande, vilket finns preciserat på s. 67. Detta antagande var att de härledda processer som utnyttjas för produktion av en given varugrupp inom olika anläggningsgrupper är lika i R^n och R^m.

Lika väl som A: 2 har detta med likhet hos processerna att göra. Det berör emellertid en annan sida. I det fall som avses i A: 2 är det i och för sig tillräckligt om likheten hänför sig till den totala produktionen av en given varugrupp inom en period. När den totala produktionen varierar, så kommer aktiviteten för denna totala produktion att avse samma process, och detta är allt som är av intresse. I det andra fallet är den totala produktionen av en varugrupp under en period uppdelad på skilda institutionella enheter (anläggningsgrupper), och inom varje sådan institutionell enhet särskiljes en aktivitet som avser produktion av varugruppen i fråga. Antagandet i samband med uppskattningsproceduren innebär att samtliga dessa aktiviteter utnyttjar samma process. Det är uppenbart att det förra kan vara sant utan att det senare är sant, liksom det senare kan vara sant utan att det förra är det. Det senare har relevans vid uppskattningen av härledda processer, medan det förra har relevans vid användningen av den erhållna modellen.

Modellen med processer för anläggningsgrupper är konsistent om villkoren (IV: 22) är uppfyllda. Vi erinrar om innebörden i två olika situationer då detta sker:

B: 1. Konsistens för varugrupper och för varje anläggningsgrupp konstant relation mellan aktivitetsnivåer för härledda processer för varugrupper.

B: 2. Kompensatorisk konsistens.

Om något av dessa båda fall inträffar så ger den uppskattningsprocedur som representeras av högra leden i uttrycken (III: 32) och (III: 40) ett numeriskt uttryck för en konsistent härledd modell. Denna procedur kallades metod I.

Mot varje konsistensvillkor svarar således en särskild härledd modell och en särskild uppskattningsprocedur, så att om det finns skäl att anta att ett visst konsistensvillkor är uppfyllt så ger motsvarande uppskattningsprocedur det numeriska uttrycket för en konsistent härledd modell. Den härledda modellen ger i det ena fallet en transformation från produktion av varugrupper till slutprodukt och åtgång av (producerade respektive primära) varugrupper, och i det andra fallet en transformation från produktion inom anläggningsgrupper till slutprodukt och åtgång av (producerade respektive primära) varugrupper.

Det är emellertid av intresse att se att metod II ger numeriska värden på ytterligare en transformation från produktion av varugrupper till slutprodukt och åtgång av varugrupper, och att denna transformation är konsistent om konsistensvillkoret B: 1 är uppfyllt.

Vi kan först se på uppskattningen. Med de definitioner på $\bar{C}$, $\hat{D}$, $\hat{E}$ och E som givits i kapitel III gäller för uppskattningstillfället:

$$G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, \bar{C}\, \hat{D}\, \hat{E}\, E^{-1}\, E\, {}^{h}x^{o} = G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, \bar{C}\, \hat{D}\, \hat{E}\, E^{-1}\, {}^{i}x^{o} = y. \qquad \text{(V: 1)}$$

Användes uttryck nr (5) i (III: 30) för att teckna y så erhålls

$$G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, A\, \bar{C}\, \hat{D}\, \hat{E}\, E^{-1}\, {}^{i}x^{o} = \left(I - {}_{h}^{i}U\, {}_{h}^{i}X^{-1}\right) {}^{i}x^{o}. \qquad \text{(V: 2)}$$

Denna likhet gäller vid uppskattningstillfället för alla värden på ${}^{i}x^{o}$, och man får därför:

$$G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,\mathcal{A}\,\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}\,E^{-1} = I - {}_{h}^{i}U\;{}_{h}^{i}X^{-1}. \qquad \text{(V: 3)}$$

Vänstra sidan kan uppfattas som en transformation från produktion av varugrupper till slutprodukt, och frågan är när denna transformation är konsistent. Men det är lätt att se att detta alltid inträffar då villkoret B: 1 ovan är uppfyllt. Ty i så fall ger E^{-1} en stabil transformation från ${}^{i}x^{o}$ till ${}^{h}x^{o}$ och $G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,\mathcal{A}\,\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}$ en konsistent transformation från ${}^{h}x^{o}$ till y.[1]

Det som är av intresse är om detta innebär att konsistens enligt B: 1 kan utgöra ett motiv för att använda metod II vid uppskattningsförfarandet. Detta skulle naturligtvis vara av betydelse om valet står mellan de båda metoderna, ty det skulle innebära att metod II skulle kunna användas oavsett vilkendera uppsättning av konsistensvillkor som är uppfylld, och metod II skulle då givetvis föredras framför metod I.

Vad vi hittills har visat är att om villkor B: 1 är uppfyllt, så ger metod II ett uttryck för en konsistent relation mellan slutprodukt och produktion av varugrupper. Redan detta är av betydelse och måste betraktas som ett motiv för att använda denna metod. Man kan emellertid fråga sig om (V: 3) kommer att innehålla uttryck för härledda processer, vilket ju varit fallet med tidigare kombinationer av uppskattningsmetoder och konsistensantaganden. Vi vet redan att $\mathcal{A}\,\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}$, som ingår i (V: 3), definierar n härledda processer och att dessa är uttryckta som konvexa linjära kombinationer av de primära processerna. Frågan är huruvida detsamma gäller för $\mathcal{A}\,\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}\,E^{-1}$, och detta beror uppenbarligen av karaktären hos E. Matrisen E har två egenskaper som är av intresse i detta sammanhang: Den är icke-negativ och dess kolonnsummor är lika med 1. Detta innebär att kolonnsummorna i E^{-1} är lika med 1.[2] Är E^{-1} dessutom icke-negativ så kommer $\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}\,E^{-1}$ att definiera n konvexa linjära kombinationer av primära processer, och (V: 3) att innehålla uttryck för n härledda processer, en för varje varugrupp. Om det däremot förekommer negativa element i E^{-1}, så defi-

---

[1] ${}^{i}x^{h} = e^{h}\,x^{h}_{o}$ ger ${}^{i}x^{o} = E\,{}^{h}x^{o}$ och $E^{-1}\,{}^{i}x^{o} = {}^{h}x^{o}$, och B: 1 innebär att detta gäller även för andra än observationstillfället.

[2] Se not 2 sid. 102.

nierar $\bar{C}\hat{D}\hat{E}E^{-1}$ visserligen fortfarande en linjär kombination av primära processer och summan av »vikterna» i denna kombination är också fortfarande lika med 1, men det kan icke uteslutas att någon av »vikterna» är negativ. Detta innebär negativa aktivitetsnivåer för motsvarande primära processer, något som icke är förenligt med antagandena för produktionsmodellen. Det uppstår då en situation som är svår att ge en rimlig ekonomisk tolkning. Den möjliga förekomsten av negativa »vikter» återspeglar det faktum att sammansättningen hos produktionen inom anläggningsgrupperna är låst genom villkoret B: 1 och att produktionsförändringar sker genom förändring av anläggningsgruppernas produktion. Det är emellertid att märka att de storheter som här kallats »vikter» ej är direkt observerbara enligt förutsättningarna om tillgång på observationsmaterial. De uttryck som svarar mot direkt observerbara storheter är $G_{n\nu}\,\hat{\pi}\,\bar{A}\,\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}\,E^{-1}$ och $G_{m_1\mu_1}\,\hat{\omega}\,\bar{B}\,\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}\,E^{-1}$, där de härledda processerna karakteriseras med output respektive input av varugrupper i stället för av varor. Förekomsten av negativa vikter i nyss angiven mening kan, men behöver ej, medföra att en varugrupp som enligt modellens förutsättningar borde förekomma som

---

[2] Detta inses av följande exempel, som lätt generaliseras. Låt

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$ vara en matris med kolonnsummorna lika med 1 och låt

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$ vara dess invers. Det gäller således

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Härav bl.a.
$$\begin{aligned} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31}&=1 \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{23}b_{31}&=0 \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{33}b_{31}&=0 \end{aligned}$$

och $(a_{11}+a_{21}+a_{31})\,b_{11}+(a_{12}+a_{22}+a_{32})\,b_{21}+(a_{13}+a_{23}+a_{33})\,b_{31}=1$

varav $b_{11}+b_{21}+b_{31}=1$.

Motsvarande operationer kan utföras för övriga kolonnsummor.

input i stället förekommer som output, innebärande output av mer än en producerad varugrupp eller av en primär varugrupp inom någon process.[1]

C. INPUT-OUTPUT-MODELLEN

Tidigare har visats hur man med hjälp av en uppskattningsmetod och motsvarande konsistensantaganden erhåller ett uttryck för en härledd modell. Vi skall nu se hur denna modell kan infogas i det allmänna ekonomiska system som beskrivits i kapitel II.

Uppskattningsmetoderna leder fram till uttryck för n härledda processer. Uttrycken innehåller ett tal för varje varugrupp. Talen kan vara positiva eller negativa (eller noll). För varje process gäller att summan av positiva tal är lika med summan av negativa tal samt att båda dessa summor är lika med 1. Vid metod I och produktblandning kan mer än ett tal bli positivt. Om metod II är tillämplig blir endast ett tal positivt, likaså om ingen produktblandning förekommer.

I den följande diskussionen förutsätts att varje uttryck för en härledd process innehåller endast ett positivt tal, dvs. den ger output av endast en varugrupp. Det andra fallet skiljer sig från detta på några punkter, men väsentligen gäller det följande även för detta fall.

Det finns alltså uttryck för n härledda processer som kan sammanställas på följande sätt:

---

[1] Skillnaden mellan den i kapitel III beskrivna operationen i samband med metod II och de här aktuella är att i förra fallet hänför sig ${}^{i}_{h}X$, ${}^{h}x^{o}$ och ${}^{i}x^{o}$ till samma period varför ${}^{i}_{h}X\,{}^{h}\hat{X}^{o-1}\,{}^{h}x^{o}={}^{i}x^{o}$ gäller identiskt medan i senare fallet ${}^{h}X^{o}$ och ${}^{i}_{h}X$ tänkes avse en »basperiod» och ${}^{h}x^{o}$ en godtycklig period, varvid ${}^{i}_{h}X\,{}^{h}\hat{X}^{o-1}\,{}^{h}x^{o}={}^{i}x^{o}$ följer av B: 1. Liksom det i uppskattningsfallet är inversen ${}^{h}_{i}X^{-1}$ så är det här inversen E^{-1} som är kritisk. Det vore av intresse att närmare undersöka under vilka förutsättningar $\bar{C}\,\hat{D}\,\hat{E}\,E^{-1}$ definierar en konvex linjär kombination, vilket inträffar om den är icke-negativ. Ett tillräckligt villkor är det i texten nämnda, nämligen att E^{-1} är icke-negativ. Men detta villkor är ej nödvändigt. Det är icke heller sannolikt att det skall inträffa. Relevant är troligen graden av »produktkoncentration» inom anläggningsgrupperna. Ju mindre produktblandning desto mera dominerar huvuddiagonalen i E, och desto större kommer de positiva elementen av E^{-1} att bli i relation till de negativa. Detta vore i så fall ett skäl att välja en varugruppsindelning med liten produktblandning.

$$\begin{array}{lll} 1-a_{11} & -a_{12} \ldots & -a_{1n} \\ -a_{21} & 1-a_{22} \ldots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} \ldots & 1-a_{nn} \\ -b_{11} & -b_{12} \ldots & -b_{1n} \\ -b_{21} & -b_{22} \ldots & -b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ -b_{m1} & -b_{m2} \ldots & -b_{mn}. \end{array} \qquad \text{(V:4)}$$

Uttrycken för de härledda processerna sammanställs således till en matris med n kolonner och $m+n$ rader. Varje kolonn motsvarar processen för en producerad varugrupp. De n första raderna motsvarar de n producerade varugrupperna och de m sista raderna de m primära varugrupperna (inklusive icke marknadsförda).[1] I mera kompakt form kan detta skrivas:

$$\begin{array}{c} (I-A) \\ -B. \end{array} \qquad \text{(V:5)}$$

Aktivitetsnivåer för processerna anges med tal för produktionsvärdet av motsvarande varugrupper. Följande uttryck ger därför slutprodukt och åtgång av primära varugrupper:

$$(I-A)\,{}^{i}x^{o} = {}^{i}y^{o} \qquad \text{(V:6)}$$

$$B\,{}^{i}x^{o} = z^{o}. \qquad \text{(V:7)}$$

Elementen i A är icke-negativa. Om kolonnerna i B är semi-positiva, vilket innebär att någon primär varugrupp användes inom varje process, är kolonnsummorna i A mindre än 1. Detta är ett tillräckligt villkor för att $(I-A)^{-1}$ skall existera och vara icke-negativ.[2]

Den modell som beskrivs med (V: 6) och (V: 7) har samma egenskaper

[1] Här betecknar a_{ij} och b_{kj} icke-negativa storheter såsom är vanligt i input-output-modeller.

[2] Se t.ex. F. V. Waugh, Inversion of the Leontief Matrix by Power Series, *Econometrica,* Vol. 18 (1950). Det här angivna villkoret är icke nödvändigt. Däremot kan man utgå från att det är uppfyllt i alla realistiska fall. Metod I skulle i stället för $(I-A)$ ge ett uttryck $(E-A)$ där E är icke-negativ med kolonnsummor lika med 1. Inversen $(E-A)^{-1}$ existerar alltid under samma villkor som ovan, men den kan innehålla negativa element.

som en öppen input-output-modell. Uppskattningsmetoderna tillsammans med konsistensantaganden leder således till en input-output-modell.

En input-output-modell är ju en produktionsmodell, och (V: 6) och (V: 7) hänför sig också till produktionsaspekten av det studerade ekonomiska systemet. Vi skall nu undersöka hur denna produktionsmodell passar in i den allmänna ekonomiska modell som diskuterades i kapitel II och som var utgångspunkt för uppskattning av den härledda produktionsmodellen.

Övriga element i den allmänna modellen var uttryck för slutlig efterfrågan på producerade varor och för utbud av primära varor. Om vi för tillfället bortser från icke marknadsförda primära varor finns följande två uttryck för efterfrågan respektive utbud:

$$\delta = \delta\ (\pi, \omega, v^{(h)}) \tag{V: 8}$$

$$\varrho = \varrho\ (\pi, \omega, v^{(h)}). \tag{V: 9}$$

Båda uttrycken avser kvantiteter av varor, medan den härledda modellen avser varugrupper till marknadspris. Man kan på vanligt sätt med hjälp av grupperingsmatriser och prismatriser övergå från varor till varugrupper. Om vi låter ${}^{i}d^{o}$ ange slutlig efterfrågan på producerade varugrupper och ${}'r^{o}$ utbud av marknadsförda primära varugrupper erhålls följande två uttryck:

$${}^{i}d^{o} = -G_{n\nu}\, \hat{\pi}\, \delta \tag{V: 10}$$

$${}'r^{o} = G_{m_1 \mu_1}\, \hat{\omega}\, \varrho. \tag{V: 11}$$

Beträffande icke marknadsförda primära varor finns enligt antagandena en given mängd inom varje företag. För att uttrycka dessa mängder i värdeenheter kan användas de duala prisvariablerna $v^{(h)}$, varefter varorna kan läggas samman till en grupp. Den storhet man då får kan tolkas som utbud av icke marknadsförda primära varor inom det enskilda företaget, och summering över samtliga företag ger det totala utbudet. Man får då, om ${}''r^{o}$ betecknar utbud av icke marknadsförda primära varor:

$${}''r^{o} = \sum_{(h)=1}^{\sigma} \langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle. \tag{V: 12}$$

På grund av egenskaperna hos variabeln $v^{(h)}$ gäller vid vinstmaximum att $\langle \varkappa^{(h)}, v^{(h)} \rangle$ för varje företag (h) är lika med värdet av de använda mängderna. Då denna likhet gäller för varje företag måste den också gälla för hela systemet.

Om vi nu sammanfattar utbudet av samtliga primära varugrupper i en vektor r^o, kan vi skriva upp följande jämviktsvillkor:

$$(I-A)\,{}^{i}x^{o} = {}^{i}d^{o} \qquad \text{(V: 13)}$$

$$B\,{}^{i}x^{o} = r^{o}. \qquad \text{(V: 14)}$$

För klarhetens skull skall vi sammanställa (V: 6) och (V: 7) med (V: 13) och (V: 14). De senare två är jämviktsvillkor. De säger att vid jämvikt gäller för varje producerad varugrupp att värdet av slutprodukten är lika med värdet av slutlig efterfrågan (eller värdet av totala utbudet lika med värdet av totala efterfrågan), och för varje primär varugrupp att värdet av efterfrågan är lika med värdet av utbudet. (V: 6) och (V: 7) är däremot ej jämviktsvillkor utan anger produktionstekniska relationer. De får tolkas som gällande vid en given prissituation.[1] Det första uttrycket, (V: 6), anger då sambandet mellan totalproduktion och slutprodukt. Vid en given totalproduktion ${}^{i}x^{o}$ framkommer en speciell slutprodukt ${}^{i}y^{o}$. På samma sätt anger (V: 7) sambandet mellan totalproduktion och åtgång av primära varugrupper: Vid en given totalproduktion ${}^{i}x^{o}$ åtgår en speciell mängd z^{o} av primära varugrupper. Denna slutprodukt av producerade varor och åtgång av primära varor behöver ej innebära jämvikt i den givna prissituationen (vilket då innebär att åtminstone några priser kommer att förändras).

Man kan nu tänka sig förändringar i slutlig efterfrågan eller i utbud av primära varor och undersöka effekterna härav.

Antag att det sker en autonom förändring i slutlig efterfrågan, exempelvis genom offentliga inköp av varor. Detta innebär en störning i jämviktsläget som medför att priser och kvantiteter förändras. Förutsatt att systemet uppfyller vissa stabilitetsvillkor, som ej har berörts här, kommer det att röra sig mot ett nytt jämviktsläge med nya priser och nya kvantiteter. Storleken hos dessa förändringar beror bland annat av den totala effekt på efterfrågan på producerade och primära varor som blir följden av den autonoma änd-

---

[1] Ej nödvändigtvis jämviktspriser.

ringen i slutlig efterfrågan. Det har därför sitt intresse att söka klarlägga denna effekt. Det gäller således den kvantitativa effekten av en given autonom ändring i slutlig efterfrågan under den hypotetiska förutsättningen att priserna förblir oförändrade. Man kan säga att detta innebär en undersökning av de produktionstekniska sambanden, varvid för ögonblicket bortses från att produktionsmodellen i princip måste tänkas ingå i en mera allmän modell, t.ex. på det sätt som demonstrerats i kapitel II.

Det är således av intresse att undersöka effekten av en given förändring i slutlig efterfrågan eller slutprodukten under förutsättning av konstanta priser, och sådana problem kommer längre fram att tas upp till närmare behandling. Om en dylik undersökning sker på grundval av observationer för en följd av perioder kan den innebära besvärliga indexproblem.[1] Eftersom vi icke kommer att stöta på sådana problem skall de ej tas upp till behandling. Vi förutsätter i stället att detta indexproblem har lösts på ett tillfredsställande sätt eller ej är aktuellt och kan då använda (V: 6) och (V: 7) för att behandla problemet.

Utgångspunkten är då att det tänkes ske en autonom förändring i slutlig efterfrågan ${}^{i}d^{o}$ och att produktionen anpassas helt till denna förändring, så att både före och efter förändringen gäller ${}^{i}d^{o}={}^{i}y^{o}$. Problemet är att fastställa vad detta betyder för den totala produktionen av producerade varugrupper och för åtgång av primära varugrupper.

Eftersom vi vet att inversen $(I-A)^{-1}$ alltid existerar kan vi från (V: 6) och (V: 7) erhålla:

$${}^{i}x^{o}=(I-A)^{-1}\,{}^{i}y^{o} \qquad \text{(V: 15)}$$

$$z^{o}=B\,(I-A)^{-1}\,{}^{i}y^{o}. \qquad \text{(V: 16)}$$

Det första uttrycket anger den totala produktion av varje varugrupp som svarar mot en given slutprodukt, och det senare uttrycket den totala åtgång av primära varugrupper som svarar mot en given slutprodukt. Under förutsättning att ovanstående likhet ${}^{i}y^{o}={}^{i}d^{o}$ gäller kan naturligtvis ${}^{i}y^{o}$ utbytas mot ${}^{i}d^{o}$, och uttrycken anger då totalproduktion respektive totalåtgång vid en given slutlig efterfrågan.

[1] Detta hänger samman med valet av enhetsnivån för processerna och med att varumängder anges i värdetal, jfr kapitel III.

För förändring i slutprodukt respektive slutlig efterfrågan kan exakt samma uttryck användas. Man får, om förändringar markeras med $\triangle$:

$$\triangle\, {}^{i}x^{o} = (I-A)^{-1} \triangle\, {}^{i}y^{o} \qquad \text{(V: 17)}$$

$$\triangle\, z^{o} = B\,(I-A)^{-1} \triangle\, {}^{i}y^{o}. \qquad \text{(V: 18)}$$

Om det här antas att $\triangle\, {}^{i}y^{o} = \triangle\, {}^{i}d^{o}$ kan $\triangle\, {}^{i}y^{o}$ utbytas mot $\triangle\, {}^{i}d^{o}$.

Uttryck av typen (V: 5) och (V: 6) och de därav erhållna (V: 15)—(V: 18) kommer i det följande att användas för undersökning av olika produktionsmodeller vilka har det gemensamt att de erhållits med hjälp av de beskrivna uppskattningsprocedurerna.

D. VALET AV VARUGRUPPERING

Tidigare har beskrivits uppskattningsprocedurer som från ett observationsmaterial och en varugruppering leder till uttryck för härledda processer. Procedurerna är i och för sig oberoende av den speciella varugruppering som väljes, men för att ge en konsistent modell måste vissa villkor vara uppfyllda, och olika varugrupperingar kan naturligtvis ge olika resultat beträffande detta. De kan också ha konsekvenser för själva uppskattningsmetoden, eftersom de kan medföra större eller mindre produktblandning. Vi skall nu diskutera kriterier för val av varugruppering och olika sätt att pröva konsistensen vid olika varugrupperingar.

Innan vi tar upp detta problem skall vi helt kort se på frågan om produktblandning och uppskattningsmetod. Situationen är ju den att vi beskrivit två uppskattningsmetoder. Om ingen produktblandning förekommer är valet mellan dessa inget problem: båda metoderna sammanfaller. Men erfarenheten visar att produktionen inom anläggningarna har en sådan sammansättning att det i allmänhet icke är möjligt att genomföra en gruppering av varorna så att varje varugrupp tillverkas inom endast en anläggningsgrupp och att omvänt varje anläggningsgrupp tillverkar endast en varugrupp. Detta leder till problemet om produktblandning.

Under förutsättning att konsistensvillkoren är uppfyllda för varugrupper leder metod I till uttryck för en konsistent modell om produktsammansättningen är konstant inom varje anläggningsgrupp, och metod II om aktiviteten för en varugrupp avser samma härledda process oavsett inom vilken anläggningsgrupp produktionen sker. Dessutom kan metod II leda till uttryck för en konsistent modell om produktsammansättningen är konstant inom anläggningsgrupperna och dessutom vissa speciella förutsättningar är uppfyllda. Svårigheten med denna situation är att inga av de alternativa förutsättningar som metoderna bygger på förefaller vara särskilt realistiska. Men trots detta är det uppenbarligen nödvändigt att lösa problemet om hur produktblandningen skall behandlas, och de två beskrivna metoderna är två alternativ härför.

Detta ger en bild av situationen som är tillräcklig i detta sammanhang. Av intresse är att i den studie vars material kommer att utnyttjas i stor utsträckning i fortsättningen, nämligen Höglund-Werin, *The Production System of the Swedish Economy,* och *Input-output-tabeller för Sverige år 1957,* valdes i allmänhet metod II.[1]

Vi lämnar därmed problemet om produktblandning och övergår till problemet om val av varugruppering och om prövning av konsistensen. Som utgångspunkt för en diskussion härav kan vi ställa frågan vilka konsekvenser beträffande valet av varugruppering som kan dras ur den tidigare diskussionen av konsistensvillkoren.[2]

En väsentlig riktpunkt vid varje praktisk varugruppering är att bland

---

[1] Problemet om produktblandning finns behandlat i *The Production System,* Ch. II, D. Secondary Production, och dessutom i *Input-output-tabeller för Sverige år 1957.* I den senare hänvisas särskilt till kap. IV, C, Grupperna 8—63, som bl.a. innehåller en diskussion av produktblandningen inom verkstadsindustrin. Se särskilt s. 158—180. — Förutom här angivna två metoder diskuteras i The Production System en s.k. överföringsmetod, som har använts i vissa input-output-studier. Ett alternativ är naturligtvis att bortse från produktblandningen, och det kan i vissa fall finnas särskilda skäl för detta. Jfr B. Höglund & L. Werin, *Input-output-tabeller,* s. 131.

[2] Problemet om val av varugruppering i input-output-modeller finns behandlat i M. Holzman, Problems of Classification and Aggregation, Ch. 9 i W. W. Leontief m.fl., *Studies in the Structure of the American Economy, 1919—1939,* New York 1953; T. Barna, Classification and Aggregation in Input-output Analysis i T. Barna (Ed.), *The Structural Interdependence of the Economy,* Milano 1955; W. D. Evans & M. Hoffenberg, The Nature and Use of Interindustry Relations Data and Methods, i National Bureau of Economic Research (Ed.), *Input-Output Analysis: An Appraisal,* Princeton N.J. 1957; H. B. Chenery & P. G. Clark, *Interindustry Economics,* New York 1959, Ch. 2 : D och 5 : B.

möjliga alternativ välja ett sådant som ger en konsistent modell. Vid diskussionen av konsistens har vi skilt på tre olika situationer i vilka villkoren är uppfyllda:

(1) Konstant relation mellan aktivitetsnivåer.
(2) Likhet mellan processer.
(3) Kompensatorisk konsistens.

De båda första fallen innebär att det finns en stabil process för produktion av varje varugrupp, och i detta sammanhang är det dessa båda fall som har intresse. De kan nämligen anknytas direkt till företeelser som kan väntas uppträda på ett systematiskt sätt inom produktionssystemet. Just detta är anledningen till att de tagits upp som särskilda fall.

Vid varugrupperingen bör allså eftersträvas att man erhåller en stabil process för varje varugrupp. Tar man därjämte hänsyn till att aktivitetsnivåerna anges i produktionstal för varugrupper, kan följande allmänna regel uppställas. En varugrupp bör vara sammansatt av varor för vilka åtminstone ettdera av följande villkor är uppfyllt:

(a) samtliga varor inom varugruppen produceras i en konstant inbördes relation till varandra;

(b) samtliga varor inom varugruppen produceras med processer som är sinsemellan lika då input och output specificeras till varugrupper.

De praktiska konklusionerna härav är klara och relativt lätta att tillämpa. Enligt villkor (a) kan sådana varor sammanläggas till en grupp som produceras i en konstant relation till varandra. Anledningen till att så sker kan ligga antingen på produktionssidan eller användningssidan. I det förra fallet gäller det varor som av tekniska skäl produceras tillsammans. Välkända exempel härpå är kött och hudar, gas och koks. Om denna typ av varor kan sägas att de relativt sett är icke särskilt viktiga och att de icke vållar något större problem där de förekommer. Vid sammanläggning av minimumgrupper har det problem som sådana varor medför liten aktualitet, eftersom de får antas ingå i samma minimumgrupp. Det senare fallet gäller varor som är komplement i användningen, och detta är ett karakteristikum som är betydligt värre att utnyttja. Komplementariteten måste gälla varje särskilt slag av åtgång, eftersom annars olika variationer i de verksamheter där åtgången sker kan leda till olika förändringar av total åtgång och därmed också total produktion för de enskilda varorna. Detta innebär i och för sig att ju mera ensidigt inriktad en samling varor är på en speciell typ av åtgång, desto större är sannolikheten för att den totala åtgången och den totala produktionen av dessa varor förekommer i en bestämd inbördes relation. Med visst fog kan man därför utgå från att det för en varugrupp bestående exempelvis av apparater, som huvudsakligen köps av privata hushåll eller som huvudsakligen åtgår för investering inom en industrigren, finns en tendens till mera enhetlig variation inom gruppen än gentemot varor utanför gruppen. Vid tillämpning av denna regel kommer särskilt exporten in som ett osäkerhetsmoment. Även om en grupp av varor kan väntas ha enhetlig åtgång inom landet, behöver det ej gälla exporten eftersom dess sammansättning bestäms av andra faktorer.

Ser man därefter på villkor (b) om likhet mellan processerna, så är det möjligt att indela förekommande varor i grupper allt efter den eller de råvaror som dominerar vid produktionen. Exempel på sådana råvaror är malmer och andra mineraler, metaller, trä, jordbruksprodukter osv., varvid specifikationen kan gå olika långt. Vidare är det möjligt att ta hänsyn till den speciella produktionsteknik som används. Vissa typer av produktion utmärker sig av en förändring av råvaran genom speciella mekaniska eller kemiska processer såsom gjutning, valsning, smidning, svarvning, hyvling, spinning, vävning, malning, krossning, elektrolys osv. Andra typer av produktion består i stor utsträckning av sammanfogning av delar till en färdig maskin eller annat, varpå som exempel kan nämnas framställning av bilar, cyklar, kläder, skor, olika snickerier o.d. Som en tredje typ av produktion kan nämnas sådan verksamhet som består av transport och distribution av varor. Dessa grupper är nämnda som typexempel. I verkligheten uppvisar produktionen en mängd variationer och kombinationer i fråga om teknik. Det principiellt viktiga är att sådana kännetecken har relevans för bedömning om villkor (b) kan väntas vara uppfyllt.

I princip gäller vidare att avvikelser i fråga om ettdera av villkoren (a) eller (b) får mindre betydelse desto närmare det andra villkoret är uppfyllt. Härav följer bl.a. att varor som regelmässigt produceras i relativt liten omfattning har liten betydelse vid en sammanläggning. Motsvarande processer får små vikttal vid sammanvägningen och även stora förändringar i förhållande till det egna vikttalet kan vara små i förhållande till vikttalen för övriga processer.

Det är i princip lätt att avgöra huruvida villkoren (a) och (b) är uppfyllda för en given varugruppering, förutsatt att lämpliga observationer finns tillgängliga. Detta är emellertid i praktiken icke något särskilt intressant problem, ty man kan utgå från att för sådana varugrupperingar som är aktuella i alla realistiska fall är villkoren aldrig exakt uppfyllda och det som blir av intresse är då vilken betydelse som skall tillmätas olika avvikelser från de ideala fallen.

Därvid har man kommit in på ett mera besvärligt problem. Det första som är att säga är att betydelsen av en viss avvikelse av det angivna slaget blir beroende av det ändamål för vilket den härledda modellen är avsedd att brukas. Svaret härpå kan ges direkt. Ändamålet med modellen är att ange relationen mellan totalproduktion, slutprodukt och åtgång av primära varor, naturligtvis då med den grad av specifikation som den aktuella varugrupperingen medger.

Antag nu att två processer skiljer sig endast däri att i den förra åtgår vara *s* men ej vara *t* medan i den senare åtgår vara *t* men ej vara *s*, samt att ingenting tyder på att de båda processerna utnyttjas i konstant inbördes relation. Betydelsen av denna skillnad blir beroende av de processer som utnyttjas för produktion av varorna *s* och *t*. Om dessa processer är lika saknar avvikelserna mellan de båda första processerna all betydelse. Är de däremot olika så har den ursprungliga avvikelsen större eller mindre betydelse beroende på om denna olikhet är större eller mindre. För att bedöma olikheten hos de första båda processerna måste man således först bedöma olikheten mellan processerna för varorna *s* och *t*. Men för att bedöma en eventuell olikhet mellan dessa måste man gå ännu ett steg tillbaka, etc., etc. Innebörden härav är att en isolerad jämförelse mellan två processer icke säger något definitivt beträffande betydelsen av en avvikelse dem emellan för modellens användbarhet. Denna betydelse blir beroende av egenskaper hos hela produktionsmodellen. För att besvara frågan huruvida två processer kan läggas samman vid konstruktionen av en produktionsmodell är det således nödvändigt att använda en produktionsmodell av något slag, men å andra sidan är det just för bl.a. denna typ av beräkningar som den åsyftade produktionsmodellen är avsedd.

Samma svårighet återkommer om man av någon anledning kan utgå från att relationen mellan produktionen av två varor varierar inom vissa gränser och man vill bedöma betydelsen härav vid en sammanläggning av varorna till varugrupper. Det är då nödvändigt att bedöma betydelsen av skillnaden mellan motsvarande två processer, och därmed är man tillbaka vid samma svårighet som i det tidigare fallet. Medan villkor (b) helt avser förhållanden inom produktionssystemet tillkommer för villkor (a) den svårigheten att det avser förhållanden som delvis ligger utanför produktionssystemet. Huruvida två varor produceras i en bestämd inbördes relation beror på slutproduktens sammansättning, och denna hänger ju enligt modellen samman med sammansättningen hos slutlig efterfrågan.[1]

Kontentan härav blir alltså att en bedömning av hur pass väl stabilitetsvillkoren är uppfyllda i ett särskilt fall måste ske inom ramen av en produktionsmodell och med givna eller antagna värden för slutlig efterfrågan eller slutprodukt. Man måste med andra ord pröva konsistensen och därigenom indirekt stabiliteten.

Dessa synpunkter leder omedelbart tanken till en test där observerade relationer mellan å ena sidan slutprodukt och å andra sidan totalproduktion och åtgång av primära varor jämförs med den relation mellan dessa storheter som föreskrivs av modellen. En sådan test ligger naturligtvis nära till hands redan däri att den direkt ansluter till modellens avsedda användning. För övrigt blir ju varje användning av modellen i en faktisk situation där denna relation utnyttjas också en form av test. Flera försök har gjorts att på detta sätt pröva modeller. Situationen beskrivs nog korrekt om man säger att det icke råder enighet om vilka konklusioner som skall dras av testens utfall.[2] Oavsett detta har en sådan test en egenskap som gör att den icke är särskilt lämpad för de syften som är aktuella här, nämligen att framför allt undersöka betydelsen av alternativa varugrupperingar. Det är

---

[1] Jfr B. Höglund & L. Werin, *The Production System,* s. 26—29.

[2] En redogörelse för olika tester av input-output-modeller finns i H. B. Chenery & P. G. Clark, a.a., Ch. 6.

med denna form av test icke möjligt att utan ytterligare undersökningar hänföra en observerad avvikelse mellan modellen och observationer till någon speciell förutsättning hos modellen. Vi kan illustrera detta genom att hänvisa till uttrycket (III: 35) som skulle kunna vara utgångspunkt för en test sådan som den nyss beskrivna. En skillnad mellan observerade relationer mellan ${}^{i}x^{o}$ och ${}^{i}y^{o}$ och de som föreskrivs av modellen innebär att det är fel hos någon förutsättning som utnyttjats vid testen, och detta kan uppenbarligen hänga samman med π, A, C eller D. Annorlunda uttryckt kan avvikelsen bero på prisändringar som ej behandlats på ett korrekt sätt, på förändringar i teknik som förutsatts vara konstant eller på en varugruppering som ej uppfyller stabilitetsvillkoren.

Vi önskar emellertid isolera varugrupperingens effekt från effekter med annan grund. Ett sätt är då att utgå från två modeller vilka skiljer sig åt endast beträffande varugrupperingen. Detta gäller för den ursprungliga modellen i förhållande till varje härledd modell, något som i princip skulle ge en god utgångspunkt för bedömning av varugrupperingens betydelse. Emellertid strandar detta på det faktum att de specifika numeriska egenskaperna ej är kända för den ursprungliga modellen. Just omöjligheten att precisera dessa egenskaper var ju en anledning att övergå till en härledd modell.

Kravet att en jämförelse mellan två modeller måste avse modeller för vilka de numeriska egenskaperna är kända innebär att jämförelsen måste gälla två härledda modeller. Vidare gäller att den måste göras för sådana speciella sammansättningar av slutprodukten som kan väntas bli aktuella i verkligheten. En möjlig form av test är därför följande. Antag att en härledd modell omfattande n producerade varugrupper och n härledda processer är given samt vidare att slutprodukten för de n varugrupperna är given för en följd av perioder. Av den givna modellen bildas en ny härledd modell genom en sammanläggning av de n varugrupperna till N nya varugrupper ($N < n$) och en sammanvägning av de n processerna till N nya härledda processer så att det fortfarande finns en process för varje varugrupp varvid de n processernas relativa aktivitetsnivåer under utgångsperioden används som vikter. Eftersom varje samband som uttrycks med den nybildade modellen också kan uttryckas med den gamla finns det nu två härledda relationer mellan slutprodukt och totalproduktion med specifikation till de N varugrupperna, en för varje modell. Skillnaden mellan dessa båda relationer beror endast av aggregationen från en modell till en annan med ett färre antal varugrupper och processer och således enbart av varugrupperingen. Finns dessutom observationer för totalproduktionen erhålls därjämte en observerad relation mellan slutprodukt och totalproduktion, och man har tre olika relationer att sammanställa. För den observerade relationen gäller dock samma sak som tidigare har omnämnts. En konstaterad skillnad mellan denna och en härledd relation beror ej nödvändigtvis av varugrupperingen och dess grund kan icke lokaliseras till någon speciell omständighet utan ytterligare undersökning.

Anledningen till att slutprodukten måste vara med i den beskrivna jämförelsen mellan modellerna är att dess sammansättning bestämmer den inbördes relation i vilken de härledda processerna utnyttjas. Denna sammansättning har ett direkt samband med antagandet om att samtliga varor inom en varugrupp produceras i en konstant relation till varandra, och den är också en av de faktorer som bestämmer effekten av en sammanvägning av processer med olika input-struktur. En väsentlig egenskap hos slutprodukten härvidlag är därför att dess sammansättning är sådan att den kan tänkas vara aktuell i faktiska fall. Detta är naturligtvis automatiskt uppfyllt om man använder observerade värden, men även andra värden som uppfyller detta villkor kan användas.

Ett alternativ till observerad slutprodukt under en följd av perioder är att använda observerad slutlig efterfrågan till olika ändamål under samma period. Detta är i konsekvens med de synpunkter beträffande slutprodukt och slutlig efterfrågan som anfördes i avsnitt C, till vilka vi nu återvänder för ett ögonblick.

I jämviktsvillkoret (V: 13) står på höger sida vektorn ${}^{i}d^{o}$ för slutlig efterfrågan. Men slutlig efterfrågan är i verkligheten sammansatt av olika delar motsvarande olika slag av verksamhet eller ändamål där varumängderna åtgått. Vid observationer beträffande slutlig efterfrågan är det dessa olika slag av slutlig åtgång som observeras.[1] Det betyder att ${}^{i}d^{o}$ i (V: 13) kan

[1] Jfr B. Höglund & L. Werin, *The Production System,* Ch. IV, och *Input-output-tabeller,* kap. VII—XI.

uppfattas som summan av en samling vektorer ${}^i d^g$ där varje enskild vektor anger slutlig åtgång för något särskilt ändamål *g*. Jämviktsvillkoret (V: 13) gäller för den totala efterfrågan, och man kan därför icke sätta in enbart en enskild vektor ${}^i d^g$ och betrakta det erhållna uttrycket som ett jämviktsvillkor. Det finns däremot en annan relevant tolkning av ett sådant uttryck. Varje särskilt slag av slutlig åtgång ${}^i d^g$ måste motsvaras av en särskild del av slutprodukten under samma period som vi kan kalla ${}^i y^g$.[1] Sätter vi in ${}^i y^g$ alternativt ${}^i d^g$ i (V: 13) får vi ett uttryck som motsvarar (V: 6). Det anger den totala produktionen, säg ${}^i x^g$, som sammanhänger med den särskilda slutliga efterfrågan ${}^i d^g$. Detta samband gäller emellertid endast under förutsättning av att den totala slutliga efterfrågan har det givna värdet. En annan total slutlig efterfrågan skulle nämligen ha inneburit ett annat jämviktsläge och andra priser. Det är priserna som är det väsentliga, ty den relation som uttrycks i (V: 6) är beroende av en given prissituation. Vi kan säga att sambanden gäller under förutsättning av konstanta priser. På samma sätt kan uttrycken användas för att ange effekten för den totala produktionen av en förändring av slutlig efterfrågan med just ${}^i d^g$, fortfarande under förutsättning av konstanta priser. Det väsentliga är att varje ${}^i d^g$ anger en observerad åtgång och därför kan representera en förändring av slutlig efterfrågan som kan tänkas bli aktuell.

Vi har således två alternativ att pröva härledda modeller genom att jämföra relationen mellan slutprodukt och total produktion. De är likvärdiga vad beträffar härledda relationer. I det senare alternativet bortfaller emellertid den tidigare möjligheten att sammanställa härledda relationer med en observerad relation. Det är nämligen i allmänhet icke möjligt att göra några direkta observationer beträffande de i det senare alternativet förekommande storheterna ${}^i x^g$. Motsvarande storhet i det förra alternativet är ${}^i x^o$ för olika perioder och denna storhet är uppenbarligen möjlig att observera.

Valet mellan de två beskrivna alternativen är främst en praktisk fråga. I denna undersökning kommer det senare alternativet att användas. Skälet härtill är att observationer finns tillgängliga för olika slag av slutlig åtgång

---

[1] Vi bortser från eventuella lagerändringar.

under en period (år 1957) medan däremot inga observationer finns tillgängliga för slutprodukten mer än för en period.

I nästa avsnitt kommer problemet att utföra prövningen att behandlas på ett mera preciserat sätt. Då kommer också att framgå hur primära varor kommer med i analysen. Dessa har ju icke berörts i denna mera allmänt hållna diskussion.

E. JÄMFÖRELSE MELLAN OLIKA VARUGRUPPERINGAR

I detta avsnitt skall vi i en mera preciserad form studera den procedur för jämförelse mellan två härledda modeller som motiverades och skisserades i föregående avsnitt.

Utgångspunkten är en härledd modell som kan skrivas med de tidigare uttrycken på följande sätt:

$$(I-A)\,{}^{i}x^{o}={}^{i}y^{o} \qquad \text{(V: 6)}$$

$$B\,{}^{i}x^{o}=z^{o}. \qquad \text{(V: 7)}$$

Modellen omfattar m primära varugrupper samt n producerade varugrupper och n härledda processer.

Vi skall först se hur man kan bilda en ny härledd modell med ett mindre antal varugrupper och härledda processer. Låt G_{Nn} vara en grupperingsmatris och V_{nN} en vägningsmatris ($N < n$) med de positiva elementen placerade på samma plats i G_{Nn} och ${}^{t}V_{nN}$ så att följande likhet gäller:

$$G_{Nn}\,V_{nN}=I. \qquad \text{(V: 19)}$$

Då inget missförstånd kan uppstå skall matriserna betecknas G och V.

I överensstämmelse med vad som skett tidigare kan G och V uppfattas som transformationer. Speciellt kan G användas för att transformera tal för varumängder för de n ursprungliga varugrupperna till tal för varumängder för N nya varugrupper som är bildade genom enkel sammanläggning:

$$G\,{}^{i}x^{o}={}^{I}x^{o} \qquad \text{(V: 20)}$$

$$G\,{}^{i}y^{o}={}^{I}y^{o}. \qquad \text{(V: 21)}$$

Nu bildas följande uttryck:

$$G\,(I-A)\,V\,{}^{I}x^{o}=(I-GAV)\,{}^{I}x^{o}={}^{I}y^{o} \tag{V: 22}$$

$$B\,V\,{}^{I}x^{o}=z^{o}. \tag{V: 23}$$

Man förvissar sig lätt om att dessa båda uttryck anger en ny härledd modell. Det finns lika många härledda processer som producerade varugrupper. Varje härledd process är uttryckt som en konvex linjär kombination av primära processer och har en enda varugrupp som output. Denna output anger aktivitetsnivån för processen. Det enda som skiljer denna modell från utgångsmodellen är att den innehåller N producerade varugrupper och N härledda processer i stället för n. I övrigt är de lika. Det innebär bl.a. att $(I-GAV)^{-1}$ existerar.

I konsekvens med det tidigare kan vi fråga när denna nya härledda modell är konsistent med den primära modellen.[1] Detta är enkelt att besvara. Resultaten från kapitel IV kan tillämpas direkt. Relationen mellan de båda här aktuella modellerna svarar mot relationen mellan modellen med processer för minimumgrupper och input-output-specifikation till minimumgrupper och modellen med processer för varugrupper och input-output-specifikation till varugrupper. Det som gällde för konsistens i R^n för varugruppmodellen kan direkt tillämpas för konsistens i R^N för den nya här-

---

[1] Problemet är här aggregation inom input-output-modeller, och vår framställning bygger i väsentliga delar på tidigare studier av detta problem. Det behandlas i bl.a. följande verk: M. Hatanaka, Note on Consolidation within a Leontief System, *Econometrica,* vol. 20 (1952); J. B. Balderston & Th. M. Whitin, Aggregation in the Input-Output Model, i O. Morgenstern (Ed.), *Economic Activity Analysis,* New York 1954; M. McManus, On Hatanaka's Note on Consolidation, *Econometrica,* vol. 24 (1956); M. McManus, General Consistent Aggregation in Leontief Models, *Yorkshire Bulletin,* vol. 8 (1956); E. Malinvaud, Aggregation Problems in Input-output Models, i T. Barna (Ed.), *The Structural Interdependence of the Economy,* Milano 1955; R. H. Theil, Linear Aggregation in Input-output Analysis, *Econometrica,* vol. 25 (1957); W. D. Fischer, Criteria for Aggregation in Input-Output Analysis, *The Review of Economics and Statistics,* vol. 40 (1958); K. Ara, The Aggregation Problem in Input-Output-Analysis, *Econometrica,* vol. 27 (1959); M. Morishima & F. Seton, Aggregation in Leontief Matrices and the Labour Theory of Value, *Econometrica,* vol. 29 (1961); A. Ghosh, *Experiments with Input-Output Models,* Cambridge 1964; H. A. J. Green, *Aggregation in Economic Analysis,* Richmond Va. 1964.

ledda modellen med vederbörligt utbyte av minimumgruppmodellen mot modellen med n varugrupper. Likaså har diskussionen av sanningsmängderna direkt tillämpning här; det är därvid det andra schemat över relationerna mellan sanningsmängderna som gäller.

Vid den tidigare diskussionen av konsistens gällde huvudintresset förhållandet mellan härledda modeller och den primära modellen och definitionen formulerades i anslutning därtill. I vissa fall kan det emellertid vara av intresse att jämföra härledda modeller sinsemellan utan hänsyn till om konsistens gäller i förhållande till den primära modellen. Konsistens mellan två härledda modeller kan naturligtvis inträffa utan att det föreligger konsistens med den primära modellen. Å andra sidan är det också klart att om det icke föreligger konsistens mellan två härledda modeller, så kan icke båda vara konsistenta med den primära modellen. Vi skall nu undersöka konsistens mellan de ovan angivna två härledda modellerna. Villkoren för konsistens och de situationer i vilka de är uppfyllda kommer naturligtvis att i tillämpliga delar överensstämma med vad som gällde för konsistens med den primära modellen. För fullständighetens skull skall de dock diskuteras här, om ock i en kortfattad form.

Vi har alltså två härledda modeller som var för sig ger relationer mellan totalproduktion (aktivitetsnivåer), slutprodukt och åtgång av primära varor. Dessutom ger G en relation mellan varumängder i den ursprungliga varugrupperingen och i den nya. Samtliga relationer är linjära transformationer.

Antag nu att ${}^{i}x^{o} \in R^{n}$ är givet och att man vill veta det ${}^{I}y^{o} \in R^{N}$ som svarar däremot. Det finns två möjligheter att beräkna detta. Med den ursprungliga modellen och med den som erhållits genom aggregationen. Aggregationen är konsistent i R^{N} om de båda alternativen ger samma resultat.

Vi kan nu undersöka när konsistens föreligger precis på samma sätt som skedde i kapitel IV. Först tecknas villkoret för konsistens i direkt anslutning till definitionen:

$$G\,(I-A)\,{}^{i}x^{o} = (I-GAV)\,{}^{I}x^{o} \qquad \text{(V: 24 a)}$$

$${}^{I}x^{o} = G\,{}^{i}x^{o}. \qquad \text{(V: 24 b)}$$

Vi skriver detta i en annan form genom att införa en storhet ξ för skillnaden mellan ${}^{i}x^{o}$ och $V\,{}^{I}x^{o}$. Det kan icke vålla något missförstånd att vi använder samma beteckning som i kapitel IV. Vi sätter alltså

$$ {}^{i}x^{o} = V\,{}^{I}x^{o} + \xi, \qquad \text{(V: 25)} $$

så att man har

$$ G\,(I-A)\,{}^{i}x^{o} = (I-GAV)\,{}^{I}x^{o} + G\,(I-A)\,\xi. \qquad \text{(V: 26)} $$

Konsistens innebär att sista termen i detta uttryck blir noll, och villkoret kan alltså skrivas:[1]

$$ {}^{i}x^{o} = V\,{}^{I}x^{o} + \xi \qquad \text{(V: 27 a)} $$
$$ {}^{I}x^{o} = G\,{}^{i}x^{o} \qquad \text{(V: 27 b)} $$
$$ G\,(I-A)\,\xi = 0 \qquad \text{(V: 27 c)} $$
$$ G\,\xi = 0. \qquad \text{(V: 27 d)} $$

Liksom tidigare kan man skilja på tre olika fall av konsistens.

Det första fallet inträffar då $\xi=0$. Ekvivalent därmed är ${}^{i}x^{o}=V\,{}^{I}x^{o}$, och innebörden i en sådan situation är att varugrupper som aggregeras till en ny grupp produceras i den inbördes relation som anges av V. Detta är fallet med konstant relation mellan aktivitetsnivåer.

Det andra fallet inträffar då $G\,(I-A)\,V\,G=G\,(I-A)$. Appliceras $G\,(I-A)\,V\,G$ på vänstra sidan av (V: 27 a) och $G\,(I-A)$ på högra sidan samt utnyttjas (V: 27 b) erhålls $G\,(I-A)\,\xi=0$ och (V: 27 c) uppfylls alltså. VG är här en matris av ordningen $n \times n$ där kolonner som hänför sig till en gemensam varugrupp i den aggregerade modellen är sinsemellan lika. Samma kolonner blir då sinsemellan lika i $G\,(I-A)\,V\,G$ och i $G\,(I-A)$. Innebörden härav är att processerna för sådana varugrupper i den ursprungliga modellen som aggregeras till en ny varugrupp i den aggregerade modellen är lika då input och output specificeras till aggregerade varugrupper. Detta är alltså fallet med likhet mellan processer. På grund av (V: 19) kan $G\,(I-A)\,V\,G$ också skrivas $G-GAVG$, och då $G\,(I-A)$ kan skrivas $G-GA$ blir likheten ovan ekvivalent med $GAVG=$

[1] Liksom i tidigare fall erhåller man (V: 27 d) genom att applicera G på (V: 27 a) och utnyttja (V: 27 b) och (V: 19).

$=GA$. Man kan alltså även beskriva detta fall som likhet mellan inputrelationer i den nya varugrupperingen.

Det tredje fallet inträffar då (V: 27 c) och (V: 27 d) uppfylls utan att det råder konstant relation mellan aktivitetsnivåer eller likhet mellan processer. Man har då kompensatorisk konsistens.

Detta gällde totalproduktion och slutprodukt. Modellerna ger också relationer mellan totalproduktion och åtgång av primära varugrupper. Antag att ${}^{i}x^{o} \in R^{n}$ är givet och att man vill veta det $z^{o} \in R^{m}$ som svarar däremot. Precis som tidigare kan detta beräknas både med den ursprungliga och med den aggregerade modellen. Aggregationen är konsistent i R^{m} om de båda alternativen ger samma resultat.

Villkoret för konsistens är alltså:

$$B\,{}^{i}x^{o} = B\,V\,{}^{I}x^{o} \qquad \text{(V: 28 a)}$$

$${}^{I}x^{o} = G\,{}^{i}x^{o}. \qquad \text{(V: 28 b)}$$

Vi kan här direkt omformulera villkoret och skriva upp motsvarigheten till (V: 26):

$${}^{i}x^{o} = V\,{}^{I}x^{o} + \xi \qquad \text{(V: 29 a)}$$

$${}^{I}x^{o} = G\,{}^{i}x^{o} \qquad \text{(V: 29 b)}$$

$$B\,\xi = 0 \qquad \text{(V: 29 c)}$$

$$G\,\xi = 0. \qquad \text{(V: 29 d)}$$

Den enda skillnaden gentemot (V: 27) är beträffande (V: 29 c), som nu hänför sig till primära varugrupper i stället för till producerade. Man har också här de tre särskilda fallen av konsistens.

Det första fallet, konstant relation mellan aktivitetsnivåer, är exakt samma som beträffande relationen mellan totalproduktion och slutprodukt.

Det andra fallet inträffar då $BVG=B$. Genom att applicera BVG respektive B på de två leden i (V: 29 a) och utnyttja (V: 29 b) erhåller man (V: 29 c). Innebörden i likheten $BVG=B$ är att processer för varugrupper som aggregeras till en ny grupp är lika vad gäller input av primära varugrupper. En skillnad gentemot konsistens för slutprodukt är att någon ny gruppering icke nödvändigtvis är aktuell för de primära varorna.

Det tredje fallet inträffar då (V: 29 c) och (V: 29 d) uppfylls och ingetdera av de två andra fallen inträffar. Man har då kompensatorisk konsistens för primära varugrupper.

Konsistens för både slutprodukt och primära varugrupper, dvs. konsistens i både R^N och R^m, föreligger då (V: 27) och (V: 29) uppfylls samtidigt. De skiljer sig åt enbart beträffande punkten (V: 27 c) och (V: 29 c). Villkoret för sådan konsistens kan därför skrivas på samma sätt, blott att det innehåller både (V: 27 c) och (V: 29 c).

Det intressanta från vår synpunkt är att de båda transformationerna $G\ (I-A)$ och $(I-GAV)\ G$ sinsemellan och de två transformationerna B och BVG sinsemellan har exakt samma empiriska motsvarighet i den meningen att det icke är möjligt att göra observationer som hänför sig till enbart den ena transformationen i varje par, och vidare att skillnaden mellan transformationerna beror enbart på aggregationen från modellen med n till modellen med N producerade varugrupper. Man kan alltså få en uppfattning om aggregationens, och därmed varugrupperingens, betydelse genom att studera den skillnad i relationerna som uppstår vid användandet av de olika transformationerna.

Hittills har utgångspunkten hela tiden varit värden på totalproduktionen och undersökningen har gällt motsvarande värden på slutprodukt och åtgång av primära varugrupper. Detta är i överensstämmelse med den i tidigare kapitel förda diskussionen, där utgångspunkten alltid varit aktivitetsnivåer för processerna. Emellertid är produktionsmodellen innehållen i en fullständigare modell för hela det ekonomiska systemet. I denna fullständiga modell ingår bl.a. uttryck för slutlig efterfrågan. Detta är den efterfrågan som på utbudssidan motsvaras av slutprodukten, och den tidigare framställningen har bl.a. visat hur detta leder till ett samband mellan aktivitetsnivåer och slutlig efterfrågan. Det kan därför vara lämpligt att i en diskussion av konsistens utgå från slutlig efterfrågan i stället för från aktivitetsnivåer för processerna. Förändringar i slutlig efterfrågan kan ju uppfattas som autonomt bestämda, framkallade av politiska åtgärder eller andra faktorer som ej explicit beaktas i modellen, och den intressanta frågan är om en härledd modell är konsistent för sådana förändringar.

När det gäller den generella produktionsmodellen är ett sådant förfaringssätt olämpligt emedan modellen icke ger någon entydig relation mellan slutprodukt och aktivitetsnivåer. Det finns i allmänhet mer än ett sätt att framställa en given slutprodukt. Detta gäller emellertid icke för den härledda modellen. En av dess egenskaper är just att den ger en entydig relation mellan slutprodukt och aktivitetsnivåer och icke bara mellan aktivitetsnivåer och slutprodukt. I den härledda modellen kan en given slutprodukt framställas endast på ett sätt.

Ett ytterligare skäl för att utgå från slutlig efterfrågan i stället för från totalproduktion (aktivitetsnivåer), som har särskild aktualitet för denna undersökning, är att det är möjligt att direkt observera åtgång för olika slag av slutlig efterfrågan, däremot ej de aktivitetsnivåer som motsvarar dessa olika slag av åtgång. Dessa förhållanden kommer att utnyttjas för en studie av konsekvenserna av olika varugrupperingar i anslutning till de synpunkter som anfördes i föregående avsnitt. Därvid kommer de relationer som finns angivna i slutet av avsnitt C att användas.

Allt detta utgör skäl för att undersöka vilka förändringar i villkoren för konsistent aggregation som inträffar om man som utgångspunkt tar värden på slutprodukten i stället för värden på aktivitetsnivåerna. Antag därför att ${}^{i}y^{o} \in R^{n}$ är given och att vi vill veta det värde på ${}^{I}x^{o} \in R^{N}$ och $z^{o} \in R^{m}$ som svarar mot ${}^{i}y^{o}$. Precis som tidigare kan vi få de önskade upplysningarna på två sätt, dels med hjälp av den ursprungliga modellen, dels med hjälp av den aggregerade. Frågan är som tidigare när dessa båda sätt ger samma resultat. När så är fallet är aggregationen konsistent i R^{N} och R^{m}.

Liksom tidigare tar vi först producerade varor och sedan primära. I det förra fallet har man följande villkor för konsistens:

$$G\,(I-A)^{-1}\,{}^{i}y^{o} = (I-GAV)^{-1}\,{}^{I}y^{o} \qquad \text{(V: 30 a)}$$

$${}^{I}y^{o} = G\,{}^{i}y^{o}. \qquad \text{(V: 30 b)}$$

Genom att applicera $(I-GAV)$ på båda sidor av (V: 30 a) och utnyttja (V: 6) och (V: 30 b) för att teckna ${}^{i}y^{o}$ och ${}^{I}y^{o}$ erhålls:

$$(I-GAV)\,{}^{I}x^{o} = G\,(I-A)\,{}^{i}x^{o} \qquad \text{(V: 31 a)}$$

$${}^{I}x^{o} = G\,{}^{i}x^{o} \qquad \text{(V: 31 b)}$$

som är samma som (V: 24). Man kan också starta i (V: 24) och erhålla (V: 30) genom att utnyttja de inversa transformationerna $(I-A)^{-1}$ och

$(I-GAV)^{-1}$ samt (V: 31 b) i (V: 24). De båda formuleringarna är därför ekvivalenta.[1]

För primära varor har man följande villkor för konsistens:

$$B\,(I-A)^{-1}\,{}^{i}y^{o}=B\,V\,(I-GAV)^{-1}\,{}^{I}y^{o} \qquad \text{(V: 32 a)}$$

$$^{I}y^{o}=G\,{}^{i}y^{o}. \qquad \text{(V: 32 b)}$$

Utnyttjas (V: 6) och (V: 32 b) kan (V: 32 a) skrivas:

$$B\,{}^{i}x^{o}=B\,V\,(I-GAV)^{-1}\,G\,(I-A)\,{}^{i}x^{o}. \qquad \text{(V: 33)}$$

Förutsatt att det råder konsistens för relationen mellan totalproduktion och slutprodukt kan vi utnyttja (V: 24) för att skriva om högra sidan så att uttrycket övergår till

$$B\,{}^{i}x^{o}=B\,V\,{}^{I}x^{o} \qquad \text{(V: 34 a)}$$

$$^{I}x^{o}=G\,{}^{i}x^{o}. \qquad \text{(V: 34 b)}$$

Detta är samma som (V: 28), som är villkoret för konsistens för relationen mellan totalproduktion och slutprodukt.

---

[1] Det finns en annan relation mellan slutprodukt och totalproduktion som några av de i not s. 118 omnämnda författarna använt vid diskussion av konsistens hos en aggregation (se J. B. Balderston & Th. M. Whitin, a.a. och H. A. J. Green, a.a., s. 76 ff.). Låt G vara given och låt F vara en däremot svarande vägningsmatris samt applicera dem på inversen $(I-A)^{-1}$ i stället för på $(I-A)$. Man får då två transformationer från R^{n} till R^{N} enligt följande uttryck:

$$G\,(I-A)^{-1}\,{}^{i}y^{o}={}^{I}x^{o} \qquad (1)$$

$$G\,(I-A)^{-1}\,F\,{}^{I}y^{o}={}^{I}x^{o} \qquad (2)$$

$$^{I}y^{o}=G\,{}^{i}y^{o}. \qquad (3)$$

Konsistensvillkoren kan här skrivas:

$$^{i}y^{o}=F\,{}^{I}y^{o}+\zeta \qquad (4\text{: a})$$

$$^{I}y^{o}=G\,{}^{i}y^{o} \qquad (4\text{: b})$$

$$(I-A)^{-1}\,\zeta=0 \qquad (4\text{: c})$$

$$G\,\zeta=0. \qquad (4\text{: d})$$

Man får helt analoga fall av konsistens, blott att de hänför sig till slutproduktens sammansättning och till inversen till $(I-A)$.

För att denna metod att diskutera konsistens skall ha samma relevans för vår undersökning som den vi använt fordras att matrisen $G\,(I-A)^{-1}\,F$ skall kunna uppskattas direkt utan en tidigare uppskattning av $(I-A)$. Detta är i allmänhet icke möjligt. Däremot är det möjligt att uppskatta $(I-GAV)$ utan att dessförinnan uppskatta $(I-A)$.

Tillräckligt villkor för konsistens för relationen mellan slutprodukt och åtgång av primära varugrupper är således konsistens för relationen mellan totalproduktion och slutprodukt och relationen mellan totalproduktion och åtgång av primära varor. Däremot är detta villkor icke nödvändigt.

Detta visar att en undersökning av konsistens och av varugrupperingens betydelse kan ske såväl med utgångspunkt i slutprodukten som i totalproduktionen. Avgörande blir vilka slag av uppgifter som finns tillgängliga. För vår del föreligger uppgifter om slutlig åtgång av olika slag; detta blir skälet för att utgå från slutprodukten. De följande kapitlen kommer att ägnas åt en sådan undersökning för olika härledda modeller.

KAPITEL VI

Tre numeriska modeller

A. INLEDNING

I detta kapitel skall redogöras för varugrupperingen i de tre härledda modeller som blir föremål för undersökning. De modeller som förekommer är dels den redan befintliga modellen för Sverige omfattande 127 producerade varugrupper och därmed också 127 härledda processer, dels två modeller som erhållits från denna genom en aggregationsprocedur såsom beskrivits i tidigare kapitel. Aggregationsproceduren ger upphov till vissa problem å ena sidan beträffande behandlingen av importerade mängder av sådana varor som både produceras inom landet och importeras och av handels- och transporttjänster och å andra sidan beträffande användningen av den som metod II betecknade uppskattningsproceduren. Dessa problem kommer att beröras i avsnitt C av detta kapitel.

B. VARUGRUPPERINGAR

Utgångspunkt för samtliga undersökta modeller är den modell som finns redovisad och beskriven i Höglund-Werin, *The Production System of the Swedish Economy. An Input-Output Study* och i den kompletterande volymen av samma författare *Input-output-tabeller för Sverige år 1957*. Denna modell omfattar 127 producerade varugrupper och därmed också 127 härledda processer.

Aggregationen till nya härledda modeller består i att de ursprungligen givna 127 producerade varugrupperna läggs samman till ett mindre antal grupper och att samtidigt motsvarande härledda processer vägs samman till nya härledda processer. Vid valet av nya varugrupper har följande synpunkter varit vägledande:

(a) De i föregående kapitel beskrivna villkoren för konsistent aggregation. Eftersom någon exakt uppfyllelse av dessa icke kan väntas har strävan varit att till en ny grupp sammanföra varugrupper som så väl som möjligt uppfyller de nämnda villkoren. Därvid har gjorts allmänna överväganden av den art som beskrivits i föregående kapitel, men därjämte har den ursprungliga härledda modellen kunnat utnyttjas, vilket skett särskilt för grupperna inom verkstadsindustrin. Åtskillnaden mellan tyngre och lättare verkstadsindustri har skett på grundval av den totala åtgången av järn och stål och andra metaller.

(b) Då ovannämnda kriterium ej lämnat någon klar ledning vid val mellan olika grupperingar har hänsyn tagits till den aktuella produktblandningen. Därvid har eftersträvats att varugrupper som normalt produceras inom samma anläggningar förts till en gemensam grupp. Anledningen är den i tidigare kapitel omnämnda svårigheten att på ett tillfredsställande sätt lösa problemet om hur produktblandningen skall behandlas.

(c) En anslutning till svensk och internationell industrigruppering har eftersträvats. En sådan anslutning är rimlig av många skäl, dels underlättar den en användning av modellen på grund av att statistiska uppgifter som finns redovisade med denna indelning lättare kan utnyttjas, dels bygger sådana grupperingar i viss utsträckning på överväganden beträffande likartad produktionsstruktur inom grupperna varigenom automatiskt anknytes till synpunkterna under (a).

(d) Slutligen har i viss utsträckning hänsyn tagits till olika näringsgrenars relativa betydelse speciellt för det svenska näringslivet.

Vid bildandet av de nya härledda modellerna har enhetsaktiviteterna för de härledda processerna i utgångsmodellen vägts samman med produktionstal för 1957 som vikter. Komponenterna i varje kolonn i matrisen V anger således relationen mellan produktion 1957 för sammanlagda grupper. Den ursprungliga modellen omfattar 127 producerade varugrupper. Genom aggregation har bildats en modell med 33 producerade varugrupper och en modell med 13 producerade varugrupper. De tre modellerna betecknas i anslutning därtill M127, M33 och M13.

För flertalet varugrupper i den ursprungliga modellen gäller att tillgången kan komma från både produktion inom produktionssystemet och import. I modellens mening är den förra delen producerad och den senare delen primär varugrupp. Då åtskillnad görs i detta hänseende användes tal med 4 siffror. Producerad varugrupp betecknas med 0 som första siffra och importerad varugrupp betecknas med 1 som första siffra.[1] I samband med varugrupperingarna anges 25 slag av slutlig efterfrågan 1957 vilka används i den senare analysen.

Varugrupper i M127

Varu-grupp		Produktion 1957 mkr
1	Animaliska jordbruksprodukter	3 820,7
2	Vegetabiliska jordbruksprodukter	3 111,4
3	Trädgårdsprodukter	357,5
4	Timmer och ved	2 847,7
5	Fisk	158,9
6	Järnmalm	1 162,7
7	Andra malmer	152,0
8	Tackjärn, göt, varmvalsat järn och stål	5 235,7
9	Ferrolegeringar	178,3
10	Oarbetade metaller	277,1
11	Plåt, rör, stänger, tråd av metaller	531,8
12	Tunnplåtsarbeten	375,3
13	Draget och kallvalsat järn och stål	681,6
14	Redskap och verktyg	293,0
15	Bult, mutter, skruv, spik	191,7
16	Armatur för gas, vatten, värme, ånga	106,2
17	Järn- och stålmöbler, kassaskåp	79,8
18	Annan manufaktur av järn och stål	636,6
19	Metallgjutgods	170,2
20	Belysningsarmatur	83,9
21	Förgasningslampor, kokapparater för flytande bränsle	44,5
22	Annan metallmanufaktur	271,4
23	Guld-, silver-, nysilverarbeten	100,8
24	Galvanisering, förnickling, förtenning	89,1
25	Bilar	1 156,6

[1] Jfr B. Höglund & L. Werin, *The Production System of the Swedish Economy. An Input-Output Study.* Stockholm 1964, s. 31.

26	Cyklar	144,9
27	Traktorer	91,5
28	Lokomotiv, järnvägsvagnar, andra fordon	229,0
29	Järngjutgods och gjutgodsartiklar	745,4
30	Förbränningsmotorer	441,1
31	Vatten- och ångturbiner	106,8
32	Maskiner för metallbearbetning	162,3
33	Maskiner för trä, massa, papper	213,6
34	Andra maskiner för industri och hantverk	293,1
35	Lantbruksmaskiner	124,2
36	Mejerimaskiner	145,6
37	Lager, kopplingar, transmissioner	280,7
38	Grovplåtsarbeten, järn- och stålkonstruktioner	269,1
39	Kontorsmaskiner	214,7
40	Kylapparater	154,4
41	Fläktar, ventilatorer, pneumatiska apparater	205,4
42	Pumpar	89,1
43	Hissar och lyftapparater	148,6
44	Krigsmateriel, vapen, flygmaskiner	603,9
45	Tvättmaskiner, symaskiner	130,7
46	Värmeledningspannor, plåtradiatorer	225,3
47	Andra verkstadsprodukter	181,2
48	Fartyg och båtar	1 569,0
49	Ackumulatorer	84,9
50	Telefon- och telegrafapparatur	347,5
51	Elektriska motorer	521,4
52	Radiomateriel	177,5
53	Dammsugare, golvbonare	53,7
54	Elektriska spisar, ugnar, kokapparater	102,2
55	Andra elektriska apparater	185,5
56	Elektriska lampor	46,4
57	Elektrisk ledningsmateriel	237,9
58	Instrument	208,8
59	Rörledningsarbeten och sanitetsanläggningar	991,6
60	Reparationer av bilar	843,9
61	Reparationer av andra fordon	264,3
62	Reparationer av maskiner och apparater (ej elektriska)	487,5
63	Reparationer av elektriska maskiner och apparater	100,0
64	Leror, grus, sten, kalk	279,6
65	Cement	171,7
66	Cement- och betongarbeten	353,3
67	Tegel	130,8

68	Porslin, kakel, lergods	122,1
69	Glas	167,4
70	Murbruk, slipmedel, andra jord- och stenarbeten	196,0
71	Sågade och hyvlade trävaror	2 045,9
72	Möbler	367,4
73	Monteringsfärdiga trähus	176,3
74	Snickeriarbeten	552,7
75	Andra produkter av träindustri	237,5
76	Slipmassa	348,8
77	Cellulosa	2 242,5
78	Tidningspapper	307,0
79	Annan papp och papper	1 294,9
80	Träfiberplattor	216,9
81	Papp- och pappersarbeten	412,5
82	Tryck- och bokbinderiarbeten (ej tidningar)	794,3
83	Tidningar, annonsering	517,2
84	Mjöl	438,7
85	Bröd	791,5
86	Socker	503,2
87	Choklad, konfekt, glass	439,9
88	Mjölk, smör och ost (från mejerier)	1 590,6
89	Fläsk, kött, charkuterivaror	2 367,3
90	Beredd och konserverad fisk	129,7
91	Grönsakskonserver, soppor, sylt, saft	210,1
92	Margarin	308,9
93	Rostat kaffe, stärkelse, andra näringsämnen, foderblandningar	850,1
94	Spritdrycker	154,5
95	Maltdrycker, läskedrycker	420,9
96	Tobaksvaror	781,9
97	Ullgarn, yllevävnader	472,0
98	Bomullsgarn, bomullsvävnader	580,1
99	Lin- och jutegarn; linne- och jutevävnader	105,0
100	Silke, sidenvävnader	205,7
101	Trikåvaror	347,5
102	Konfektion	1 361,4
103	Andra textil-, sömnads- och repslageriprodukter; färgning, blekning, tvätt	655,4
104	Läder	153,9
105	Pälsverk, handskar, skinnkläder	198,2
106	Skor	382,0
107	Andra läder- och skinnvaror, borstar, penslar	139,6
108	Gummivaror	466,1

109	Rent kemiska produkter	738,6
110	Läkemedel	167,0
111	Sprängämnen, ammunition, tändstickor	220,5
112	Animaliska och vegetabiliska oljor och fetter	550,3
113	Färger och lacker	252,4
114	Tvättmedel, kosmetika, ljus	259,4
115	Plastvaror	311,7
116	Förtätade gaser, träkol, smörjmedel, lim, linoleummattor, andra kemiska och kemisk-tekniska produkter	547,3
117	Målning	450,2
118	Elektriska installationer	599,1
119	Byggnader och anläggningar	7 488,3
120	Posttjänster	440,9
121	Teletjänster	882,9
122	Sjötransporter	2 524,9
123	Järnvägstransporter	1 419,8
124	Biltransporter	1 384,0
125	Spårvägs- och busstransporter	624,8
126	Flygtransporter	246,1
127	Handelstjänster	11 456,8
198	Skrot	62,0
199	Varor och tjänster, ej s.n.	.
201	Elektrisk energi	1 918,7
202	Koks, lysgas	212,0
203	Bensin, fotogen, motorbrännoljor, eldningsoljor	375,4
301	Utländsk stenkol	.
302	Sydfrukter, orostat kaffe, kopra, sojabönor, kakaobönor, vin, tobak	.
303	Kautschuk	.
304	Ull (ej kammad), bomull, hampa, jute	.
305	Utländska malmer	.
306	Utländska metaller	.
307	Utländska mineraler	.
308	Nativ olja	.
309	Utländska kemikalier	.
401	Arbete, utfört av förvaltningspersonal	.
402	Arbete, utfört av arbetarpersonal	.
403	Arbete, utfört av hemarbetare	.
404	Subventioner	.
405	Indirekta skatter	.
406	Tullar och importavgifter	.
407	Realkapitaltjänster, räntor, vinst m.m.	.

Beträffande vissa primära varugrupper förekommer uppgifter om enskilda varor eller mindre samlingar av varor om den kvantitativa åtgången inom industrin (sektorerna 6—116). De varor detta gäller anges här nedan tillsammans med ifrågavarande måttenhet.

2201.1	Elektrisk energi	1 000 kWh
2202.1	Koks	ton
2203.1	Bensin, bentyl o.d., brännoljor, fotogen	1 000 l
2203.2	Eldningsoljor	1 000 l
2301.1	Stenkol och briketter	ton
2401.1	Teknisk personal, arbetsledare	st
2401.2	Kontorspersonal	st
2401.3	Övrig förvaltningspersonal	st
2402.1	Manliga arbetare	st
2402.2	Kvinnliga arbetare	st
2402.3	Arbetstimmar	1 000 st

Producerade varugrupper i M33

Varugrupp enligt M33	M127		Produktion 1957 mkr
1	1—3, 5	Jordbruksprodukter, trädgårdsprodukter och fisk	7 448,5
2	4	Timmer och ved	2 847,7
3	6—7	Malmer	1 314,7
4	8—11, 13, 19, 29	Metaller och handelsfärdiga produkter därav	7 820,1
5	12, 14—18, 20, 24	Metallmanufaktur	2 272,3
6	25—28	Landtransportmedel	1 622,0
7	30—36	Motorer och maskiner	1 486,4
8	37, 39—42, 45, 58	Andra verkstadsprodukter, lättare, instrument	1 283,7
9	38, 43—44, 46—47	Andra verkstadsprodukter, tyngre	1 428,1
10	48	Fartyg och båtar	1 569,0
11	49—57	Elektrotekniska produkter	1 757,1
12	60—63	Mekaniska reparationer	1 695,7
13	64—70	Produkter av sten, lera, glas o.d.	1 330,9
14	71	Sågade och hyvlade trävaror	2 045,9
15	72—75	Andra produkter av träindustri	1 334,0
16	76—77	Massa	2 591,3
17	78—81	Papp och papper samt arbeten därav	2 231,3
18	82—83	Grafiska produkter	1 311,5

19	84—85	Mjöl och bröd	1 230,2
20	86—87	Socker, choklad, konfekt, glass	943,1
21	88	Mjölk, smör, ost	1 590,6
22	89	Fläsk, kött, charkuterivaror	2 367,3
23	90—93	Andra livsmedel	1 498,8
24	94—96	Spritdrycker, maltdrycker, läskedrycker, tobaksvaror	1 357,3
25	97—101, 103	Textilier	2 365,7
26	102	Konfektion	1 361,4
27	104—108	Läder-, hår- och gummivaror	1 339,8
28	109, 111	Grundkemikalier	959,1
29	110, 112—116	Andra kemiska och kemisk-tekniska produkter	2 087,9
30	59, 117—119	Byggnader och anläggningar	9 529,2
31	120—121	Post- och teletjänster	1 323,7
32	122—126	Transporter	6 199,6
33	127	Handelstjänster	11 456,8

Producerade varugrupper i M13

Varugrupp enligt M13	M33	M127		Produktion 1957 mkr
1	1	1—3, 5	Jordbruksprodukter, trädgårdsprodukter, fisk	7 448,5
2	2	4	Timmer och ved	2 847,7
3	3	6—7	Malmer	1 314,7
4	4	8—11, 13, 19, 29	Metaller och handelsfärdiga produkter därav	7 820,1
5	5—12	12, 14—18, 20—28, 30—58, 60—63	Verkstadsprodukter	13 114,3
6	13	64—70	Produkter av sten, lera, glas o.d.	1 330,9
7	14—18	71, 83	Trä, massa, papper samt produkter därav	9 514,0
8	19—24	84, 96	Livsmedel, drycker, tobaksvaror	8 987,3
9	25—26	97—103	Textilier och produkter därav	3 727,1
10	27	104—108	Läder-, hår- och gummivaror	1 339,8

11	28—29	109—116	Kemiska och kemisk-tekniska produkter	3 047,0
12	30	59, 117—119	Byggnader och anläggningar	9 529,2
13	31—33	120—127	Kommunikations- och handelstjänster	18 980,1

Slutlig efterfrågan 1957

Nummer och övriga beteckningar är samma som i B. Höglund och L. Werin, *The Production System of the Swedish Economy. An Input-Output Study* (engelska beteckningar, se s. 227 ff.) och *Input-output-tabeller för Sverige år 1957* (svenska beteckningar, se s. 439 ff.).

Värdena för 1957 är hämtade från *Input-output-tabeller för Sverige år 1957* och avser åtgång av producerade varugrupper i mkr.

Varu-grupp		Åtgång 1957 mkr
501	Export	13 692,0
502	Privat konsumtion	22 395,2
504	Försvaret: armén	443,5
505	Försvaret: marinen	285,8
506	Försvaret: flygvapnet	662,5
507	Civila egentliga statsutgifter	174,4
509	Civila egentliga statsutgifter: övriga investeringar (än inom arbetsmarknadsstyrelsen)	699,1
510	Statens allmänna fastighetsfond	111,3
512	Statens järnvägar: investeringar	197,6
513	Televerket: investeringar	183,6
533	Investeringar inom jordbruket	687,9
534	Investeringar inom industri, handel m.m.	9 125,3
5/5	Staten, försvaret	1 487,0
5/6	Staten, civil verksamhet	1 435,5
5/7	Staten, civil verksamhet, driftbudgeten	913,4
5/8	Staten, civila investeringar	1 261,1
5/18	Kommuner, totalt	1 975,2
5/19	Kommuner, undervisning exkl. byggnader och anläggningar	231,1
5/20	Kommuner, sjukvård exkl. byggnader och anläggningar	197,4
5/21	Kommuner, övrigt exkl. byggnader och anläggningar	147,7
5/22	Kommuner, investeringar i byggnader och anläggningar	1 400,0
5/23	Kommuner, löpande utgifter	487,1

5/24	Kommuner, investeringar	1 488,5
5/27	Total konsumtion	23 069,1
5/28	Totala investeringar	12 206,5

C. SÄRSKILDA PROBLEM VID AGGREGATIONEN

Det finns ett problem i samband med sammanvägningen av de ursprungliga härledda processerna som nu skall beröras. Det sammanhänger med att åtgångstal som enligt beteckning i en använd statistisk källa hänför sig till en given varugrupp ofta i själva verket avser mer än en varugrupp i modellens mening.

I allmänhet avser de observerade åtgångstalen total åtgång av en given varugrupp mätt i det pris förbrukaren betalat. Denna åtgång omfattar då såväl inom landet producerad som importerad mängd, i den mån import förekommer, men det är endast den inom landet producerade delen som härrör från det studerade produktionssystemet. Om varan vidare passerar ett distributionsled mellan tillverkare respektive importör och förbrukare, kommer det pris i vilket förbrukaren mäter åtgången att innefatta kostnader för distributionstjänster. Detta innebär att den av förbrukaren uppgivna åtgången av en vara avser icke endast själva varan utan även andra varor som förbrukats i kombination därmed. Oavsett hur distributionstjänsterna i praktiken betalas, via köparen eller via säljaren, uppstår problemet hur de skall behandlas i modellen.

Helt allmänt uttryckt är problemet att dela upp ett observerat åtgångstal på olika delar samt att registrera dessa delar som åtgång av särskilda varugrupper. Det underlättas om man kan utgå från att denna uppdelning kan ske på ett likartat sätt för flera åtgångsområden. Ett sådant antagande ligger till grund för tillvägagångssättet vid konstruktionen av den svenska input-output-modellen. Åtgångstalen är där först givna i marknadspris och utgörs av summor av producerade mängder, importerade mängder samt distributionskostnader och förbrukningsskatter i samband med åtgången. Dessa åtgångstal har uppdelats på producerade mängder och importerade mängder med tullar, importavgifter, distributionskostnader och förbrukningsskatter avskilda. De olika delarna har sedan betraktats som åtgång av motsvarande varugrupper. Uppdelningen har i allmänhet skett schablonmässigt genom multiplikation med tal som anger den relativa sammansättningen av den totala tillgången av varugrupperna för förbrukning inom produktionen.

Frågor av dessa typer, vilka uppkommer vid övergången från observerade tal till koefficienter i input-output-modellen, finns behandlade i *The Production System,* Ch. II, B och C, vartill hänvisas för en mera ingående diskussion. I *Input-output-tabeller för Sverige år 1957,* kap. XIV och på s. 441, finns en beskrivning av den faktiskt gjorda uppdelningen.

Det som är av intresse i detta sammanhang är hur problemet påverkar aggregationsproceduren. Därvid gäller att när en ny modell bildas genom aggregation från en redan tillgänglig modell kan den beskrivna uppdelningen av åtgångstalen ske på två sätt. Å ena sidan kan aggregationen ske på en modell där denna uppdelning redan genomförts. Å andra sidan kan aggregationen ske på en modell utan sådan uppdelning, varefter den beskrivna uppdelningen sker i den aggregerade modellen.

I båda fallen är utgångspunkten en produktionsmodell med n varugrupper och lika många härledda processer. För varje varugrupp finns det alltså n tal för åtgång inom produktionssystemet. Enligt det *första* alternativet multipliceras samtliga dessa åtgångstal för en varugrupp i med ett tal t_i, varefter de erhållna talen läggs samman gruppvis så att de anger åtgång av N varugrupper inom processerna $(N < n)$. Enligt det *andra* alternativet sker först sammanläggningen till åtgångstal för N varugrupper, och därefter multipliceras samtliga åtgångstal för en varugrupp I med ett tal T_I som är ett vägt genomsnitt av t_i för de i som bildar grupp I.

Frågan huruvida de båda alternativen ger samma resultat beror uppenbarligen av å ena sidan de t_i som vägs samman och å andra sidan de vikter som används. Samma resultat erhålls under följande två förutsättningar:

(a) Om samtliga t_i som vägs samman till ett T_I är lika; vikterna vid bildandet av genomsnittet spelar då ingen roll. Detta innebär exempelvis, om uppdelningen gäller hemmaproduktion och import, att relationen mellan total hemmaproduktion och total import är lika för de varugrupper som bildar en ny grupp i den aggregerade modellen.

(b) Om sammanvägningen av t_i till T_I sker med vikter som överensstämmer med åtgången av de sammanlagda varugrupperna inom samtliga processer. Mera exakt uttryckt skall relationen mellan vikterna vara lika med relationen mellan åtgångstalen för de varugrupper i som bildar den nya varugruppen I inom alla processer där åtgång av dessa varugrupper förekommer. Detta innebär att varugrupper som läggs samman till en ny grupp överallt användes i samma relation till varandra, och är således ett sådant fall av komplement i användningen som i diskussionen i avsnitt D av kapitel V angavs som en indikation för konsistens genom konstant relation mellan aktivitetsnivåer.

Ett analogt problem uppkommer vid användning av uppskattningsmetod II, som har beskrivits i kapitel IV, för uppskattning av enhetsaktiviteter för varugrupper. Även här finns två alternativ vid aggregationen. Det första är att applicera metoden på den ursprungliga varugrupperingen och därefter aggregera, det andra att först aggregera och sedan applicera metoden. Här är problemet svårare att se intuitivt, och vi skall därför ge det en formell behandling.

Den ursprungliga modellen har erhållits på följande sätt:[1]

$$(I - {}^{i}_{h}U \; {}^{i}_{h}X^{-1}) \; {}^{i}x^{o} = {}^{i}y^{o}. \qquad \text{(VI: 1)}$$

Den aggregerade modellen kan erhållas härur på följande sätt:

$$(I - G \; {}^{i}_{h}U \; {}^{i}_{h}X^{-1} \, V) \; G \, {}^{i}x^{o} = G \, {}^{i}y^{o}. \qquad \text{(VI: 2)}$$

Det andra alternativet är att först aggregera och sedan använda metod II:

$$(I - G \; {}^{i}_{h}U \; {}^{t}G \; (G \; {}^{i}_{h}X \; {}^{t}G)^{-1}) \; G \, {}^{i}x^{o} = G \, {}^{i}y^{o}. \qquad \text{(VI: 3)}$$

De båda alternativen ger samma resultat om

$$G \; {}^{i}_{h}U \; {}^{i}_{h}X^{-1} \, V = G \; {}^{i}_{h}U \; {}^{t}G \; (G \; {}^{i}_{h}X \; {}^{t}G)^{-1} \qquad \text{(VI: 4)}$$

dvs. om

$$G \; {}^{i}_{h}U \; {}^{i}_{h}X^{-1} \, V \, G \; {}^{i}_{h}X \; {}^{t}G = G \; {}^{i}_{h}U \; {}^{t}G. \qquad \text{(VI: 5)}$$

---

[1] Jfr kapitel III, avsnitt C.

Antag att följande likhet gäller:

$$G\,{}^i_hU\,{}^i_hX^{-1}\,V\,G = G\,{}^i_hU\,{}^i_hX^{-1}. \qquad \text{(VI: 6)}$$

Används denna likhet till att skriva om vänstra ledet i (VI: 5) erhålls:

$$G\,{}^i_hU\,{}^i_hX^{-1}\,{}^i_hX\,{}^tG = G\,{}^i_hU\,{}^tG \qquad \text{(VI: 7)}$$

och de båda alternativen ger samma resultat. (VI: 6) motsvarar $GAVG= =GA$, som är tillräckligt för konsistent aggregation och har samma innebörd. Kolonner i $G\,{}^i_hU\,{}^i_hX^{-1}$ som svarar mot samma varugrupp i den nya modellen skall vara lika sinsemellan.

Vid de aggregationsprocedurer som genomförts från den ursprungliga modellen med 127 varugrupper till de båda modellerna med 33 respektive 13 varugrupper har beträffande båda dessa behandlade problem det första alternativet använts. Uppdelning av åtgångstal och uppskattning av enhetsaktiviteter för varugrupper har alltså skett för den ursprungliga modellen, och aggregationen har skett därefter. Skälen härtill är helt och hållet praktiska. Det andra alternativet skulle nämligen ha medfört betydligt mera arbete och kostnader. Det hindrar emellertid icke att det andra alternativet skulle ha haft ett särskilt intresse. Det skulle nämligen ha lett till produktionsmodeller som man skulle ha fått om man direkt från observationsmaterialet uppskattat de aggregerade modellerna. Detta skulle från principiell synpunkt ha varit önskvärt, eftersom det är dessa alternativ som i allmänhet står till buds. De följande beräkningarna skulle då ha gett andra resultat i enskildheter. Det synes emellertid icke finnas några skäl för att helhetsbilden av aggregationens betydelse skulle ha blivit väsentligt annorlunda.

KAPITEL VII

Beräknade relationer

A. INLEDNING

Vi har nu tre numeriskt specificerade modeller till vårt förfogande, nämligen den ursprungligen givna M127, samt M33 och M13 som erhållits genom aggregation av M127. Med var och en av modellerna kan beräknas relationer mellan slutprodukt, totalproduktion och åtgång av primära varugrupper. Bland dessa relationer finns det sådana som kan beräknas med både M127 och M33 och vidare sådana som kan beräknas med alla tre modellerna. Förekomsten av en sådan möjlighet var utgångspunkten för definitionen av stabilitet och konsistens. Det innebär att vi kan utföra dylika beräkningar och utnyttja resultatet för att pröva konsistensen hos de fall av aggregation som föreligger. En serie sådana beräkningar har utförts, och i detta kapitel redovisas resultaten.

Redovisningen delas på två delar. I avsnitt B behandlas relationer mellan slutprodukt och totalproduktion och i avsnitt C relationer mellan slutprodukt och åtgång av primära varugrupper. I båda fallen uppkommer problemet att skapa ett mått på avvikelserna. Svårigheten är att få ett mått som är sammanfattande och överskådligt samtidigt som det är ekonomiskt meningsfullt. Vart och ett av avsnitten inleds med en allmän presentation av beräkningarna och av de mått på avvikelser som används. Utgångspunkten är i båda fallen att exporten 1957 av varugrupper i M127 är känd och att man önskar veta den totalproduktion av varugrupper i M13 respektive åtgång av primära varugrupper som svarade mot denna slutliga åtgång. Dessa mängder beräknas med hjälp av M127 och M13, varefter resultaten jämförs och olika mått beräknas. I varje avsnitt följer sedan tabeller med resultat av övriga beräkningar som utförts.

Kapitlet avslutas i avsnitt D med en sammanställning av resultaten i de båda tidigare avsnitten och några sammanfattande jämförelser mellan de olika modellerna.

B. RELATIONER MELLAN SLUTPRODUKT OCH TOTALPRODUKTION

Som en inledning till den följande redovisningen av beräkningarna skall göras en jämförelse mellan M13 och M127. Det problem som skall studeras är följande. Exporten 1957 är känd för samtliga varugrupper i M127. Vi önskar veta den totala produktion av varje varugrupp i M13 som svarade mot denna export. En möjlig tolkning av talen härför är effekten på totala produktionen av en förändring i slutprodukten med samma sammansättning som exporten 1957.

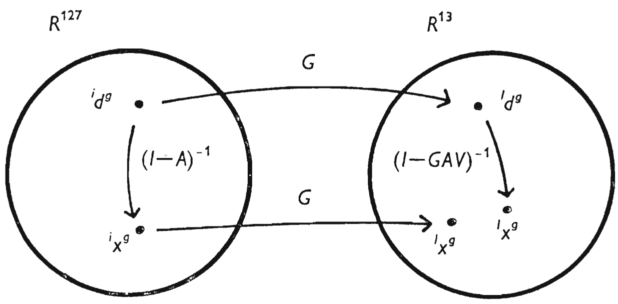
Det finns två möjligheter att beräkna de önskade talen.[1] De svarar mot följande två uttryck:

$$^{I}x^{g} = G\,(I-A)^{-1}\,{}^{i}d^{g} \qquad \text{(VII: 1)}$$

$$^{I}x^{g} = (I-GAV)^{-1}\,G\,{}^{i}d^{g}. \qquad \text{(VII: 2)}$$

I den möjlighet som svarar mot det första uttrycket används M127 och i den som svarar mot det andra uttrycket användes M13.

I schematisk form kan de båda transformationer som är aktuella framställas enligt figur VII: 1.



Figur VII: 1

[1] Sammanlagt finns det tre möjligheter, motsvarande följande transformationer: $G_{13,127}(I-A)^{-1}$, $G_{13,33}(I-G_{33,127}AV_{127,33})^{-1}G_{33,127}$ och $(I-G_{13,127}AV_{127,13})^{-1}$ $G_{13,127}$.

I detta sammanhang, där vi endast är intresserade av metoden, är det tillräckligt att diskutera två, den första och den tredje. Längre fram utnyttjas också den andra.

Utgångspunkten är en given punkt ${}^{i}d^{g} \in R^{127}$. Denna punkt representerar den observerade exporten 1957. Problemet är att från denna punkt komma över till en punkt i R^{13} som representerar den mot den observerade exporten svarande totala produktionen av varugrupper i M13. Till förfogande står två transformationer, båda sammansatta. Enligt den ena sker först en övergång till en ny punkt i R^{127} som betecknas ${}^{i}x^{g}$ och som representerar den mot exporten svarande totalproduktionen av varugrupper i M127, och därefter en övergång till en punkt ${}^{I}x^{g} \in R^{13}$ med den önskade innebörden. Den andra transformationen startar i samma punkt i R^{127} men den första övergången sker till en punkt i R^{13} som representerar den observerade exporten 1957 i varugrupper enligt M13. Härifrån går transformationen vidare till en ny punkt ${}^{I}x^{g} \in R^{13}$. Viktigt är nu att de båda punkter ${}^{I}x^{g} \in R^{13}$ som erhålls genom de båda transformationerna representerar storheter med exakt samma ekonomiska innebörd, nämligen den totala produktion av varugrupper i M13 som svarade mot exporten 1957 av varugrupper i M127. Vidare gäller att dessa storheter i allmänhet icke är direkt observerbara.

Utförs ifrågavarande beräkningar erhålles de värden som anges i tabell VII: 1.

Som man ser av talen i tabellen har de båda punkterna i R^{13} olika värden på komponenterna. Aggregationen är således ej konsistent. Detta leder till problemet att mäta avvikelsens storlek. Detta är ett problem om att mäta avståndet mellan två punkter i ett 13-dimensionellt rum. Därvid är det naturligtvis väsentligt att välja ett mått som har ekonomisk mening och som har relevans vid användning av modellerna.

Varje punkt är sammansatt av 13 komponenter som representerar produktion av 13 varugrupper, och vi kan utgå från dessa enskilda komponenter. För varugrupp 1 är komponenten 806,4 respektive 660,0. Enheten är mkr, och talen innebär att för den observerade exporten 1957 erfordrades en total produktion av varugrupp 1 i M13 som beräknad med hjälp av M127 uppgick till 806,4 mkr och beräknad med hjälp av M13 uppgick till 660,0 mkr. Skillnaden på 146,4 mkr uppstår genom aggregationen från M127 till M13. För varje komponent finns en sådan skillnad beräknad och återgiven i tabellen.

Tabell VII: 1. Produktion för export 1957 enligt M127 och M13

Varugrupp M13	I_{dg}	I_{xg}			$I_{xg}-I_{dg}$		$I_{xg}-I_{dg}$ M13 i procent av M127
		M127	M13	△	M127	M13	
	Miljoner kronor						
1	261,2	806,4	660,0	−146,4	545,2	398,8	73,1
2	115,4	1 824,9	1 433,3	−391,6	1 709,5	1 317,9	77,1
3	922,6	1 154,0	1 127,3	− 26,7	231,4	204,7	88,5
4	848,8	3 630,5	3 517,3	−113,2	2 781,7	2 668,5	95,9
5	3 291,3	4 345,2	4 294,3	− 50,9	1 053,9	1 003,0	95,2
6	87,3	161,7	169,2	+ 7,5	74,4	81,9	110,1
7	3 892,0	4 937,7	5 302,3	+364,6	1 045,7	1 410,3	134,9
8	298,6	380,6	391,6	+ 11,0	82,0	93,0	113,4
9	148,6	249,5	257,9	+ 8,4	100,9	109,3	108,3
10	77,0	118,1	147,4	+ 29,3	41,1	70,4	171,3
11	345,0	740,0	742,9	+ 2,9	395,0	397,9	100,7
12	0	67,1	46,8	− 20,3	67,1	46,8	69,7
13	3 404,3	4 555,1	4 751,5	+196,4	1 150,8	1 347,2	117,1
Totalt	**13 692,1**	**22 970,8**	**22 841,8**		**9 278,7**	**9 149,7**	
Avstånd			$\Sigma\|\triangle\|$	1 369,2			
Relativt avstånd			%	14,8			

Nyssnämnda produktionstal anger ju samtidigt aktivitetsnivåer för härledda processer och är därigenom ett mått på verksamheten inom olika näringsgrenar. Talen har intresse när det gäller att avgöra hur den tillgängliga produktionskapaciteten tas i anspråk för olika ändamål och huruvida ledig produktionskapacitet finns tillgänglig eller måste friställas för att en förändring i slutprodukten skall vara möjlig. I allmänhet gäller därvid, att ett underskott inom en näringsgren ej kan kompenseras av ett överskott inom någon annan.[1] Detta innebär att ett sammanfattande mått som endast anger nettoeffekten för alla varugrupper sammantagna döljer värdefull upplysning och därför ej bör väljas. Men det är därför icke utan vidare

[1] Detta är naturligtvis ett skäl som talar mot aggregation eftersom denna just innebär att endast nettoöverskott respektive nettounderskott beräknas för en aggregerad sektor.

givet att alla tal skall tilldelas samma vikt. Det kan vara så att vissa näringsgrenar är mera kritiska än andra vad gäller verksamhetens omfattning. Skälen därtill kan vara flera. Som exempel kan nämnas en särskilt skarp gräns för produktionens möjliga omfattning, en särskild betydelse för sysselsättning, särskild försvarspolitisk betydelse, regionala synpunkter, möjlighet till substitution med import osv. Det kan också vara så att avvikelser i positiv riktning har annan vikt än avvikelser i negativ riktning. I princip kan detta lösas genom definition av en funktion på avvikelserna i de särskilda varugrupperna som för varje uppsättning av avvikelser ger ett tal för den sammanlagda avvikelsen. Men svårigheten ligger i att bestämma denna funktion, eftersom den bör avpassas efter de speciella problem som är aktuella. Vi väljer därför en funktion som tar hänsyn till att avvikelserna i olika riktningar ej bör kompensera varandra men som i övrigt är neutral i den meningen att alla avvikelser tilldelas samma vikt. Som ett mått skall väljas summan av absoluta värden på avvikelserna för var och en av varugrupperna. Denna summa används som ett mått på avståndet i R^{13}. Beräknas detta avstånd för de två punkter vilkas komponenter finns angivna i tabellen erhålls 1 369,2. Enheten är fortfarande mkr.

För att få en bättre uppfattning om storleksordningen hos det nyss angivna avståndet i R^{13} är det lämpligt att sätta talet i relation till någon annan storhet. Av särskilt intresse är då någon storhet som själv härledes med hjälp av produktionsmodellen och som således har betydelse vid varje användning. Även här är det lämpligt att utgå från de enskilda komponenterna. Om vi ser på talet 806,4 mkr, så kan det delas upp på två delar. Den ena utgöres av 261,2 mkr, som utgör den direkta exporten av varugruppen, och den andra utgöres av skillnaden mellan 806,4 och 261,2 mkr eller 545,2 mkr, som visserligen erfordrades för export men som åtgick som insatser inom produktionssystemet. Det är endast denna *indirekta* åtgång för export som beräknas med hjälp av produktionsmodellen. Användes i stället M13 för beräkningarna blir den indirekta åtgången för export 398,8 mkr. Motsvarande tal är beräknade för övriga komponenter och finns angivna i tabellen. Summan av dem blir för M127 9 278,7 mkr och för M13 9 149,7 mkr. Eftersom det är tillförlitligheten i just dessa tal för indirekt åtgång som är avgörande för modellens användbarhet bör det tidigare beräknade avståndet sättas i relation till ett tal för total indirekt åtgång för export. Därvid kan antingen väljas det tal som erhålls med hjälp av M127 eller det som erhålls med hjälp av M13. Inget av dessa kan utan vidare antas vara mera korrekt än det andra, ty enligt vad som framgått av diskussionen i tidigare kapitel måste även M127 betraktas som erhållen genom aggregation från en mera ursprunglig modell, och vi vet ej om denna aggregation är konsistent. Eftersom utgångspunkten här är M127 ligger det emellertid närmast till hands att välja den indirekta produktion för export som beräknats med hjälp av den modellen. Däri ligger inget antagande om att detta skulle vara det korrekta talet. Det härigenom erhållna talet blir samtidigt genomsnittet av de procentuella avvikelserna för de 13 varugrupperna med indirekt åtgång enligt M127 som vikter.[1] För exporten erhålles 14,8 % som detta relativa mått på avståndet.

Tal motsvarande dem som i tabell VII: 1 redovisats för exporten 1957 har beräknats för sammanlagt 25 olika slag av slutlig efterfrågan 1957. I fortsättningen kommer endast de sammanfattande talen att anges och därvid total slutlig efterfrågan, total indirekt åtgång enligt M127 och totala avvikelsen samt det relativa måttet på avståndet.

Förutom för slutlig efterfrågan har liknande tal beräknats för slutprodukt av varje särskild varugrupp för sig 1957. Detta innebär exempelvis för slutprodukt av varugrupp 1 att första kolumnen i tabellen ersätts med en kolumn där första talet är 1 356,7 och övriga tal noll, och motsvarande för övriga 12 varugrupper. Detta kan naturligtvis också uppfattas som ett slag av slutlig åtgång precis som åtgång för olika slag av slutlig efterfrågan. Betraktade som slutlig åtgång eller som förändring i slutlig åtgång har dessa tal emellertid en mycket speciell karaktär. De innebär nämligen att slutlig

---

[1] Låt $\{(I-GAV)^{-1}\}_I$ och $\{G(I-A)^{-1}\}_I$ beteckna rad nr I av respektive matriser och $(G\,{}^{i}dg)_I$ komponent nr I av vektorn. Det relativa måttet för avståndet i R^{13} blir då

$$100 \cdot \frac{\Sigma_I \left| \{(I-GAV)^{-1}\}_I \, G\,{}^{i}dg - \{G(I-A)^{-1}\}_I \, {}^{i}dg \right|}{\Sigma_I \left[\{G(I-A)^{-1}\}_I \, {}^{i}dg - (G\,{}^{i}dg)_I \right]} =$$

$$= \frac{\Sigma_I \left[100 \cdot \dfrac{\left| \{(I-GAV)^{-1}\}_I \, G\,{}^{i}dg - \{G(I-A)^{-1}\}_I \, {}^{i}dg \right|}{\{G(I-A)^{-1}\}_I \, {}^{i}dg - (G\,{}^{i}dg)_I} \cdot \left[\{G(I-A)^{-1}\}_I \, {}^{i}dg - (G\,{}^{i}dg)_I \right] \right]}{\Sigma_I \left[\{G(I-A)^{-1}\}_I \, {}^{i}dg - (G\,{}^{i}dg)_I \right]}$$

åtgång för den aktuella varugruppen i M13 har exakt samma sammansättning som 1957, medan den är noll för övriga varugrupper. En sådan förändring i slutlig åtgång är icke särskilt sannolik. Det finns emellertid ett annat betraktelsesätt som ger ett särskilt intresse åt talen för slutprodukt av särskilda varugrupper. Om man tar de tal för total produktion av olika varugrupper som erhållits med hjälp av M13 för slutprodukt av en given varugrupp och dividerar dem med värdet av denna slutprodukt, så erhålls motsvarande kolonn i matrisen $(I-GAV)^{-1}$. Utförs samma division på de tal som erhållits med hjälp av M127 erhålls i stället tal som erhålls ur matrisen $(I-A)^{-1}$ genom sammanläggning av raderna enligt grupperingsmatrisen och sammanvägning av kolonnerna med slutprodukt 1957 av de enskilda varugrupperna inom varje aggregerad varugrupp. Båda slagen av tal har den vanliga innebörden hos elementen i inverserna. De anger den totala mängd av en given varugrupp som erfordras för produktion av en enhet av en given varugrupp och kan också tolkas som effekten av partiella förändringar i slutprodukten. Vi har emellertid valt att icke låta redovisningen avse dessa element i inverserna. Anledningen är dels att det valda sättet var beräkningstekniskt något enklare, dels att slutproduktens storlek för de olika varugrupperna har ett visst intresse. Den säger ju med hur stor andel de olika varugrupperna varit med om att bestämma produktionens inriktning och därmed valet av primära processer under basåret. För de relativa tal som beräkningarna leder fram till spelar valet naturligtvis ingen roll. De gäller således även för inverserna, där slutprodukten har värdet 1 för varje varugrupp.

I fortsättningen kommer samma sammanfattande tal som ovan angavs för slutlig efterfrågan att redovisas för slutprodukt av varje särskild varugrupp. Det innebär 33 uppsättningar när det gäller M33 och 13 uppsättningar när det gäller M13.

Det totala avståndet, beräknat på nyss beskrivna sätt, utgörs av summan av avvikelserna för de enskilda varugrupperna. Från vissa synpunkter är även dessa avvikelser för enskilda varugrupper av intresse, och även för dem erfordras då ett relativt mått. De synpunkter som anfördes beträffande valet av relativt mått för det totala avståndet har aktualitet även här. Den absoluta avvikelsen bör sättas i relation till ett tal för indirekt åtgång för export, och som sådant tal väljs det som erhålls med hjälp av M127. Sådana relationstal för export 1957 finns redovisade i tabellen, där indirekt åtgång för export enligt M13 uttryckts i procent av indirekt åtgång för export enligt M127.

För varje par av modeller som jämförs finns ett dylikt mått på avvikelsen för varje varugrupp och varje särskilt slag av slutlig åtgång, vilket gör inemot 3 000 tal. En sådan stor samling blir svår att överskåda och det är därför nödvändigt att konstruera ett sammanfattande uttryck. Som sådant skall användas relationen mellan summan av de absoluta skillnaderna i produktion och summan av indirekt åtgång för olika slag av slutprodukt eller slutlig efterfrågan. Detta tal blir samtidigt genomsnittet av de procentuella avvikelserna för de olika slagen av slutprodukt eller slutlig efterfrågan med indirekt åtgång som vikter.[1]

I fortsättningen kommer även det här beskrivna måttet att användas för att ange avvikelsen mellan modellerna beträffande total produktion av varugrupper. Två sådana mått kommer att redovisas för varje varugrupp, varvid det ena avser slutprodukt av de enskilda varugrupperna och det andra 25 olika slag av slutlig efterfrågan 1957.

Det kommer således att redovisas två slag av mått på avvikelserna. Det ena avser avståndet i ifrågavarande varugruppsrum för ett särskilt värde på slutprodukten. Det andra avser den komponentvisa avvikelsen för olika slutprodukter. Båda måtten är relativa och kan uppfattas som genomsnitt av procentuella avvikelser med indirekt åtgång som vikter.

---

[1] De formella uttrycken är

$$100 \cdot \frac{\Sigma_g \left| \{(I-GAV)^{-1}\}_I \, G \, {}^{i}dg - \{G(I-A)^{-1}\}_I \, {}^{i}dg \right|}{\Sigma_g \left[\{G(I-A)^{-1}\}_I \, {}^{i}dg - (G \, {}^{i}dg)_I \right]} =$$

$$= \frac{\Sigma_g \left[100 \cdot \dfrac{\left| \{(I-GAV)^{-1}\}_I \, G \, {}^{i}dg - \{G(I-A)^{-1}\}_I \, {}^{i}dg \right|}{\{G(I-A)^{-1}\}_I \, {}^{i}dg - (G \, {}^{i}dg)_I} \left[\{G(I-A)^{-1}\}_I \, {}^{i}dg - (G \, {}^{i}dg)_I \right] \right]}{\Sigma_g \left[\{G(I-A)^{-1}\}_I \, {}^{i}dg - (G \, {}^{i}dg)_I \right]}$$

Tabell VII: 2. Avvikelse i totalproduktion för olika slag av slutlig åtgång

Transformationerna $G_{33,127}\,(I-A)^{-1}$ och $(I-G_{33,127}\,AV_{127,33})^{-1}\,G_{33,127}$.
Avstånd i R^{33}.
Slutprodukt av enskilda varugrupper i M33.

Varugrupp M33	Slutprodukt	Total indirekt åtgång enligt M 127	$\Sigma\lvert\triangle\rvert$ M33/M127	Största absoluta avvikelse +	Största absoluta avvikelse −	$\Sigma\lvert\triangle\rvert$ M33/M127 i procent av total indirekt åtgång
	Miljoner kronor					
1	1 356,7	942,2	386,6	276,2	7,8	41,0
2	442,4	67,0	5,3	1,3	0,5	7,9
3	925,4	186,0	17,2	4,0	3,9	9,2
4	1 057,9	1 655,3	78,4	53,2	11,1	4,7
5	915,8	720,9	136,7	115,0	3,3	19,0
6	1 295,4	1 206,1	52,5	5,7	23,8	4,4
7	1 266,0	1 011,1	55,9	8,1	28,3	5,5
8	1 033,6	550,2	120,2	43,8	8,4	21,8
9	1 165,9	923,7	35,0	1,4	19,7	3,8
10	1 386,9	1 399,7	145,8	4,9	107,0	10,4
11	1 225,5	622,4	103,9	72,1	9,4	16,7
12	447,0	291,2	29,0	2,7	10,4	9,9
13	302,5	93,7	23,8	8,1	1,5	25,5
14	1 205,0	987,5	14,6	3,5	1,0	1,5
15	509,3	355,2	122,4	36,7	11,5	34,5
16	1 715,8	1 234,5	31,8	4,7	6,5	2,6
17	1 168,3	1 268,6	199,5	64,4	55,8	15,7
18	725,7	487,6	55,5	12,6	19,2	11,4
19	961,3	950,5	161,8	88,4	15,1	17,0
20	660,3	487,9	115,5	73,1	4,1	23,7
21	1 415,5	2 927,1	312,4	3,8	236,5	10,7
22	1 850,3	3 523,0	323,6	3,9	248,5	9,2
23	1 183,3	982,8	122,9	5,6	55,6	12,5
24	1 285,6	291,7	33,6	12,2	1,9	11,5
25	1 316,9	743,9	75,0	39,4	4,4	10,1
26	1 293,8	825,6	60,5	3,3	39,4	7,3
27	986,5	515,0	51,3	6,6	21,6	10,0
28	268,0	176,7	44,6	19,4	4,1	25,3
29	911,7	621,7	150,4	50,6	19,8	24,2
30	8 876,4	7 516,6	352,5	34,7	90,2	4,7
31	864,9	156,3	13,6	3,4	2,0	8,7
32	4 174,8	977,0	182,7	45,4	52,6	18,7
33	8 153,2	1 956,5	130,9	19,4	28,6	6,7
Totalt	**52 347,6**	**36 655,2**	**3 745,4**			**10,2**

Tabell VII: 3. Avvikelse i totalproduktion för olika slag av slutlig åtgång

Transformationerna $G_{33,127}\,(I-A)^{-1}$ och $(I-G_{33,127}\,AV_{127,33})^{-1}\,G_{33,127}$. Avstånd i R^{33}.
25 slag av slutlig efterfrågan.

Slutlig efterfrågan	Slutlig åtgång	Total indirekt åtgång enligt M127	$\Sigma\|\triangle\|$ M33/M127	Största absoluta avvikelse +	Största absoluta avvikelse −	$\Sigma\|\triangle\|$ M33/M127 i procent av total indirekt åtgång
	Miljoner kronor					
501	13 692,0	9 278,7	565,8	118,8	78,7	6,1
502	22 395,2	15 171,0	753,9	110,8	97,9	5,0
504	443,5	287,6	59,0	19,9	3,0	20,5
505	285,8	208,3	12,6	6,4	1,1	6,1
506	662,5	446,0	74,8	35,3	8,1	16,8
507	174,4	91,6	12,6	1,1	4,3	13,7
509	699,1	594,8	99,6	12,0	1,5	16,8
510	111,3	93,5	8,4	0,8	2,9	9,0
512	197,6	149,2	25,5	3,6	1,7	17,1
513	183,6	86,7	34,7	20,1	5,6	40,0
533	687,9	545,5	71,3	9,2	7,4	13,1
534	9 125,3	7 115,1	400,1	29,0	183,7	5,6
5/5	1 487,0	1 015,3	138,5	62,4	8,3	13,6
5/6	1 435,5	1 056,9	136,8	27,5	12,6	12,9
5/7	913,4	708,0	107,6	13,1	11,1	15,2
5/8	1 261,1	965,3	129,8	26,9	12,7	13,5
5/18	1 975,2	1 519,7	59,2	6,2	12,0	3,9
5/19	231,1	163,0	19,7	2,0	2,9	12,1
5/20	197,4	139,4	16,3	4,1	1,5	11,7
5/21	147,7	94,4	8,4	1,4	1,0	8,9
5/22	1 400,0	1 123,5	58,5	5,1	16,8	5,2
5/23	487,1	349,0	28,7	3,5	5,4	8,2
5/24	1 488,5	1 170,9	50,8	5,3	14,9	4,3
5/27	23 069,2	15 622,8	758,5	112,0	101,5	4,8
5/28	12 206,5	9 552,0	495,7	35,9	151,2	5,2
Totalt	**94 957,9**	**67 548,2**	**4 126,8**			**6,1**

Tabell VII: 4. Avvikelse i totalproduktion för olika slag av slutlig åtgång

Transformationerna $G_{13,127}\,(I-A)^{-1}$, $G_{13,33}\,(I-G_{33,127}\,AV_{127,33})^{-1}\,G_{33,127}$ och $(I-G_{13,127}\,AV_{127,13})^{-1}\,G_{13,127}$.
Avstånd i R^{13}.
Slutprodukt av enskilda varugrupper i M13.

Varugrupp M13	Slutprodukt	Total indirekt åtgång		$\Sigma\|\triangle\|$			Största absoluta avvikelse						$\Sigma\|\triangle\|$ i procent av total indirekt åtgång		
		M127	M33	M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33	M33/M127 +	M33/M127 −	M13/M127 +	M13/M127 −	M13/M33 +	M13/M33 −	M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33
	Miljoner kronor														
1	1 356,7	942,2	1 274,0	368,7	368,4	31,6	276,2	9,1	285,1	10,4	8,9	6,0	39,1	39,1	2,5
2	442,4	67,0	70,0	3,6	9,5	8,6	1,1	0,3	3,2	2,3	3,1	3,3	5,3	14,2	12,3
3	925,4	186,0	194,3	16,0	17,8	6,1	4,0	3,9	3,2	4,2	1,5	1,1	8,6	9,6	3,1
4	1 057,9	1 655,3	1 694,5	74,6	78,4	6,3	53,2	11,1	53,7	11,1	2,0	1,6	4,5	4,7	0,4
5	8 736,1	6 725,3	6 816,9	123,7	201,6	255,3	47,3	12,1	50,1	47,6	62,2	94,9	1,8	3,0	3,7
6	302,5	93,7	105,5	20,9	23,4	4,9	8,1	3,0	8,1	5,2	1,0	2,2	22,4	25,0	4,6
7	5 324,1	4 333,4	4 395,6	124,5	472,9	423,6	44,0	14,2	219,2	169,5	175,3	166,0	2,9	10,9	9,6
8	7 356,3	9 163,0	8 776,1	531,1	571,0	115,7	29,3	321,0	43,0	331,8	23,3	40,9	5,8	6,2	1,3
9	2 610,7	1 569,5	1 575,2	12,3	54,8	44,1	3,7	1,8	11,0	10,2	9,2	9,4	0,8	3,5	2,8
10	986,5	515,0	491,2	47,3	72,1	25,6	6,6	5,9	6,7	21,2	5,4	6,1	9,2	14,0	5,2
11	1 179,7	798,4	856,6	125,3	153,5	38,9	51,5	30,3	52,3	47,8	9,2	17,4	15,7	19,2	4,5
12	8 876,4	7 516,6	7 379,7	247,7	345,4	181,4	20,0	90,2	43,0	127,4	50,9	37,2	3,3	4,6	2,5
13	13 192,9	3 089,8	3 025,8	96,5	352,5	308,0	8,1	35,5	65,7	110,8	84,6	75,3	3,1	11,4	10,2
Totalt	**52 347,6**	**36 655,2**	**36 655,4**	**1 792,2**	**2 721,3**	**1 450,1**							**4,9**	**7,4**	**4,0**

Tabell VII: 5. Avvikelse i totalproduktion för olika slag av slutlig åtgång

Transformationerna $G_{13,127}\,(I-A)^{-1}$, $G_{13,33}\,(I-G_{33,127}\,AV_{127,33})^{-1}\,G_{33,127}$ och $(I-G_{13,127}\,AV_{127,13})^{-1}\,G_{13,127}$.
Avstånd i R^{13}.
25 slag av slutlig efterfrågan.

Slutlig efterfrågan	Slutlig åtgång	Total indirekt åtgång		$\Sigma\|\triangle\|$			Största absoluta avvikelse						$\Sigma\|\triangle\|$ i procent av total indirekt åtgång		
		M127	M33	M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33	M33/M127 +	M33/M127 −	M13/M127 +	M13/M127 −	M13/M33 +	M13/M33 −	M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33
	Miljoner kronor														
501	13 692,0	9 278,7	9 472,5	301,0	1 369,2	1 325,4	100,0	20,2	364,6	391,6	315,6	371,4	3,2	14,8	14,0
502	22 395,2	15 171,0	15 044,1	484,9	1 329,2	998,7	110,8	129,5	277,8	240,7	235,2	228,4	3,2	8,8	6,6
504	443,5	287,6	313,4	51,3	39,9	33,5	19,9	7,0	10,8	6,3	7,9	9,9	17,8	13,9	10,7
505	285,8	208,3	215,6	9,1	19,2	25,3	6,4	0,4	5,6	2,4	5,5	8,7	4,3	9,2	11,7
506	662,5	446,0	479,8	55,5	50,1	34,6	35,3	8,1	26,8	1,0	9,9	8,4	12,5	11,2	7,2
507	174,4	91,6	88,2	7,5	26,3	20,8	0,7	3,4	7,7	5,7	7,6	4,8	8,2	28,7	23,5
509	699,1	594,8	575,5	84,8	83,3	16,3	17,0	19,9	20,5	22,4	4,6	3,4	14,3	14,0	2,8
510	111,3	93,5	92,1	7,1	7,7	2,7	1,1	2,9	0,7	3,6	0,6	0,7	7,6	8,2	2,8
512	197,6	149,2	164,8	20,5	11,7	23,7	8,9	1,7	4,5	1,8	4,6	10,8	13,7	7,9	14,4
513	183,6	86,7	107,9	27,8	51,7	32,5	20,1	3,1	33,0	2,0	12,9	2,6	32,1	59,7	30,1

533	687,9	545,5	519,8	57,9	60,8	19,5	13,1	12,6	9,9	15,2	3,3	4,7	10,6	11,1	3,7
534	9 125,3	7 115,1	7 002,7	292,8	494,8	265,7	29,0	183,7	72,2	235,8	76,6	52,1	4,1	7,0	3,8
5/5	1 487,0	1 015,3	1 080,2	115,9	96,7	79,0	62,4	11,9	35,3	10,8	24,3	27,1	11,4	9,5	7,3
5/6	1 435,5	1 056,9	1 069,7	108,8	133,8	56,0	27,5	18,6	42,7	28,2	15,2	9,6	10,3	12,7	5,2
5/7	913,4	708,0	685,2	90,3	102,2	31,9	17,8	21,1	22,3	27,5	11,7	6,4	12,8	14,4	4,6
5/8	1 261,1	965,3	981,1	104,4	116,5	36,7	26,9	18,1	40,6	23,3	13,7	5,3	10,8	12,1	3,7
5/18	1 975,2	1 519,7	1 503,7	33,4	116,7	89,7	6,7	12,0	28,1	31,2	27,4	28,2	2,2	7,7	6,0
5/19	231,1	163,0	160,4	11,8	41,9	33,0	1,8	2,9	12,5	14,6	11,0	11,7	7,3	25,7	20,6
5/20	197,4	139,4	147,7	15,1	30,9	22,1	4,2	2,2	4,2	12,4	2,4	10,9	10,8	22,2	15,0
5/21	147,7	94,4	94,6	5,1	21,4	17,3	1,1	1,0	7,0	6,5	5,9	5,5	5,4	22,7	18,3
5/22	1 400,0	1 123,5	1 101,6	41,0	59,5	28,3	3,6	16,8	8,4	22,3	8,1	5,5	3,6	5,3	2,6
5/23	487,1	349,0	348,4	20,5	77,8	61,5	3,0	5,4	15,9	33,6	15,2	28,1	5,9	22,3	17,7
5/24	1 488,5	1 170,9	1 155,6	33,8	69,1	38,8	3,7	14,9	12,2	21,8	12,2	6,9	2,9	5,9	3,4
5/27	23 069,2	15 622,8	15 489,7	490,1	1 335,6	1 005,4	112,0	130,1	301,4	254,6	258,1	242,0	3,1	8,5	6,5
5/28	12 206,5	9 552,0	9 412,6	380,4	628,9	327,1	29,8	151,1	121,0	218,9	72,2	67,1	4,0	6,6	3,5
Totalt	**94 957,9**	**67 548,2**	**67 306,7**	**2 850,8**	**6 374,9**	**4 625,5**							**4,2**	**9,4**	**6,9**

Tabell VII: 6. Avvikelse i totalproduktion av enskilda varugrupper

Transformationerna $G_{33,127}\,(I-A)^{-1}$ och $(I-G_{33,127}\,AV_{127,33})^{-1}\,G_{33,127}$.
Differens för enskilda komponenter i R^{33}.
Slutprodukt av enskilda varugrupper i M33.

Varugrupp M33	Slutprodukt	Total indirekt åtgång M127	$\Sigma\|\triangle\|$ M33/M127	$\Sigma\|\triangle\|$ M33/M127 i procent av total indirekt åtgång
	Miljoner kronor			
1	1 356,7	6 091,8	1 000,7	16,4
2	442,4	2 405,3	145,7	6,1
3	925,4	389,3	50,6	13,0
4	1 057,9	6 762,2	634,1	9,4
5	915,8	1 356,5	43,3	3,2
6	1 295,4	326,6	47,5	14,5
7	1 266,0	220,4	17,8	8,1
8	1 033,6	250,1	16,6	6,6
9	1 165,9	262,2	14,2	5,4
10	1 386,9	182,1	105,2	57,8
11	1 225,5	531,6	29,5	5,5
12	447,0	1 248,7	119,9	9,6
13	302,5	1 028,4	59,0	5,7
14	1 205,0	840,9	133,2	15,8
15	509,3	824,7	30,8	3,7
16	1 715,8	875,5	159,8	18,3
17	1 168,3	1 063,0	160,6	15,1
18	725,7	585,8	31,8	5,4
19	961,3	268,9	23,5	8,7
20	660,3	282,8	40,8	14,4
21	1 415,5	175,1	43,6	24,9
22	1 850,3	517,0	8,2	1,6
23	1 183,3	315,5	59,9	19,0
24	1 285,6	71,7	8,6	12,0
25	1 316,9	1 048,8	125,9	12,0
26	1 293,8	67,6	1,4	2,1
27	986,5	362,9	65,8	18,1
28	268,0	683,8	75,1	11,0
29	911,7	1 176,2	210,4	17,9
30	8 876,4	652,8	18,8	2,9
31	864,9	458,8	30,3	6,6
32	4 174,8	2 024,8	89,8	4,4
33	8 153,2	3 303,6	143,3	4,3
Totalt	**52 347,6**	**36 655,4**	**3 745,7**	**10,2**

Tabell VII: 7. Avvikelse i totalproduktion av enskilda varugrupper

Transformationerna $G_{33,127}\,(I-A)^{-1}$ och $(I-G_{33,127}\,AV_{127,33})^{-1}\,G_{33,127}$.
Differens för enskilda komponenter i R^{33}.
25 slag av slutlig efterfrågan.

Varugrupp M33	Slutlig åtgång	Total indirekt åtgång M127	$\Sigma\|\triangle\|$ M33/M127	$\Sigma\|\triangle\|$ M33/M127 i procent av total indirekt åtgång
	Miljoner kronor			
1	2 473,7	11 963,0	120,1	1,0
2	557,7	3 210,7	185,1	5,8
3	922,6	548,1	48,6	8,9
4	1 037,0	11 009,1	852,2	7,7
5	1 507,3	2 706,0	88,5	3,3
6	2 504,4	638,7	154,3	24,2
7	1 951,2	372,2	77,9	20,9
8	1 557,5	439,9	54,9	12,5
9	1 992,1	527,7	63,9	12,1
10	1 756,0	191,7	246,1	128,4
11	2 192,7	1 016,3	106,7	10,5
12	773,5	2 402,4	381,8	15,9
13	609,9	2 427,9	112,2	4,6
14	1 305,1	1 699,9	237,6	14,0
15	1 070,2	2 030,1	120,0	5,9
16	1 639,6	1 151,4	184,4	16,0
17	1 186,8	2 002,5	192,2	9,6
18	1 281,5	1 110,9	45,2	4,1
19	1 978,3	545,3	2,3	0,4
20	1 272,5	547,7	17,7	3,2
21	2 761,7	343,2	4,9	1,4
22	3 712,8	1 031,8	10,2	1,0
23	2 383,8	625,4	11,7	1,9
24	2 551,5	129,4	14,8	11,4
25	2 360,9	1 956,8	37,0	1,9
26	2 514,8	131,3	4,4	3,4
27	1 889,8	698,9	222,3	31,8
28	370,3	1 159,5	76,9	6,6
29	1 588,2	2 325,9	131,4	5,6
30	22 169,6	1 527,4	84,2	5,5
31	1 351,9	860,3	30,8	3,6
32	5 832,9	3 734,9	70,5	1,9
33	15 900,0	6 482,4	136,0	2,1
Totalt	**94 957,8**	**67 548,7**	**4 126,8**	**6,1**

Tabell VII: 8. Avvikelse i totalproduktion av enskilda varugrupper

Transformationerna $G_{13,127}\,(I-A)^{-1}$, $G_{13,33}\,(I-G_{33,127}\,AV_{127,33})^{-1}\,G_{33,127}$ och $(I-G_{13,127}\,AV_{127,13})^{-1}\,G_{13,127}$.
Differens för enskilda komponenter i R^{13}.
Slutprodukt av enskilda varugrupper i M13.

Varugrupp M13	Slutprodukt	Total indirekt åtgång M127, M33, M13	$\Sigma\|\triangle\|$ M33/ M127	$\Sigma\|\triangle\|$ M13/ M127	$\Sigma\|\triangle\|$ M13/ M33	$\Sigma\|\triangle\|$ i procent av total indirekt åtgång M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33
	Miljoner kronor							
1	1 356,7	6 091,8	648,7	684,8	36,2	10,6	11,2	0,6
2	442,4	2 405,3	72,3	346,2	333,2	3,0	14,4	13,9
3	925,4	389,3	33,3	36,8	13,2	8,6	9,5	3,4
4	1 057,9	6 762,2	243,0	355,1	272,0	3,6	5,3	4,0
5	8 736,1	4 378,2	95,9	255,5	229,5	2,2	5,8	5,2
6	302,5	1 028,4	50,6	50,7	5,4	4,9	4,9	0,5
7	5 324,1	4 189,9	154,7	443,1	353,9	3,7	10,6	8,4
8	7 356,3	1 631,0	94,1	106,2	13,9	5,8	6,5	0,9
9	2 610,7	1 116,4	45,2	30,6	20,2	4,0	2,7	1,8
10	986,5	362,9	54,1	48,4	8,0	14,9	13,3	2,2
11	1 179,7	1 860,0	200,9	197,2	26,8	10,8	10,6	1,4
12	8 876,4	652,8	14,7	12,8	20,3	2,2	2,0	3,1
13	13 192,9	5 787,2	84,7	154,0	116,5	1,5	2,7	2,0
Totalt	**52 347,6**	**36 655,4**	**1 792,2**	**2 721,4**	**1 449,1**	**4,9**	**7,4**	**4,0**

C. RELATIONER MELLAN SLUTPRODUKT OCH ÅTGÅNG AV PRIMÄRA VAROR

Relationen mellan slutprodukt och åtgång av primära varor har samma allmänna egenskaper som den tidigare behandlade relationen mellan slutprodukt och totalproduktion. Den har emellertid vissa speciella egenskaper som skiljer den från den föregående, och därför är det lämpligt att även här inleda med en allmän beskrivning av det material som står till förfogande och försöka precisera karaktären hos de slutledningar som kan dras. Liksom i förra fallet skall detta ske genom en jämförelse mellan M13 och M127. Det problem som skall studeras motsvarar det som tidigare behandlades.

Tabell VII: 9. Avvikelse i totalproduktion av enskilda varugrupper

Transformationerna $G_{13,127}\,(I-A)^{-1}$, $G_{13,33}\,(I-G_{33,127}AV_{127,33})^{-1}\,G_{33,127}$ och $(I-G_{13,127}\,AV_{127,13})^{-1}\,G_{13,127}$.
Differens för enskilda komponenter i R^{13}.
25 slag av slutlig efterfrågan.

Varu-grupp M13	Slutlig åtgång	Total indirekt åtgång		$\Sigma\lvert\triangle\rvert$			$\Sigma\lvert\triangle\rvert$ i procent av total indirekt åtgång		
		M127	M33	M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33	M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33
	Miljoner kronor								
1	2 473,7	11 963,0	11 937,9	120,1	537,4	559,3	1,0	4,5	4,7
2	557,7	3 210,7	3 208,4	185,1	1 172,6	1 121,1	5,8	36,5	35,0
3	922,6	548,1	565,1	48,6	82,8	43,8	8,9	15,1	7,8
4	1 037,0	11 009,1	11 063,3	852,2	1 418,2	682,4	7,7	12,9	6,2
5	14 234,7	8 294,9	8 263,5	541,7	615,6	484,9	6,5	7,4	5,9
6	609,9	2 427,9	2 372,8	112,2	117,9	19,3	4,6	4,9	0,8
7	6 483,2	7 994,8	7 892,8	245,2	1 152,9	960,7	3,1	14,4	12,0
8	14 660,6	3 222,8	3 235,0	34,4	50,3	46,6	1,1	1,6	1,4
9	4 875,7	2 088,1	2 084,1	32,7	45,9	53,2	1,6	2,2	2,6
10	1 889,8	698,9	680,3	222,3	245,8	43,7	31,8	35,1	6,4
11	1 958,5	3 485,4	3 489,3	201,5	186,5	36,7	5,8	5,4	1,1
12	22 169,6	1 527,4	1 486,8	84,2	114,4	84,6	5,5	7,5	5,7
13	23 084,8	11 077,6	11 027,5	170,6	634,8	489,4	1,5	5,7	4,4
Totalt	**94 957,8**	**67 548,7**	**67 306,8**	**2 850,8**	**6 375,1**	**4 625,7**	**4,2**	**9,4**	**6,9**

Exporten 1957 för samtliga varugrupper i M127 är känd. Vi önskar veta den totala åtgång av 19 primära varugrupper som svarade mot denna export eller, med den alternativa tolkningen, effekten på åtgång av primära varugrupper av en förändring av slutprodukten med samma sammansättning som exporten 1957.

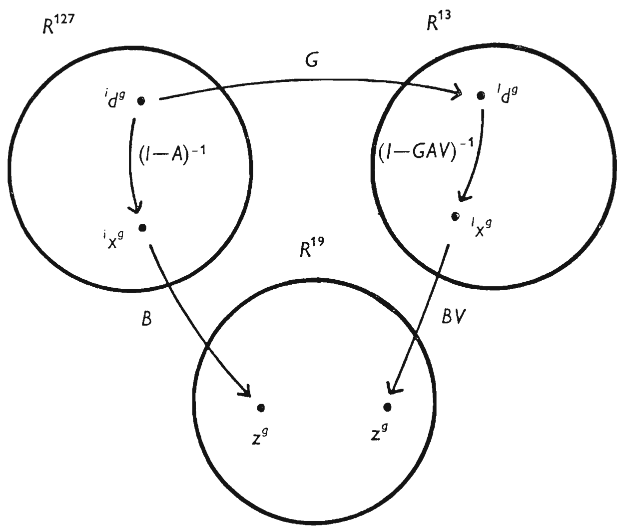
Det finns två möjligheter att beräkna de önskade talen.[1] De svarar mot följande två uttryck:

[1] Liksom tidigare finns totalt tre möjligheter, nämligen med M127, M33 och M13. Här är vi endast intresserade av metoden och använder därför endast M127 och M13.

$$z^g = B\,(I-A)^{-1}\,{}^i d^g \tag{VII: 3}$$
$$z^g = BV\,(I-GAV)^{-1}\,G\,{}^i d^g. \tag{VII: 4}$$

I den möjlighet som svarar mot det första uttrycket används M127 och i den som svarar mot det andra uttrycket används M13.

Liksom i det tidigare fallet kan de båda transformationer som är aktuella framställas i ett schema (figur VII: 2).



Figur VII: 2

Utgångspunkten är liksom i det tidigare fallet en punkt ${}^i d^g \in R^{127}$ som representerar exporten 1957, men här är problemet att komma över till en punkt i R^{19} som representerar mot exporten svarande åtgång av 19 primära varugrupper. Till förfogande står två sammansatta transformationer. Enligt den ena sker först en övergång till en ny punkt i R^{127} och därefter till en punkt $z^g \in R^{19}$ med den önskade innebörden. Den andra transformationen startar i samma punkt i R^{127}, men den första övergången sker till en punkt i R^{13} som representerar den observerade exporten 1957 i varugrupper enligt M13. Härifrån går transformationen till en ny punkt ${}^l x^g \in R^{13}$ och från denna punkt till en punkt $z^g \in R^{19}$. De båda punkter $z^g \in R^{19}$ som erhålls genom de båda transformationerna representerar storheter med exakt samma ekonomiska innebörd, nämligen den totala åtgång av primära varugrupper som svarade mot exporten 1957. Vidare gäller att dessa storheter i allmänhet icke är observerbara.

Det är som synes flera egenskaper hos dessa transformationer som överensstämmer med dem som behandlades i samband med relationen mellan slutprodukt och totalproduktion. Skillnaden är framför allt att det här är fråga om transformationer mellan tre olika vektorrum, i stället för tidigare två. Det som tillkommit är R^{19} som representerar 19 primära varugrupper. Man lägger märke till att dimensionen hos detta rum för primära varugrupper är oberoende av aggregationen. Denna berör ju producerade varugrupper och däremot svarande härledda processer. En annan skillnad är att summan av komponenterna i R^{19}, dvs. totala mängden av åtgångna varugrupper, alltid är lika med summan av komponenterna i motsvarande vektor i R^{127} (och då naturligtvis också motsvarande vektor i R^{13}), totala mängden av slutlig efterfrågan.

Utföres ifrågavarande beräkningar erhålles de värden som anges i tabell VII: 10.

Även här gäller det att skapa ett mått på avvikelsernas storlek, och det skall ske efter samma allmänna linjer som för relationen mellan slutprodukt och totalproduktion. Liksom där skall två mått redovisas, ett avseende avståndet i R^{19} — rummet för 19 primära varugrupper — och det andra avvikelsen för de särskilda komponenterna hos vektorerna i R^{19}.

Beträffande det första måttet kan liknande synpunkter anföras som beträffande avvikelserna för totalproduktionen. Skillnaden är att talen här enbart avser åtgång av varor vilkas tillgång är given oberoende av produktionen. Men annars kan de tidigare synpunkterna upprepas. Tillgången sätter en gräns för produktionens möjliga omfattning. Ett underskott på en vara kan i allmänhet ej kompenseras av ett överskott på en annan. Vissa varor kan ha särskild vikt och avvikelser i negativ riktning annan vikt än avvikelser i positiv riktning. Men även här skall som ett mått på avståndet väljas summan av absoluta värden på avvikelserna för de enskilda komponenterna. I det här aktuella fallet blir avståndet 1 916,0 mkr, som finns angivet i tabellen. Man får ett relativt mått på avståndet genom att dividera

Tabell VII: 10. Åtgång av primära varugrupper för export 1957 enligt M127 och M13

Varugrupp	Total åtgång		$\triangle$	M13/M127
	M127	M13		
	Miljoner kronor			Procent
198	111,2	104,6	− 6,7	94,0
201	284,7	281,3	− 3,4	98,8
202	105,0	100,0	− 5,0	95,2
203	309,3	252,0	− 57,3	81,5
1001—1005	32,1	29,8	− 2,3	92,8
1006—1007	26,8	19,9	− 6,9	74,3
1008—1011, 1198	366,3	355,9	− 10,4	97,2
1012—1063	360,0	385,6	+ 25,6	107,1
1064—1070	20,0	21,4	+ 1,4	107,0
1071—1075	10,4	16,7	+ 6,3	160,6
1076—1083	12,0	23,2	+ 11,2	193,3
1084—1096	18,4	16,5	− 1,9	89,7
1097—1103	42,5	54,7	+ 12,2	128,7
1104—1108	9,7	17,4	+ 7,7	179,4
1109—1116	146,5	150,7	+ 4,2	102,9
301—309	238,5	226,9	− 11,6	95,1
401—403	5 570,4	6 390,0	+819,6	114,7
404—406	126,9	196,7	+ 69,8	155,0
407, 199	5 901,3	5 048,8	−852,5	85,6
Totalt	**13 692,0**	**13 692,1**		
Avstånd		$\Sigma\|\triangle\|$	1 916,0	
Relativt avstånd		%	14,0	

detta tal med ett tal för total åtgång av primära varugrupper som beräknas med modellerna. I fråga om denna totala åtgång är det enklare än i förra fallet, där valet stod mellan två alternativ för beräkning av total indirekt åtgång. Båda modellerna ger alltid samma totala åtgång av primära varugrupper, och denna totala åtgång är dessutom alltid lika med totala slutprodukten. Det relativa måttet ger här 14,0 %. Detta är samtidigt genomsnittet av den procentuella avvikelsen för varje varugrupp med de totala åtgångerna av varugrupperna som vikter.[1]

Tal motsvarande summaraden i tabellen — således total mängd, summa absoluta avvikelser och det relativa måttet på avståndet — kommer att redovisas för samma uppsättning av slutlig åtgång som tidigare skett beträffande relationen mellan slutprodukt och totalproduktion, således för 25 slag av slutlig efterfrågan och för slutprodukt av varje särskild varugrupp.

Det senare slaget av tal har en karaktär som motsvarar den som tidigare diskuterades. Betraktad som slutlig åtgång är slutprodukten av en särskild varugrupp mycket speciell. Den förutsätter oförändrad relation mellan varugrupper inom en aggregerad grupp och ingen slutprodukt eller ingen förändring av andra varugrupper. Divideras de tal för åtgång som erhållits med hjälp av M13 med värdet för slutprodukten av den särskilda varugrupp i M13 som är aktuell erhålls motsvarande kolonn i matrisen $BV\,(I-GAV)^{-1}$. Utförs divisionen i stället på de tal som erhållits med hjälp av M127 blir resultatet tal som erhålls ur matrisen $B\,(I-A)^{-1}$ genom sammanvägning av kolonnerna med tal för slutprodukt 1957 av varugrupperna inom varje särskild aggregerad varugrupp. Båda slagen av tal har samma innebörd. De anger den totala mängd av olika primära varugrupper som åtgår för produktion av en given varugrupp i M13 och kan även här tolkas som effekten av partiella förändringar i slutprodukten. Vi följer här samma regel som tidigare och anger de tal som gällde för slutprodukten 1957. För de relativa talen har detta ingen betydelse.

Liksom för relationen mellan slutprodukt och totalproduktion är det även här av intresse att känna avvikelsen för de särskilda varugrupperna och icke endast det nyss behandlade avståndet i R^{19}. Dessa avvikelser för export 1957 anges i tabellen dels med sina absoluta tal, dels genom att åtgången enligt M13 uttryckts i procent av åtgången enligt M127. På grund

[1] De formella uttrycken är

$$100\frac{\Sigma_k \left| (BV(I-GAV)^{-1})_k G\,{}^{i}dg-(B(I-A)^{-1})_k\,{}^{i}dg \right|}{\Sigma_k (B(I-A)^{-1})_k\,{}^{i}dg}=$$

$$=\frac{\Sigma_k\ 100\ \dfrac{\left| (BV(I-GAV)^{-1})_k G\,{}^{i}dg-(B(I-A)^{-1})_k\,{}^{i}dg \right|}{(B(I-A)^{-1})_k\,{}^{i}dg}\ (B(I-A)^{-1})_k\,{}^{i}dg}{\Sigma_k (B(I-A)^{-1})_k\,{}^{i}dg}.$$

Tabell VII: 11. Avvikelse i åtgång av primära varugrupper för olika slag av slutlig åtgång

Transformationerna $B(I-A)^{-1}$ och $BV_{127,33}\ (I-G_{33,127}\,AV_{127,33})^{-1}\,G_{33,127}$.
Avstånd i R^{19}.
Slutprodukt av enskilda varugrupper i M33.

Varugrupp M33	Slutprodukt	$\vert\triangle\vert$ M33/M127	Största absoluta avvikelse +	Största absoluta avvikelse −	$\vert\triangle\vert$ M33/M127 i procent av slutprodukt
	Miljoner kronor				
1	1 356,7	285,6	125,8	85,1	21,1
2	442,4	15,4	6,4	4,8	3,5
3	925,4	26,9	4,5	12,2	2,9
4	1 057,9	51,0	13,8	15,3	4,8
5	915,8	62,1	8,9	20,0	6,8
6	1 295,4	26,5	3,3	4,9	2,0
7	1 266,0	35,0	7,4	14,8	2,8
8	1 033,6	25,3	7,3	5,0	2,4
9	1 165,9	27,4	5,7	7,6	2,4
10	1 386,9	20,1	3,5	4,1	1,5
11	1 225,5	76,9	12,3	30,8	6,3
12	447,0	17,9	6,9	4,8	4,0
13	302,5	30,5	10,2	13,9	10,1
14	1 205,0	42,2	17,8	13,5	3,5
15	509,3	26,2	9,2	5,4	5,1
16	1 715,8	51,7	18,6	12,3	3,0
17	1 168,3	31,1	6,2	6,6	2,7
18	725,7	14,6	5,7	3,2	2,0
19	961,3	75,0	19,5	29,8	7,8
20	660,3	60,4	21,4	17,0	9,2
21	1 415,5	233,8	98,9	92,3	16,5
22	1 850,2	234,1	95,3	90,7	12,7
23	1 183,3	76,7	15,9	19,1	6,5
24	1 285,6	16,0	5,1	4,1	1,2
25	1 316,9	57,2	25,3	14,5	4,3
26	1 293,8	37,9	16,5	15,3	2,9
27	986,5	51,1	13,4	9,5	5,2
28	268,0	41,5	10,4	14,9	15,5
29	911,7	96,8	21,0	32,1	10,6
30	8 876,4	111,7	37,1	15,2	1,3
31	864,9	4,5	1,7	1,3	0,5
32	4 174,8	688,9	294,3	340,9	16,5
33	8 153,2	330,0	156,3	139,7	4,0
Totalt	**52 347,6**	**2 982,0**			**5,7**

Tabell VII: 12. Avvikelse i åtgång av primära varugrupper för olika slag av slutlig åtgång

Transformationerna $B(I-A)^{-1}$, $BV_{127,33}\,(I-G_{33,127}\,AV_{127,33})^{-1}\,G_{33,127}$ och $BV_{127,13}\,(I-G_{13,127}\,AV_{127,13})^{-1}\,G_{13,127}$.
Avstånd i R^{19}.
Slutprodukt av enskilda varugrupper i M13.

Varugrupp M13	Slutprodukt	$\Sigma\lvert\triangle\rvert$ M33/M127	$\Sigma\lvert\triangle\rvert$ M13/M127	$\Sigma\lvert\triangle\rvert$ M13/M33	Största absoluta avvikelse M33/M127 +	M33/M127 −	M13/M127 +	M13/M127 −	M13/M33 +	M13/M33 −	$\Sigma\lvert\triangle\rvert$ i procent av slutprodukt M33/M127	M13/M127	M13/M33
	Miljoner kronor												
1	1 356,7	285,6	272,0	26,9	125,8	85,1	125,1	84,2	10,2	8,5	21,1	20,0	2,0
2	442,4	15,4	10,9	7,7	6,4	4,8	4,4	1,8	3,8	2,1	3,5	2,5	1,7
3	925,4	26,9	26,7	3,2	4,5	12,2	4,4	12,2	0,6	0,5	2,9	2,9	0,3
4	1 057,9	51,0	50,3	6,0	13,8	15,3	11,0	15,3	1,6	2,8	4,8	4,8	0,6
5	8 736,1	145,8	124,6	187,1	19,9	63,8	10,1	54,4	71,1	72,9	1,6	1,4	2,1
6	302,5	30,5	33,0	2,8	10,2	13,9	11,2	15,0	1,0	1,1	10,1	10,9	0,9
7	5 324,1	142,6	127,5	154,7	57,7	32,4	26,7	24,3	59,1	41,4	2,7	2,4	2,9
8	7 356,3	425,1	469,6	72,9	168,4	121,0	189,6	141,3	21,2	20,3	5,8	6,4	1,0
9	2 610,7	42,3	97,2	58,4	10,0	13,5	26,7	35,8	17,2	22,4	1,6	3,7	2,2
10	986,5	51,1	63,2	14,2	6,4	9,5	12,5	15,1	3,3	5,6	5,2	6,4	1,4
11	1 179,7	130,9	125,6	14,1	31,4	30,3	30,9	28,1	4,7	3,0	11,1	10,6	1,2
12	8 876,4	111,7	255,1	186,2	37,1	15,2	87,0	88,2	49,9	73,0	1,3	2,9	2,1
13	13 192,9	412,7	406,8	72,2	156,3	185,9	150,9	169,2	16,7	15,2	3,1	3,1	0,5
Totalt	**52 347,6**	**1 871,6**	**2 062,5**	**806,4**							**3,6**	**3,9**	**1,5**

Tabell VII: 13. Avvikelse i åtgång av primära varugrupper för olika slag av slutlig åtgång

Transformationerna $B(I-A)^{-1}$, $BV_{127,33}\,(I-G_{33,127}\,AV_{127,33})^{-1}\,G_{33,127}$ och $BV_{127,13}\,(I-G_{13,127}\,AV_{127,13})^{-1}\,G_{13,127}$.
Avstånd i R^{19}.
25 slag av slutlig efterfrågan.

Slutlig efter-frågan	Slutlig åtgång	$\Sigma\|\triangle\|$			Största absoluta avvikelse						$\Sigma\|\triangle\|$ i procent av slutlig åtgång		
		M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33	M33/M127		M13/M127		M13/M33		M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33
					+	−	+	−	+	−			
	Miljoner kronor												
501	13 692,0	1 226,7	1 915,8	816,0	481,4	596,7	819,6	852,5	338,2	255,8	9,0	14,0	6,0
502	22 395,2	1 024,3	1 622,6	643,0	493,6	341,2	688,5	555,3	194,9	214,1	4,6	7,2	2,9
504	443,5	33,4	34,4	19,8	7,6	2,0	4,9	8,9	4,3	2,7	7,5	7,8	4,5
505	285,8	6,0	10,4	10,9	1,2	10,8	1,5	2,9	2,3	4,0	2,1	3,6	3,8
506	662,5	41,1	39,4	10,6	6,5	13,8	4,4	13,3	1,1	2,4	6,2	5,9	1,6
507	174,4	27,3	49,2	23,5	11,9	13,1	18,0	24,2	6,1	11,1	15,7	28,2	13,5
509	699,1	37,6	46,3	15,4	8,0	14,1	9,6	20,0	3,9	5,7	5,4	6,6	2,2
510	111,3	2,9	2,8	2,4	0,8	0,6	0,9	0,7	0,6	0,9	2,6	2,5	2,2
512	197,6	28,6	12,9	17,1	8,8	10,4	2,5	5,0	5,4	6,5	14,5	6,5	8,7
513	183,6	9,4	22,7	15,4	1,2	4,1	7,1	4,8	5,2	5,9	5,1	12,4	8,4

533	687,9	37,9	38,5	11,5	11,8	14,4	12,4	16,1	2,5	2,8	5,5	5,6	1,7
534	9 125,3	153,4	251,4	128,8	43,4	18,9	55,5	64,5	19,9	47,1	1,7	2,8	1,4
5/5	1 487,0	69,4	66,4	38,0	9,7	19,3	7,9	10,4	6,1	8,9	4,7	4,5	2,6
5/6	1 435,5	92,9	113,5	35,1	21,3	41,4	27,1	54,9	5,9	13,6	6,5	7,9	2,4
5/7	913,4	65,4	94,6	38,1	17,7	27,4	28,0	45,2	10,4	17,7	7,2	10,4	4,2
5/8	1 261,1	66,1	66,5	13,4	17,4	28,2	18,1	30,7	1,9	2,5	5,2	5,3	1,1
5/18	1 975,2	56,7	112,5	66,5	19,1	21,1	27,7	50,1	15,7	29,0	2,9	5,7	3,4
5/19	231,1	26,5	36,3	14,0	11,8	10,0	11,2	15,5	6,7	5,3	11,5	15,7	6,1
5/20	197,4	15,8	30,0	17,3	3,3	5,6	8,1	10,0	7,9	5,7	8,0	15,2	8,8
5/21	147,7	8,0	19,1	12,5	3,0	3,0	5,0	8,6	3,2	5,6	5,4	12,9	8,5
5/22	1 400,0	26,4	47,1	27,0	9,9	5,9	16,0	16,0	6,2	10,1	1,9	3,4	1,9
5/23	487,1	32,1	67,4	38,2	7,4	13,4	17,0	30,5	15,5	17,1	6,6	13,8	7,8
5/24	1 488,5	29,9	56,2	32,0	11,7	7,7	18,6	19,6	6,9	11,9	2,0	3,8	2,1
5/27	23 069,2	1 075,9	1 691,1	664,6	513,3	367,2	716,2	609,6	202,9	242,4	4,7	7,3	2,9
5/28	12 206,5	279,7	399,1	163,5	79,5	75,6	106,0	136,2	26,4	60,6	2,3	3,3	1,3
Totalt	**94 957,9**	**4 473,4**	**6 846,2**	**2 874,6**							**4,6**	**7,2**	**3,0**

Tabell VII: 14. Avvikelse i åtgång av enskilda primära varugrupper

Transformationerna $B(I-A)^{-1}$, $BV_{127,33}\ (I-G_{33,127}\,AV_{127,33})^{-1}\ G_{33,127}$ och $BV_{127,13}\ (I-G_{13,127}\,AV_{127,13})^{-1}\ G_{13,127}$.
Differens för enskilda komponenter i R^{19}.
Slutprodukt av enskilda varugrupper i M33 och M13.

Varugrupp	Total åtgång	$\Sigma\|\triangle\|$ M33/ M127	$\Sigma\|\triangle\|$ M13/ M127	$\Sigma\|\triangle\|$ M13/ M33	$\Sigma\|\triangle\|$ i procent av total åtgång M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33
	Miljoner kronor						
098	239,2	14,3	10,2	9,3	6,0	4,3	3,9
201	914,5	64,3	44,0	25,0	7,0	4,8	2,7
202	243,0	35,1	18,7	5,9	14,4	7,7	2,4
203	940,7	114,2	115,9	56,1	12,1	12,3	6,0
1001—1005	178,2	26,9	21,4	5,5	15,1	12,0	3,1
1006—1007	46,2	15,0	12,6	3,8	32,5	27,3	8,2
1008—1011, 1198	1027,7	78,8	58,7	40,8	7,7	5,7	4,0
1012—1063	1 342,2	53,4	49,0	41,8	4,0	3,7	3,1
1064—1070	175,3	8,6	8,8	3,3	4,9	5,0	1,9
1071—1075	79,8	4,9	13,3	10,3	6,1	16,7	12,9
1076—1083	68,1	7,6	13,2	7,5	11,2	19,4	11,0
1084—1096	242,7	21,5	20,7	3,2	8,9	8,5	1,3
1097—1103	525,2	27,9	27,3	18,9	5,3	5,2	3,6
1104—1108	91,7	16,4	13,4	1,9	17,9	14,6	2,1
1109—1116	714,0	64,7	52,1	10,3	9,1	7,3	1,4
301—309	1 428,4	202,1	133,4	27,0	14,1	9,3	1,9
401—403	26 266,2	1 033,3	650,0	267,9	3,9	2,5	1,0
404—406	1 623,1	141,1	108,1	35,0	8,7	6,7	2,2
407, 199	16 201,1	1 051,9	691,7	232,9	6,5	4,3	1,4
Totalt	**52 347,3**	**2 982,0**	**2 062,5**	**806,4**	**5,7**	**3,9**	**1,5**

av den stora samlingen av sådana tal redovisas i fortsättningen enbart sammanfattande uttryck. Som sådant används relationen mellan summan av de absoluta skillnaderna i åtgång och summan av total åtgång enligt M127 för olika slag av slutlig åtgång. Detta tal blir samtidigt genomsnittet av de procentuella avvikelserna för de olika slagen av slutlig åtgång med

Tabell VII: 15. Avvikelse i åtgång av enskilda primära varugrupper

Transformationerna $B(I-A)^{-1}$, $BV_{127,33}\,(I-G_{33,127}\,AV_{127,33})^{-1}\,G_{33,127}$ och $BV_{127,13}\,(I-G_{13,127}\,AV_{127,13})^{-1}\,G_{13,127}$.
Differens för enskilda komponenter i R^{19}.
25 slag av slutlig efterfrågan.

Varugrupp	Total åtgång		$\Sigma\|\triangle\|$			$\Sigma\|\triangle\|$ i procent av total åtgång		
	M127	M33	M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33	M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33
	Miljoner kronor							
098	376,9	374,2	28,0	44,3	22,5	7,4	11,8	6,0
201	1 608,6	1 583,6	96,0	46,7	94,2	6,0	2,9	5,9
202	384,5	389,1	19,6	37,5	23,8	5,1	9,8	6,1
203	1 652,5	1 619,9	80,2	171,8	235,3	4,9	10,4	14,5
1001—1005	330,7	329,7	13,1	15,2	9,3	4,0	4,6	2,8
1006—1007	67,0	69,3	13,6	20,5	12,9	20,3	30,6	18,6
1008—1011, 1198	1 768,2	1 751,4	84,7	175,7	136,7	4,8	9,9	7,8
1012—1063	2 442,1	2 449,3	245,3	299,2	104,5	10,0	12,3	4,3
1064—1070	388,7	388,7	11,2	11,5	6,8	2,9	3,0	1,7
1071—1075	179,4	174,8	9,2	27,4	21,3	5,1	15,3	12,2
1076—1083	124,6	122,6	9,2	34,4	25,9	7,4	27,6	21,1
1084—1096	470,8	476,6	45,9	48,6	7,0	9,7	10,3	1,5
1097—1103	987,3	988,5	9,0	54,3	53,9	0,9	5,5	5,5
1104—1108	176,6	171,4	60,4	65,8	10,3	34,2	37,3	6,0
1109—1116	1 344,2	1 342,1	46,6	55,1	18,0	3,5	4,1	1,3
301—309	2 634,1	2 656,1	106,3	140,6	50,7	4,0	5,3	1,9
401—403	49 573,9	49 024,6	1 523,0	2 560,1	1 057,5	3,1	5,1	2,2
404—406	3 180,0	3 122,1	181,4	402,5	224,8	5,7	12,7	7,2
407, 199	27 267,5	27 923,9	1 890,7	2 635,0	759,2	6,9	9,7	2,7
Totalt	**94 957,6**	**94 957,9**	**4 473,4**	**6 846,2**	**2 874,6**	**4,6**	**7,2**	**3,0**

åtgång enligt M127 som vikter.[1] När det som här gäller enskilda primära varugrupper ger M127 och M13 i allmänhet icke samma resultat, och det

[1] De formella uttrycken är

$$100\,\frac{\Sigma_g \,|\,(BV(I-GAV)^{-1})_k\, G\, i_{dg} - (B(I-A)^{-1})_k\, i_{dg}\,|}{\Sigma_g (B(I-A)^{-1})_k\, i_{dg}} =$$

Tabell VII: 16. Avvikelse i åtgång av enskilda speciella primära varor

Transformationerna $B(I-A)^{-1}$, $BV_{127,33}(I-G_{33,127}AV_{127,33})^{-1}G_{33,127}$ och $BV_{127,13}(I-G_{13,127}AV_{127,13})^{-1}G_{13,127}$.
Slutprodukt av enskilda varugrupper i M33 och M13.

Vara	Total åtgång	$\Sigma\|\triangle\|$			$\Sigma\|\triangle\|$ i procent av total åtgång		
		M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33	M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33
2 201.1 *a*	16 147,4	1 442,5	2 257,4	831,7	8,9	14,0	5,2
2 202.1 *b*	1 179,7	155,7	80,9	67,8	13,2	6,9	5,7
2 203.1 *c*	167,9	8,6	10,3	4,9	5,1	6,1	2,9
2 203.2 *c*	3 099,8	228,2	240,0	211,1	7,4	7,7	6,8
2 301.1 *b*	715,3	89,4	76,2	44,2	12,5	10,7	6,2
2 401.1 *d*	82,7	3,9	3,9	1,8	4,7	4,7	2,2
2 401.2 *d*	80,5	4,8	5,7	4,1	6,0	7,1	5,1
2 401.3 *d*	99,4	6,0	10,3	7,2	6,0	10,4	7,2
2 402.1 *d*	588,5	16,1	40,9	45,1	2,7	6,9	7,7
2 402.2 *d*	126,3	19,4	16,5	5,0	15,4	13,1	4,0
2 402.3 *d*	1 506,2	49,0	96,5	101,5	3,3	6,4	6,7
401 *e*	2 974,2	162,4	209,6	87,8	5,5	7,0	3,0
402 *e*	7 613,6	212,3	309,3	388,5	2,9	4,1	5,1
403 *e*	46,2	6,1	3,7	2,1	13,2	8,0	4,5

a 1 000 kWh, *b* 1 000 ton, *c* 1 000 m³, *d* 1 000 st, *e* mkr.

blir åter aktuellt att välja mellan dem. På samma grunder som tidigare skall då väljas M127.

För varje par av modeller redovisas ett sådant mått dels för slutprodukt av de enskilda varugrupperna, dels för 25 slag av slutlig efterfrågan.

De beräkningar och mått som hittills beskrivits beträffande primära varugrupper omfattar alla 19 olika varugrupper. När det gäller åtgången inom industrin, dvs. inom processerna 6—116 i M127, finns det emellertid möjlighet att göra vissa kompletterande beräkningar. Detta sammanhänger

$$= \frac{\Sigma_g 100 \dfrac{|(BV(I-GAV)^{-1})_k G\,{}^i d^g - (B(I-A)^{-1})_k\,{}^i d^g|}{(B(I-A)^{-1})_k\,{}^i d^g}(B(I-A)^{-1})_k\,{}^i d^g}{\Sigma_g (B(I-A)^{-1})_k\,{}^i d^g}.$$

Tabell VII: 17. Avvikelse i åtgång av enskilda speciella primära varor

Transformationerna $B(I-A)^{-1}$, $BV_{127,33}\,(I-G_{33,127}\,AV_{127,33})^{-1}\,G_{33,127}$ och $BV_{127,13}\,(I-G_{13,127}\,AV_{127,13})^{-1}\,G_{13,127}$.
25 slag av slutlig efterfrågan.

Vara	Total åtgång		$\Sigma\lvert\triangle\rvert$			$\Sigma\lvert\triangle\rvert$ i procent av total åtgång		
	M127	M33	M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33	M33/ M127	M13/ M127	M13/ M33
2 201.1 *a*	24 010,8	23 770,7	861,4	5 121,7	4 779,7	3,4	21,3	20,1
2 201.1 *b*	1 765,7	2 455,7	145,2	234,7	120,4	8,2	13,3	4,9
2 203.1 *c*	307,1	362,8	21,5	14,8	4,7	7,0	4,8	1,3
2 203.2 *c*	5 116,6	5 037,0	446,4	701,5	596,5	8,7	13,7	11,8
2 301.1 *b*	1 288,7	1 364,0	118,1	119,3	71,4	9,2	9,3	5,2
2 401.1 *d*	144,7	161,1	3,9	17,0	5,7	2,7	11,7	35,
2 401.2 *d*	144,9	146,3	5,3	18,3	15,2	3,7	12,6	10,4
2 401.3 *d*	186,0	186,8	9,1	33,5	29,4	4,9	18,0	15,7
2 402.1 *d*	1 040,9	1 017,2	27,1	79,7	60,7	2,6	7,6	6,0
2 402.2 *d*	234,1	256,0	25,2	26,7	10,7	10,8	11,4	4,2
2 402.3 *d*	2 687,1	2 626,6	75,0	209,4	162,4	2,8	7,8	6,2
401 *e*	5 258,7	5 272,5	120,0	368,8	326,5	2,3	7,0	6,2
402 *e*	13 416,0	13 447,8	267,4	773,6	613,8	2,0	5,8	4,6
403 *e*	87,1	86,5	28,1	17,0	7,1	32,2	19,5	8,2

a 1 000 kWh, *b* 1 000 ton, *c* 1 000 m^3, *d* 1 000 st, *e* mkr.

med att det för vissa primära varugrupper finns input-tal för enskilda varor eller mindre samlingar av varor om den kvantitativa åtgången inom industrin. Ifrågavarande varor finns uppräknade i samband med förteckningen över varugrupper i M127 i kapitel VI. Dessutom gäller för varugrupperna 401—403, olika slag av arbete, att åtgången är specificerad till var och en av de tre grupperna endast för industrin, varför den för produktionssystemet som helhet endast kan beräknas till det totala värdet av de tre grupperna. Som komplement till de tidigare beskrivna beräkningarna redovisas också beräkningar av åtgången av dessa nu nämnda 14 varor eller varugrupper. När det gäller sammanfattande uttryck för dessa varor anges endast avvikelserna för varje vara eller varugrupp för sig. Något mått som motsvarar avstånd i R^{13} eller R^{19} är däremot ej aktuellt.

D. ALLMÄNNA EGENSKAPER HOS AVVIKELSERNA

I detta avsnitt skall avvikelserna studeras något närmare. Vi skall därvid huvudsakligen utgå från de relativa mått på avstånd i olika vektorrum som har redovisats i tidigare två avsnitt. Eftersom dessa avstånd är beräknade för en tämligen stor samling av slutlig åtgång behövs något sammanfattande uttryck för var och en av modellerna. Vi får sådana genom att ta genomsnitt av de relativa avstånden. Det är emellertid icke utan vidare klart hur sådana genomsnitt bör beräknas, eftersom vikterna kan väljas på olika sätt. Då inget viktsystem synes ha obetingat företräde framför andra, skall vi utföra beräkningar med tre olika.[1] De är följande:

(a) Avståndet för varje slag av slutlig åtgång tilldelas vikten 1. Detta skall betecknas som *ovägt genomsnitt*.

(b) Avståndet för varje slag av slutlig åtgång vägs med tal för den indirekta åtgång som svarar mot lika stor total mängd slutlig åtgång. Jämfört med alternativ (a) innebär detta att större vikt ges åt sådan slutlig åtgång som fordrar relativt stor mängd indirekt åtgång. För primära varugrupper ger (a) och (b) samma resultat, eftersom alla slag av slutlig åtgång fordrar lika stor indirekt åtgång (dvs. åtgång inom produktionssystemet). Detta skall betecknas *genomsnitt för indirekt åtgång*.

(c) Avståndet för varje slag av slutlig åtgång vägs med tal för indirekt åtgång 1957. Jämfört med alternativ (b) innebär detta att större vikt ges åt sådan slutlig åtgång som hade relativt stor mängd 1957. Detta skall betecknas *genomsnitt för 1957*.

Man får då de tal som återfinns i tabell VII: 18.

Vi kan först jämföra de olika genomsnitten. Man finner då att det ovägda genomsnittet ger högre tal än genomsnittet för indirekt åtgång (bortsett från primära varugrupper där talen alltid blir lika). Detta innebär att sådan slutlig åtgång som drar större mängd indirekt åtgång i genom-

[1] Exakt samma vägningsproblem föreligger för redovisningen av den komponentvisa avvikelsen i avsnitt C. Vi har där nöjt oss med en enda form, och då valt det som beräkningstekniskt låg närmast till hands, nämligen det som motsvarar (c) ovan. Såsom framgår av det följande torde detta innebära en underskattning av avvikelsernas storlek i förhållande till redovisningssätt motsvarande (a) och (b).

Tabell VII: 18. Genomsnittliga relativa avstånd

		M33/ M127 R^{33}	M33/ M127 R^{13}	M13/ M127	M13/ M33
		Procent			
(a) *Ovägt genomsnitt*					
Slutprodukt	Producerade varugrupper	13,5	9,4	12,7	4,8
	Primära varugrupper	6,1	5,8	6,0	1,5
Slutlig	Producerade varugrupper	11,6	8,9	14,8	9,8
efterfrågan	Primära varugrupper	6,0	—	8,5	4,4
(b) *Genomsnitt för indirekt åtgång*					
Slutprodukt	Producerade varugrupper	12,7	8,6	10,9	3,5
	Primära varugrupper	6,1	5,8	6,0	1,5
Slutlig	Producerade varugrupper	11,1	8,5	13,8	9,3
efterfrågan	Primära varugrupper	6,0	—	8,5	4,4
(c) *Genomsnitt för 1957*					
Slutprodukt	Producerade varugrupper	10,2	4,9	7,4	4,0
	Primära varugrupper	5,7	3,6	3,9	1,5
Slutlig	Producerade varugrupper	6,1	4,2	9,4	6,9
efterfrågan	Primära varugrupper	4,6	—	7,2	3,0

Anm.: R^{33} och R^{13} innebär att beräkningarna för M33 avser slutprodukt och avstånd i R^{33} respektive R^{13}.

snitt visar mindre relativt avstånd än sådan slutlig åtgång som drar mindre indirekt åtgång. Det är svårt att finna något skäl för att detta skulle höra samman med aggregationen på ett mera systematiskt sätt.

Genomsnittet för indirekt åtgång i sin tur visar, med ett enda undantag, större tal än genomsnittet för 1957. Undantag är slutprodukt för M13/M33, där talet för producerade varugrupper är mindre och talet för primära varugrupper är lika. Det innebär också att genomsnittet för 1957 visar lägre tal än det ovägda genomsnittet utom för slutprodukt, M13/M33, primära varugrupper, där det är lika. Till detta faktum kan ges en rimlig förklaring. Helt allmänt gäller ju vid inkonsistent aggregation att den relativa sammansättningen av slutlig åtgång för en given beräkning är en av de faktorer som bestämmer avvikelsernas storlek. Ju mera denna relativa sammansättning överensstämmer med sammansättningen hos den totala slutliga åtgången under basåret, desto mindre kommer avvikelsen att bli. I genomsnittet för 1957 läggs stor vikt vid sådan slutlig åtgång som hade relativt stor omfattning 1957. Ju större denna omfattning var, desto mera bestämde den sammansättningen hos den totala slutliga åtgången och desto större kommer likheten i genomsnitt att bli. Det är således alldeles vad som kan väntas att genomsnittet för 1957 visar de minsta talen.

En annan sak som man lägger märke till är att sammanställningen M33/M127 visar större avvikelser för slutprodukt än för slutlig efterfrågan medan motsatta förhållandet gäller för sammanställningarna M13/M127 och M13/M33. Detta kan möjligen synas överraskande, men förklaringen ligger troligen i att aggregationen berör inte bara den egentliga modellen utan även de tal för slutlig åtgång för vilka avvikelserna är beräknade, och att den därvid har olika effekt för slutprodukt och för slutlig efterfrågan.

Vi har alldeles nyss påpekat det faktum att ju mera den relativa sammansättningen hos slutlig åtgång för en beräkning överensstämmer med sammansättningen hos den totala slutliga åtgången under basåret, desto mindre kommer avvikelserna att bli. När det gäller beräkningarna för slutprodukt är denna sammansättning exakt densamma för *en* aggregerad varugrupp i varje beräkning, medan slutlig åtgång är noll för samtliga övriga varugrupper. Ju färre varugrupper modellen innehåller, desto större andel av den totala slutliga åtgången utgör i allmänhet slutprodukten av den varugrupp för vilken likhet gäller, och desto större likhet — från den här relevanta synpunkten — kommer att råda mellan relativa sammansättningen hos den slutliga åtgång för vilken beräkningen utförs och sammansättningen hos den totala slutliga åtgången under basåret. I de här aktuella fallen gäller att slutprodukt av de enskilda varugrupperna i M13 i allmänhet avser flera av varugrupperna i M127 och därmed också större total mängd för vilken sammansättningen är densamma som under basåret än slutprodukt av de enskilda varugrupperna i M33.

För slutlig efterfrågan är förhållandet ett annat. Här gäller att slutlig åtgång för ett visst slag av slutlig efterfrågan avser samma varugrupper i M127 och samma totala mängd oavsett för vilken modell beräkningen sker. Ursprungligen är varje slutlig åtgång specificerad till varugrupper i M127 och i denna specifikation appliceras den naturligtvis vid beräkningen med M127. Genom aggregationen kommer varje slutlig åtgång att uttryckas med lägre grad av specifikation, till 33 varugrupper vid beräkning med M33 och till 13 varugrupper vid beräkning med M13. Det innebär bl.a. att ingen hänsyn tas till den specifika fördelningen mellan sådana varugrupper i M127 som aggregerats till en varugrupp i M33 eller M13. För varje aggregerad varugrupp kommer fördelningen i princip att vara densamma för alla slag av slutlig efterfrågan. Eventuella skillnader i denna fördelning kommer att påverka de beräkningar som utförs med M127 men däremot ej de som utförs med M33 och M13. Ju längre aggregationen går, desto större effekt får detta »nivellerande» element, och desto större kommer skillnaderna att bli mellan de beräkningar som utförs med den ursprungliga modellen och med de aggregerade modellerna.

Det finns således inslag i aggregationen som verkar olika på de avvikelser som beräknas för slutprodukt av enskilda varugrupper och de som beräknas för slutlig efterfrågan av olika slag. Drivs aggregationen tillräckligt långt kommer avvikelserna att minska för de förra och öka för de senare. Det synes som om övergången från M33 till M13 just innebär att detta inträffar.

Dessa förhållanden ger grund för en annan slutsats beträffande relevansen av att studera enbart inversen $(I-GAV)^{-1}$, vilket ju är ekvivalent med våra beräkningar för slutprodukt. Om man utgår från att sådana förändringar i slutlig åtgång som representeras av de 25 slagen av observerad slutlig efterfrågan 1957 är mer relevanta än sådana som representeras av slutprodukten av enskilda aggregerade varugrupper 1957, så ger ett studium av enbart inversen en överskattning av aggregationens betydelse för M33 och en underskattning för M13. Samma sak gäller troligen allmänt för aggregationer som går olika långt. Detta sammanhänger, såsom framgått av den nyss förda diskussionen, med att eventuella skillnader i den relativa sammansättningen hos slutlig efterfrågan för olika ändamål försvinner genom aggregationen.

En annan fråga av intresse är vilken av modellerna M33 och M13 som visar största avvikelsen från M127. A priori kan ingenting sägas därom. Den fortsatta aggregationen från M33 till M13 medför ju två olika effekter beträffande avvikelserna: Å ena sidan en ökning genom sammanvägningen av processerna, å andra sidan en minskning genom sammanläggningen av varugrupperna. Svaret på frågan erhålls genom studium av kolumnerna 1 och 3 i tabellen. Som synes är det icke entydigt. För slutprodukt är avvikelserna större mellan M33 och M127 än mellan M13 och M127, medan motsatta förhållandet gäller för slutlig efterfrågan. Detta gäller för både producerade och primära varugrupper i alla tre genomsnitten. Det är uppenbarligen aggregationens nyss diskuterade effekter via slutprodukt och via slutlig efterfrågan som åter är aktuella. Frågan om hur man vill bedöma de båda modellerna i förhållande till den ursprungliga blir då beroende av vilket slag av slutlig åtgång som skall anses mest relevant. Det är emellertid av intresse att konstatera att för slutlig efterfrågan, som vi bedömer som mest relevant, förmår den minskade specifikationen hos M13 icke att uppväga de fel gentemot M127 som uppstår genom sammanvägningen av processerna.

Det är också av intresse att jämföra avvikelserna för de båda modellerna vid samma specifikationsgrad. En sådan jämförelse är möjlig endast om resultaten från de båda modellerna specificeras till R^{13} eller mindre. I kolumn 2 i tabellen anges resultaten för sammanställningen M33/M127 med specifikation till R^{13} och R^{19}, vilket innebär att samma specifikationsgrad gäller som för M13/M127. Talen för slutprodukt avser samma slutliga åtgång som använts för M13/M127, nämligen slutprodukt 1957 av de enskilda varugrupperna i M13. I förhållande till de tidigare talen för M33/M127 sker då en minskning av två skäl. Det ena är genom den minskade specifikationen, som påverkar avvikelsen för producerade varugrupper. Det andra är genom andra tal för slutprodukt, som påverkar avvikelsen för båda slagen av varugrupper. Man ser genom en jämförelse med kolumn 3 att M33 nu visar en betydligt mindre avvikelse gentemot M127 än vad M13 gör. För producerade varugrupper, för vilka den minskade specifikationen verkar, är avvikelsen för M33 enligt alternativ (c) endast 66 % av avvikelsen för M13, medan motsvarande relation tidigare var 138 %. För slutlig efterfrågan finns endast ett nytt tal, nämligen för producerade varugrupper. Detta är beräknat för samma specifikation av slutlig åtgång som talen i kolumn 1. Minskningen beror således endast på den minskade specifikationen. Redan tidigare hade här M33 mindre avvikelse än M13. Skillnaden blir nu ännu större. Uttryckt i procent för alternativ (c) minskar den från 65 till 45 %. Dessa jämförelser visar att aggregationen från M33 till M13 för in relativt stora felkällor om M127 väljs som jämförelsegrund.

Man lägger vidare märke till att avvikelserna i samtliga fall är större för producerade varugrupper än för primära. Eftersom sammanvägningen av processerna är densamma för båda slagen av varugrupper, måste detta innebära att input-strukturen är mera olik beträffande producerade varugrupper än beträffande primära. Detta skulle innebära att aggregationen betyder mindre för primära varugrupper än för producerade.

Nu beror avvikelsernas storlek även på den specifikation av varugrupperna som används. I motsats till vad som gäller för de producerade varugrupperna finns det för de primära varugrupperna inget bestämt samband mellan aggregation och specifikationsgrad, utan denna kan i viss utsträckning väljas godtyckligt. Det finns därför anledning att se något närmare på den specifikation av de primära varugrupperna som förekommer i modellerna.

Bland de primära varugrupperna dominerar 401—403, arbete. Genomsnittligt svarar arbete för ungefär hälften av den totala åtgången.[1] Beräknar man ett genomsnitt för 1957 för primära varugrupper exklusive 401—403 erhålls de tal som finns i tabell VII: 19.

Tabell VII: 19. Genomsnittliga avvikelser för åtgång av primära varugrupper exklusive arbete

	M33/M127	M13/M127	M13/M33
		Procent	
Slutprodukt	7,5	5,4	2,1
Slutlig efterfrågan	6,5	9,4	4,0

[1] Denna relation växlar dock mellan olika varugrupper. I *The Production System of the Swedish Economy* finns en beskrivning härav. För de 20 varugrupper som hade största åtgången låg relationen mellan 87 och 55 %, och för de 20 varugrupper som hade minsta åtgången låg relationen mellan 35 och 3 % (det sista talet var exceptionellt lågt, närmast högre var 16 %) (se Table VI: 7, s. 97). För olika slag av slutlig efterfrågan 1957 var skillnaderna betydligt mindre. Statlig civil verksamhet hade högsta andelen med 60 % och export minsta med 41 % (se t.ex. Table VII: 8, s. 116).

De tre kolumnerna motsvarar kolumnerna 1, 3 och 4 för alternativ (c) i tabell VII: 18. För kolumn 2 finns ingen motsvarighet. För slutprodukt är fortfarande avvikelserna mindre för primära varor än för producerade, men skillnaderna har minskat. För slutlig efterfrågan, däremot, kvarstår den gamla skillnaden endast för M13/M33.

Gruppen 401—403 innefattar alla slag av arbete. De nyss angivna talen kan då dölja variationer mellan olika processer beträffande det särskilda slag av arbete som är aktuellt. Det vore därför av intresse att dela upp åtgången av arbete på olika slag. Grunden för en sådan uppdelning borde vara möjligheten till överflyttning mellan processerna. En typ av arbete som endast kan sysselsättas inom en bestämd samling processer borde således betraktas som en särskild varugrupp.

Beträffande våra tre modeller finns möjlighet att göra en viss uppdelning av åtgången av arbete inom industrin (grupperna 6—116 av M127). Det gäller den åtgång för vilken avvikelserna för enskilda varor eller samlingar av varor finns redovisad i tabellerna VII: 16 och VII: 17. I tabell VII: 20 återges tre olika genomsnitt av dessa tal. Ett genomsnitt avser en uppdelning på de enskilda grupperna 401, 402 och 403, tjänstemän, arbetare respektive hemarbetare. Ett annat genomsnitt avser 2401.1, 2401.2 och 2401.3, antalet tjänstemän av olika slag. Ett tredje genomsnitt avser 2402.1 och 2402.2, antalet manliga och kvinnliga arbetare. Samtliga genomsnitt är beräknade för slutlig åtgång 1957 och motsvarar således alternativ (c).

För samtliga fall utom 401—403 för M33/M127 medför uppdelningen en ökning i avvikelsernas storlek. I vissa fall är denna ökning flerfaldig. Det ligger en viss osäkerhet i talen i denna tabell emedan första raden avser åtgången inom hela produktionssystemet medan övriga rader avser åtgången inom enbart industrin. En del av skillnaden skulle kunna bero härpå, närmare bestämt på att avvikelserna beträffande åtgången av arbete skulle vara större för industrin än för produktionssystemet som helhet. Talen för 401—403 för M33/M127 tyder emellertid på att så ej är fallet. Den ökade specifikationen och begränsningen till industrin medför här en minskad genomsnittlig avvikelse. Nu kan den ökade specifikationen i och för sig ej medföra en minskning i avvikelsen. Sannolikt medför den en ökning. Den minskade avvikelsen måste då bero på begränsningen till in-

Tabell VII: 20. **Genomsnittliga avvikelser för åtgång av arbete**

	M33/M127		M13/M127		M13/M33	
	SP	SE	SP	SE	SP	SE
			Procent			
401—403 sammanlagt för hela produktionssystemet	3,9	3,1	2,5	5,1	1,0	2,2
401—403 var för sig för industrin	3,6	2,2	4,9	6,2	4,5	5,0
2401.1—2401.3 var för sig för industrin	5,6	3,8	7,6	14,5	5,0	10,2
2402.1—2402.2 var för sig för industrin	5,0	4,1	8,0	8,3	7,0	5,6

Anm.: SP=slutprodukt, SE=slutlig efterfrågan.

dustrin. Därav kan man våga den slutsatsen att de ökningar i avvikelsetalen som kan erhållas från tabellen icke innebär någon överskattning. Resultatet tyder på att en uppdelning av arbetskraften på olika typer, som från flera synpunkter är önskvärd, skulle leda till större avvikelser mellan de olika modellerna.[1]

Sammanfattningsvis kan sägas att med den uppdelning av primära varugrupper som finns här, och som kan betraktas som tämligen normal vad gäller arbetskraft, betyder aggregationen mindre för primära varugrupper än för producerade. Denna skillnad minskar dock om en ytterligare specifikation av abetskraft genomförs.

Samtliga tal som diskuterats i detta avsnitt är genomsnitt som döljer eventuella variationer bland sina komponenter, och som dessutom kan beräknas på olika sätt. Avslutningsvis skall vi därför ställa samman en tabell som ger en översiktlig bild över spridningen. Tabell VII: 21 visar hur de relativa avståndsmåtten fördelar sig på olika storleksklasser. Man ser att de enskilda slagen av slutlig åtgång kan skilja sig väsentligt från de tidigare angivna genomsnitten. Detta är naturligtvis viktigt. Varje slag av slutlig åtgång har intresse, i varje fall när det gäller slutlig efterfrågan, och särskilt som genomsnitten kan beräknas på olika sätt. Vi avstår från ytterligare

[1] Den kan ej leda till mindre.

Tabell VII: 21. Fördelning av relativa avstånd på storleksgrupper

Procent	M33/M127 (R^{33})		M33/M127 (R^{13})		M13/M127		M13/M33	
	SP	SE	SP	SE	SP	SE	SP	SE
				Antal				
1. Producerade varugrupper								
0— 4,9	6	3	6	9	4	—	9	9
5,0— 9,9	8	9	4	5	2	11	2	6
10,0—14,9	7	7	—	9	4	8	2	4
15,0—19,9	5	4	1	1	1	—	—	3
20,0—24,9	3	1	1	—	—	3	—	2
25,0—	4	1	1	1	2	3	—	1
2. Primära varugrupper								
0— 4,9	19	10	8	—	8	7	13	17
5,0— 9,9	7	12	2	—	2	10	—	7
10,0—14,9	3	2	2	—	2	5	—	1
15,0—19,9	3	1	—	—	—	2	—	—
20,0—24,9	1	—	1	—	1	—	—	—
25,0—	—	—	—	—	—	1	—	—

Anm.: SP=slutprodukt, SE=slutlig efterfrågan. R^{13} i andra kolumnen anger att resultaten för M33 specificerats till R^{13}.

kommentarer. Inte heller skall vi sammanställa en motsvarande tabell för den komponentvisa avvikelsen. Hur de enskilda talen varierar framgår ju tämligen lätt direkt ur tabellerna i de två tidigare avsnitten.

KAPITEL VIII

Observerade relationer

A. INLEDNING

De tabeller och särskilda tal som redovisats i föregående kapitel ger upplysningar om hur resultaten avviker då de olika modellerna används för beräkningar. Vi har försökt att ge mått på avvikelsernas storlek, och vi har jämfört avvikelserna för olika modeller. Men den frågan återstår naturligtvis vilken vikt som skall läggas vid en avvikelse av en given storlek och hur stora avvikelser som kan tillåtas.

Betydelsen av en given avvikelse blir beroende av det problem som avses att studeras och kan därför växla från fall till fall och bedömningen huruvida en given avvikelse kan accepteras eller ej måste därför i sista hand göras av den som avser att använda modellen. Det skulle därför ligga en viss rimlighet att stanna med ovannämnda redogörelse. Frestelsen därtill är så mycket större som de nyss ställda frågorna är mycket vanskliga att besvara. Emellertid synes det vara möjligt att ge några synpunkter på problemet.

Den synpunkt som legat till grund för hela undersökningen om konsistensen hos en aggregation har varit huruvida en aggregerad modell kan ersätta en annan modell vid härledningen av vissa bestämda relationer mellan slutprodukt, totalproduktion och åtgång av primära varor. Vid en konsistent aggregation kan detta ske utan att något fel uppstår. En sådan aggregation är naturligtvis acceptabel, förutsatt att ifrågavarande specifikationsgrad är acceptabel.[1] Men en aggregation kan vara acceptabel utan att dessa stränga

[1] Det som här kallas konsistent aggregation har i litteraturen stundom kallats en »acceptabel» aggregation. Denna term har här undvikits, eftersom man i praktiken uppenbarligen använder aggregerade modeller som icke uppfyller kravet på konsistens och således kan sägas acceptera aggregationen.

villkor är uppfyllda. Förutsättningen är då att felen är små vid någon relevant bedömningsgrund.

En jämförelsegrund av största intresse vore avvikelserna mellan de relationer som erhålls från modellerna och observerade relationer. En sådan jämförelse skulle anknyta till den nyss angivna grundläggande synpunkten vid diskussionen av aggregationen. En aggregation med en avvikelse mellan två modeller som är liten i förhållande till avvikelserna gentemot observerade relationer skulle ju innebära att man utan större olägenhet kan ersätta den ursprungliga modellen med den aggregerade, och en sådan aggregation skulle då betraktas som acceptabel. Är å andra sidan avvikelserna mellan modellerna stora i förhållande till avvikelserna mellan någon av modellerna och observerade relationer får man det motsatta förhållandet. En sådan aggregation är ej acceptabel. Så långt synes allt vara invändningsfritt. Men även här uppstår naturligtvis en svårighet när det gäller att tolka resultaten från en jämförelse.

I nästa avsnitt skall redogöras för en test av en input-output-modell gentemot observerade relationer mellan slutprodukt och totalproduktion. Från denna test erhålls tal för avvikelser med samma innebörd som dem vi redovisat i kapitel VII, och vi kan därför göra en jämförelse av storleken i de båda fallen.

B. RELATIONER MELLAN SLUTPRODUKT OCH TOTALPRODUKTION

För att genomföra en jämförelse av det slag som angivits i föregående avsnitt fordras en observerad relation med vilken motsvarande beräknade relationer från input-output-modellen kan jämföras. Denna observerade relation borde helst avse samma ekonomiska system som modellen. Tyvärr finns inga dylika observationer för Sverige av sådan art att de kan utnyttjas, och någon empirisk prövning har icke heller skett beträffande de särskilda modeller som diskuteras i denna bok. Det som man här är ute efter, nämligen en uppfattning om avvikelsernas storleksordning, synes emellertid kunna uppnås även med tester av andra input-output-modeller och andra ekonomiska system.

En rad av sådana tester har utförts. Det finns ingen anledning att här närmare gå in på dem, utan det är tillräckligt att välja ut en som är lämplig för våra behov, dvs. en test som ger tal med vilka våra kan jämföras. En bland de mest ambitiösa testen synes vara den som utförts vid Princeton University av Michio Hatanaka.[1]

Hatanaka behandlar input-output-modellen för USA med 1947 som basår, och utgår från versionen med 190 producerande sektorer. Han följer de allmänna linjer för test som brukas. Slutprodukt och totalproduktion observeras för en serie år och denna observerade relation sammanställs med motsvarande relation som erhålls ur modellen. Modellen omarbetas emellertid, och därjämte omfattar jämförelsen mellan de båda relationerna icke samtliga varugrupper.

Den ursprungliga modellen aggregeras till 64 producerande sektorer. Nr 1—30 omfattar jordbruk, skogsbruk och industri, nr 31—38 transport och servicenäringar och nr 39—64 byggnads- och anläggningsverksamhet. Mot varje sektor svarar en härledd process och en producerad varugrupp i vår terminologi. För varje år som testen omfattar observeras slutlig åtgång av varugrupperna 1—30 och totalproduktionen av samtliga 64 varugrupper. De senare utgör samtidigt aktivitetsnivåer för motsvarande härledda processer. Med hjälp av dessa aktivitetsnivåer för processerna 31—64 och modellens input-koefficienter beräknas åtgång av varugrupperna 1—30 för produktion av varugrupperna 31—64.[2] Därmed har man åtgång av varugrupperna 1—30 för alla andra ändamål än som insats inom processerna 1—30. Med utgångspunkt i denna åtgång och modellens input-koefficienter beräknas aktivitetsnivåerna för de 30 första processerna. De erhållna talen utgör samtidigt totalproduktion för varugrupperna 1—30. Dessa beräknade

---

[1] För en redogörelse för olika tester av input-output-modeller se exempelvis H. B. Chenery & P. G. Clark, a.a., Ch. 6. Hatanakas test finns beskriven i Michio Hatanaka, *Testing the Workability of Input-Output Analysis,* Technical Report, Economics Research Project, Princeton University, 1957 (stencil). Hatanaka har sedan arbetat vidare med samma problem och publicerat resultaten i M. Hatanaka, *The Workability of Input-Output Analysis*. Ludwigshafen am Rhein. Fachverlag für Wirtschaftstheorie und Ökonometrie, 1960. (Denna skrift har varit omöjlig att anskaffa.)

[2] Ett undantag göres för åtgång av energi av olika slag inom transport och servicenäringar. Här användes observerad åtgång i stället för beräknad.

produktionstal jämförs med de observerade. Alla mått på avvikelsens storlek hänför sig sålunda enbart till varugrupperna 1—30.[1]

Testen utfördes för två olika perioder, en långsiktig omfattande åren 1937—40 och en kortsiktig omfattande åren 1946—50 (naturligtvis med utelämnande av basåret 1947). För var och en av de två perioderna beräknades olika mått på avvikelserna. Ett kallades »Euclidian measure» och anger, såsom namnet antyder, kvadratroten ur summan av kvadraten på avvikelsen för enskilda varugrupper. Det andra kallades »the weighted mean of absolute percentage errors», och det är det som har intresse här. Det motsvarar nämligen de mått som redovisats i föregående kapitel. Det är genomsnittet av den absoluta avvikelsen i totalproduktion av varje varugrupp i procent av indirekt åtgång av varugruppen, varvid den indirekta åtgången använts som vikter. Annorlunda uttryckt är det den sammanlagda absoluta avvikelsen uttryckt i procent av den sammanlagda indirekta åtgången. Ett tredje alternativ beräknas också. Det är samma som det andra med skillnaden att indirekt åtgång ersatts av totalproduktion. Några resultat för de särskilda åren redovisas ej utan endast genomsnitt för de två perioder testen avser. Som vikter används även då indirekt åtgång alternativt totalproduktion.

Resultatet för perioden 1946, 1948—50 sammanfattas alltså i ett mått för den genomsnittliga avvikelsen av indirekt åtgång. Följande tal erhålls:[2]

Samtliga varugrupper	9,5—10,1 %
Samtliga varugrupper exklusive jordbruk	8,2— 9,1 %

Förutom dessa tal för samtliga varugrupper beräknades avvikelsen för varje särskild varugrupp som ett genomsnitt för perioden. Även här är det den procentuella avvikelsen av indirekt åtgång sammanvägd med den to-

[1] Skälet till dessa modifikationer av modellen är att författaren vill »delete from the input-output matrix all the input coefficients whose constancy has been particularly controversial in order to set up a model which would be the most favorable to the hypothesis of constant coefficients of production.» M. Hatanaka, a.a., s. 8.

[2] M. Hatanaka, a.a., Table 7, s. 61. Hypotesen om konstanta input-koefficienter betraktades som särskilt osäker för jordbruket på grund av växlande väderleksförhållanden, varför en särskild beräkning gjordes exklusive jordbruket. På grund av osäkerheten beträffande vissa militära utgifter kunde icke alla avvikelser beräknas exakt.

tala indirekta åtgången som vikter. Det är således tal som exakt motsvarar dem som vi har beräknat för den komponentvisa avvikelsen. Här erhölls följande tal:[1]

Tabell VIII: 1. Genomsnittlig procentuell avvikelse i indirekt åtgång USA 1946—1950

Varugrupp	
1 Agriculture	14,7
2 Food Processing	19,4
3 Tobacco Manufacture	12,0
4 Textile Mill Products	7,2
5 Apparel	25,3
6 Lumber and Wood Products	4,8
7 Furnitures and Fixtures	6,1
8 Paper and Allied Products	5,8— 5,3
9 Printing and Publishing	10,0— 9,7
10 Chemicals and Allied Products	10,9
11 Crude Petroleum and Natural Gas	5,7— 5,5
12 Petroleum Products	7,1— 6,8
13 Coke and By-Products	8,5
14 Paving and Roofing Materials	26,7
15 Rubber Products	8,2— 7,4
16 Leather and Leather Products	11,3
17 Stone, Clay, and Glass Products	3,1
18 Iron Mining, Blast Furnace, Stell Works, and Rolling Mills	8,2— 6,3
19 Nonferrous Metals and Products	8,8— 5,3
20 Fabricated Metal Products	6,9— 5,1
21 Non-electrical Machinery	8,9— 7,6
22 Electrical Machinery	8,7— 6,1
23 Motor Vehicles	14,7—14,3
24 Aircrafts and Parts	—
25 Ships, Boats, and Other Transportation Equipment	—
26 Ordnance	—
27 Other Manufacturing	11,4— 9,6
28 Coal Mining	17,3
29 Electric Light and Power	3,4— 2,4
30 Natural, Manufactured and Mixed Gas	8,9— 7,9

[1] M. Hatanaka, a.a., Table 4, s. 55. För varugrupperna 24—26 fanns ej tillräckliga data. På grund av osäkerhet beträffande vissa militära utgifter kunde icke alla avvikelser beräknas exakt.

Dessa tal från Hatanakas arbete och de tal som redovisats i kapitel VII har samma innebörd och vi kan därför sammanställa dem för en jämförelse av avvikelserna.

Våra tal avser olika modeller och olika slag av slutlig åtgång. För jämförelsen skall väljas de tal som närmast svarar mot Hatanakas. Vad beträffar modell är det M33. Hatanaka har från början en modell som aggregerats till 64 sektorer. I denna utnyttjas emellertid input-koefficienter för enbart 30 varugrupper så att modellen verkar fullständigt endast på dessa. Som slutlig åtgång använder Hatanaka den totala slutliga efterfrågan under de enskilda åren. Detta motsvarar närmast våra tal för slutlig efterfrågan av olika slag 1957. Det är sannolikt att våra tal för slutlig efterfrågan varierar mer än Hatanakas.

När det gäller de faktorer som framkallar avvikelserna finns det en skillnad. I våra beräkningar beror avvikelserna enbart på aggregationen från M127 till M33. Även i undersökningen av den amerikanska modellen är fel på grund av aggregation aktuella, nämligen i den meningen att den testade modellen måste uppfattas såsom erhållen från en annan mindre aggregerad modell. Men därjämte tillkommer andra felkällor, bland vilka kan nämnas förändringar i produktionsteknik, svårigheten att ta hänsyn till prisändringar på ett korrekt sätt[1] och fel i observationerna.

Det är därför så att de avvikelser som framkommit vid våra beräkningar beror endast på aggregationen, medan de avvikelser som konstaterats i den amerikanska undersökningen, liksom avvikelserna i alla sådana fall då modellen prövas mot empiriska data, beror på en aggregation och dessutom på andra faktorer.

Den intressanta frågan är nu om sådana fel som uppstår genom den i praktiken alltid ofrånkomliga aggregationen ofta är så stora att de skulle kunna förklara en väsentlig del av sådana avvikelser som konstateras mellan modell och observationer. Talen i de båda undersökningarna skall användas för att belysa detta. Vi ser först på de relativa avstånden. För den

[1] Detta problem uppkommer genom att varumängder och aktivitetsnivåer är angivna i värdeenheter. För de fem åren 1946—1950 var levnadskostnadsindex för USA: 88, 100, 108, 107, 108; partiprisindex: 80, 100, 109, 102, 106. (Statistisk årsbok 1951.)

amerikanska undersökningen var de övre gränserna 10,1 och 9,1 i de båda fallen med och utan jordbruk.[1]

Av de 25 slag av slutlig efterfrågan för vilka vi studerat avvikelsen låg 12 under och 13 över båda dessa tal.[2] Nästan exakt hälften av de 25 slagen av slutlig efterfrågan visade alltså en avvikelse som var större än den Hatanaka erhöll gentemot observerade relationer.

Vi har också beräknat tre genomsnitt för de relativa avstånden. Av dessa bör i detta sammanhang väljas ett sådant för vilket indirekt åtgång använts som vikter, således alternativ (b) eller (c) i tabell VII: 18. Vilket av dessa båda som bör väljas hänger delvis på hur stora variationerna i slutlig efterfrågan var för perioden 1946, 1948—1950. Detta framgår icke av framställningen, men det ligger nära till hands att anta att de var mindre än de särskilda slag av slutlig efterfrågan som använts i våra beräkningar, vilket talar för alternativ (c). Detta genomsnitt var 6,1 %. Detta utgör 74 % av det lägsta tal och 60 % av det högsta tal Hatanaka anger. Vårt genomsnitt för alternativ (b) var 11,1 %.

Av dessa jämförelser måste den slutsatsen dras, att sådana fel som uppstår genom den i praktiken ofrånkomliga aggregationen kan vara av den storleksordningen att de förklarar en väsentlig del av sådana avvikelser som konstateras mellan modell och observationer.

Talen i tabell VIII: 1 motsvarar de tal som finns redovisade i tabell VII: 7 och för varugrupperna 201—203 i tabell VII: 15. De anger avvikelserna för de enskilda varugrupperna. Det är tämligen lätt att för de flesta varugrupperna ange den ungefärliga motsvarigheten inom de båda modellerna. Vi skall icke uppehålla oss vid dessa tal, eftersom de icke motsäger ovan angivna resultat och icke synes ge mycket utöver de redan behandlade genomsnitten. Det skall endast konstateras, att spridningen synes

[1] Hatanaka beräknar två relativa mått på avståndet, ett med och ett utan jordbruk. Skälet för att utesluta jordbruket var att växlande väderleksförhållanden antogs göra jordbrukets input-koefficienter särskilt osäkra. För våra beräkningar föreligger naturligtvis inga sådana osäkerhetsfaktorer, eftersom de alla avser samma år. Detta skulle möjligen tala för att Hatanakas tal exklusive jordbruk ligger närmast till hands vid en jämförelse. Å andra sidan säges ingenting om den betydelse dessa speciella omständigheter hade åren 1946, 1948—1950. Det är därför tveksamt vilket tal som bör väljas.

[2] Se tabell VII: 3.

vara större för avvikelserna mellan M127 och M33 än för avvikelserna mellan den amerikanska modellen och observerade tal.[1]

C. AVSLUTNING

I föregående avsnitt jämfördes de avvikelser som uppkommer genom aggregationen från M127 till M33 med avvikelser som konstaterats föreligga mellan en input-output-modell för USA och observerade relationer mellan slutprodukt och totalproduktion. Av jämförelsen drogs den slutsatsen, att avvikelserna genom aggregationen kan vara av en sådan storleksordning att de förklarar en väsentlig del av avvikelser gentemot observationer.

Alla våra beräkningar hänför sig emellertid till två speciella input-output-modeller och till speciella uppsättningar av slutlig efterfrågan, i första hand till den svenska modellen för 1957 och slutlig efterfrågan för samma år, men vad gäller kapitel VIII även till USA-modellen för 1947 och slutlig efterfrågan för omkringliggande år. En uppskattning av en modell för en annan period eller ett annat land skulle sannolikt ge andra värden på parametrarna. Men det väsentliga är om skillnaderna skulle vara av den art, att våra resultat har relevans endast för de speciella fallen, således om beräkningar med andra modeller skulle ge resultat som på ett väsentligt sätt skiljer sig från dem vi fått. Det finns skäl att anta att den speciella karaktären hos modellerna och övriga data ej har någon sådan effekt. Det centrala problemet hos aggregationen ligger i att de primära processer som kombineras till en härledd process är olika och används i växlande inbördes relationer, och detta grundläggande faktum är icke någonting som är speciellt för de fall vi behandlat utan kan antas ha allmän giltighet. Vidare gäller att även om produktionsteknik och produktionsinriktning i enskildheter skiljer sig åt för olika länder och perioder, så tyder jämförelser mellan modeller för olika länder och perioder på att det föreligger en allmän likhet dem emellan.[2] Det

---

[1] De två minsta talen i våra beräkningar är 0,4 och 1,0 och de två största 128,4 och 31,8. Hos Hatanaka är de två minsta 3,1 och 4,8 och de två största 26,7 och 25,3.

[2] Detta är det resultat H. B. Chenery och P. G. Clark kommer till genom en jämförelse mellan input-output-modeller för Japan 1951, Italien 1950, Norge 1950 och

innebär att huvuddragen av resultaten skulle kvarstå även om vi utgått från andra modeller och att resultaten har relevans även utanför de speciella fall som beräkningarna avser.

Det som ger detta resultat särskild betydelse är att varje i praktiken konstruerad input-output-modell måste uppfattas som erhållen genom aggregation från en mera ursprunglig modell. Härigenom blir aggregationsproblemet alltid aktuellt. I vårt speciella fall innebär detta att den ursprungliga modellen, M127, måste antas vara behäftad med liknande fel gentemot en mera ursprunglig modell. Hur detta problem uppstår och hur sambandet mellan de olika modellerna är har beskrivits i kapitlen III—V i denna bok. Aggregationsproblem av exakt den typ som undersökts i kapitel VII och VIII har aktualitet vid övergång från den modell som här kallats minimumgruppmodellen till en numeriskt uppskattad modell, oavsett om den som här har 127, 33 och 13 producerade varugrupper och härledda processer eller något annat antal.

Enligt den uppfattning som legat till grund för denna undersökning är även minimumgruppmodellen en härledd modell. Utgångspunkten var ju den primära modellen. Övergången från den primära modellen till minimumgruppmodellen uppvisar samma aggregationsproblem som övergången mellan olika härledda modeller. Därjämte har den emellertid speciella egenskaper, som gör att detta steg från vissa synpunkter är det mest kritiska. Det är nämligen i denna övergång som valmöjligheterna i produktionsteknik försvinner. I den primära modellen är produktionen av en given vara icke begränsad till en enda metod. I varje situation måste då ett val ske mellan de olika produktionssätt som är tillgängliga. Genom övergången till minimumgruppmodellen försvinner denna valmöjlighet. Varje minimumgrupp motsvaras av en enda härledd process.

Detta innebär att det finns ett inslag i den primära modellen som vi icke har kunnat ta hänsyn till i våra beräkningar, nämligen i vilken utsträckning förändringar i utgångssituationen ger upphov till att de primära processerna används i nya kombinationer vid produktion av de enskilda minimumgrup-

---

USA 1947. Jfr H. B. Chenery & P. G. Clark, a.a., Ch. 8, speciellt s. 213. Jfr också W. Leontief, Structural Change, i *Studies in the Structure of the American Economy*, New York 1953.

perna. Vi vet naturligtvis att detta kan inträffa. Nya kombinationer av de primära processerna kan bli aktuella vid förändringar i slutlig efterfrågan, alltså i sådana fall som studerats här, men också, och kanske framför allt, vid förändringar i tillgången på primära varor. Varje sådan förändring påverkar knapphetssituationen och kan därmed göra nya kombinationer av processerna optimala. Centrala delar av ekonomisk teori behandlar ju problem av just denna typ.

Därmed är naturligtvis ingenting sagt om den relativa betydelse sådana substitutioner mellan olika primära processer faktiskt har under den kortare tidsperiod som här varit aktuell. Men vi vet att problemet finns där, och det innebär att en produktionsmodell sannolikt icke kan bli helt acceptabel förrän den utformats så att hänsyn tas också till dessa problem.

Bilaga 1

MATRISTABELLER

I M33: GAV. Direkt åtgång av producerade varugrupper per enhet output.

II M33: BV. Direkt åtgång av primära varugrupper per enhet output.

III M33: $(I-GAV)^{-1}$. Total åtgång av producerade varugrupper per enhet output.

IV M33: $BV\ (I-GAV)^{-1}$. Total åtgång av primära varugrupper per enhet output.

V M13: GAV. Direkt åtgång av producerade varugrupper per enhet output.

VI M13: BV. Direkt åtgång av primära varugrupper per enhet output.

VII M13: $(I-GAV)^{-1}$. Total åtgång av producerade varugrupper per enhet output.

VIII M13: $BV\ (I-GAV)^{-1}$. Total åtgång av primära varugrupper per enhet output.

Tabell I. M33: GAV. Direkt åtgång av producerade varugrupper per enhet output

Förteckning över varugrupper återfinns i kapitel VI

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,3610	0,0000	—	—	—	—	—	—
2	0,0002	0,0066	0,0017	—	—	—	—	—
3	—	—	0,0600	0,0356	—	—	—	—
4	0,0001	—	0,0119	0,5678	0,2526	0,1170	0,1636	0,1114
5	0,0098	—	0,0096	0,0033	0,0533	0,0514	0,0500	0,0274
6	—	—	0,0001	0,0001	0,0000	0,0861	0,0006	0,0004
7	—	—	0,0000	0,0002	0,0000	0,0439	0,0462	0,0006
8	—	—	0,0032	0,0004	0,0007	0,0175	0,0180	0,0317
9	—	—	0,0021	0,0007	0,0010	0,0043	0,0032	0,0028
10	—	—	—	—	—	0,0000	0,0000	—
11	—	—	0,0027	0,0019	0,0049	0,0187	0,0200	0,0195
12	0,0164	0,0081	0,0021	0,0015	0,0053	0,0013	0,0044	0,0030
13	0,0023	—	0,0002	0,0061	0,0049	0,0052	0,0037	0,0053
14	0,0012	—	0,0038	0,0019	0,0040	0,0036	0,0042	0,0059
15	0,0001	—	0,0000	0,0003	0,0024	0,0012	0,0012	0,0011
16	—	—	0,0006	—	—	—	—	—
17	0,0008	—	0,0006	0,0013	0,0062	0,0048	0,0007	0,0047
18	0,0001	0,0018	0,0003	0,0009	0,0049	0,0063	0,0030	0,0115
19	0,0049	0,0000	—	—	—	—	—	—
20	0,0028	0,0000	—	—	—	—	—	—
21	0,0129	0,0001	—	—	—	—	—	—
22	0,0005	0,0001	—	—	—	—	—	—
23	0,0210	0,0001	—	—	—	—	—	—
24	0,0003	0,0000	—	—	—	—	—	—
25	0,0016	0,0001	0,0002	0,0002	0,0015	0,0050	0,0014	0,0009
26	—	0,0000	—	—	—	—	—	—
27	0,0006	0,0004	0,0009	0,0002	0,0013	0,0276	0,0077	0,0034
28	0,0127	0,0018	0,0151	0,0011	0,0024	0,0007	0,0003	0,0021
29	0,0110	0,0006	0,0016	0,0027	0,0073	0,0115	0,0039	0,0117
30	—	—	0,0002	0,0005	0,0011	0,0034	0,0012	0,0008
31	0,0050	0,0047	0,0010	0,0007	0,0038	0,0023	0,0027	0,0055
32	0,0181	0,0991	0,0051	0,0041	—	—	—	—
33	0,0177	0,0012	0,0174	0,0297	0,0545	0,0735	0,0571	0,0408
Totalt	0,5011	0,1247	0,1404	0,6612	0,4121	0,4853	0,3931	0,2905

9	10	11	12	13	14	15	16	
—	—	—	—	0,0000	—	0,0001	0,0005	1
—	—	—	—	0,0027	0,5440	0,0587	0,4084	2
—	—	—	—	0,0001	—	—	0,0049	3
0,1899	0,1775	0,1073	0,0260	0,0126	0,0003	0,0055	0,0032	4
0,0319	0,0502	0,0172	0,0258	0,0052	0,0026	0,0276	0,0047	5
0,0023	0,0000	0,0001	0,1035	—	—	—	0,0000	6
0,0025	0,0143	0,0003	0,0299	0,0000	—	—	0,0001	7
0,0154	0,0245	0,0039	0,0140	0,0001	—	0,0002	—	8
0,0213	0,0241	0,0009	0,0043	0,0000	—	0,0002	—	9
—	0,0013	0,0000	—	—	—	—	—	10
0,0167	0,0270	0,0432	0,0213	0,0009	—	0,0010	0,0003	11
0,0036	0,0009	0,0036	0,0241	0,0121	0,0019	0,0073	0,0289	12
0,0042	0,0012	0,0083	0,0015	0,0872	0,0008	0,0040	0,0037	13
0,0024	0,0068	0,0031	0,0027	0,0066	0,0724	0,1615	0,0253	14
0,0003	0,0038	0,0082	0,0003	0,0007	0,0000	0,0731	0,0000	15
—	—	—	—	0,0000	—	0,0001	0,0074	16
0,0007	0,0008	0,0121	0,0012	0,0212	0,0011	0,0221	0,0028	17
0,0043	0,0041	0,0046	0,0024	0,0054	0,0001	0,0066	0,0002	18
—	—	—	—	—	—	—	—	19
—	—	—	—	0,0001	—	—	—	20
—	—	—	—	—	—	—	—	21
—	—	—	—	—	—	—	—	22
—	—	—	—	0,0002	—	—	—	23
—	—	—	—	—	—	—	—	24
0,0002	0,0014	0,0023	0,0037	0,0009	0,0000	0,0121	0,0010	25
—	—	—	—	—	—	—	0,0000	26
0,0028	0,0011	0,0049	0,0116	0,0006	0,0004	0,0089	0,0006	27
0,0024	0,0000	0,0105	0,0007	0,0058	—	0,0095	0,0280	28
0,0040	0,0063	0,0100	0,0155	0,0035	0,0003	0,0187	0,0010	29
0,0014	0,0461	0,0017	0,0069	0,0010	—	0,0000	0,0040	30
0,0027	0,0122	0,0052	0,0030	0,0035	0,0004	0,0034	0,0006	31
—	—	—	—	0,0000	0,0397	0,0032	0,0242	32
0,0647	0,0722	0,0439	0,0544	0,0588	0,0026	0,0487	0,0155	33
0,3737	0,4758	0,2913	0,3528	0,2292	0,6666	0,4725	0,5653	Totalt

Tabell I (forts.)

	17	18	19	20	21	22	23	24
1	—	—	0,1969	0,1707	0,9089	0,5814	0,0551	0,0229
2	0,0368	—	0,0000	—	0,0005	0,0000	0,0004	0,0003
3	—	—	—	—	—	—	—	—
4	0,0009	0,0017	—	—	0,0006	0,0001	0,0009	0,0025
5	0,0074	0,0024	0,0008	0,0042	0,0060	0,0011	0,0207	0,0059
6	—	—	—	—	—	—	—	—
7	—	—	—	—	—	—	—	—
8	—	—	—	—	—	—	—	—
9	—	—	—	—	—	—	—	—
10	—	—	—	—	—	—	—	0,0001
11	0,0012	0,0004	0,0003	0,0002	0,0005	0,0001	0,0002	0,0003
12	0,0176	0,0053	0,0116	0,0048	0,0070	0,0025	0,0076	0,0063
13	0,0028	0,0001	—	0,0017	0,0016	0,0000	0,0030	0,0068
14	0,0202	0,0005	0,0007	0,0003	0,0009	0,0002	0,0011	0,0025
15	0,0001	0,0001	0,0002	0,0005	0,0004	0,0000	0,0014	0,0077
16	0,3705	0,0000	—	—	0,0000	—	—	0,0017
17	0,1016	0,2195	0,0289	0,0226	0,0033	0,0024	0,0188	0,0035
18	0,0097	0,0448	0,0066	0,0050	0,0034	0,0015	0,0074	0,0062
19	—	—	0,1732	0,0005	0,0004	0,0018	0,0080	0,0000
20	0,0001	—	0,0311	0,1881	0,0007	0,0007	0,0193	0,0101
21	—	—	0,0099	0,0162	—	0,0037	0,0260	—
22	—	—	0,0001	0,0002	0,0005	0,2061	0,0059	—
23	0,0007	—	0,0423	0,0108	0,0032	0,0050	0,0435	0,0036
24	0,0001	0,0001	0,0002	0,0003	—	—	0,0000	0,0427
25	0,0053	0,0009	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
26	—	—	—	—	—	—	—	—
27	0,0003	0,0013	0,0006	0,0001	0,0002	0,0000	0,0000	0,0002
28	0,0026	0,0001	0,0000	0,0003	0,0002	0,0000	0,0020	0,0005
29	0,0149	0,0152	0,0046	0,0059	0,0035	0,0028	0,1326	0,0074
30	0,0007	0,0011	0,0004	0,0005	0,0007	0,0002	0,0006	0,0009
31	0,0020	0,0342	0,0034	0,0011	0,0013	0,0016	0,0033	0,0012
32	0,0026	—	—	—	0,0421	—	—	—
33	0,0355	0,0350	0,0438	0,0368	0,0045	0,0094	0,0916	0,0238
Totalt	0,6336	0,3627	0,5559	0,4710	0,9905	0,8207	0,4495	0,1572

25	26	27	28	29	30	31	32	33	
0,0013	—	0,0020	0,0001	0,0268	—	—	0,0001	—	1
0,0001	0,0001	0,0002	0,0062	0,0089	0,0021	—	0,0000	0,0001	2
—	—	—	0,0195	0,0000	—	—	—	—	3
—	—	—	0,0149	0,0053	0,0304	0,0001	0,0023	—	4
0,0027	0,0065	0,0175	0,0072	0,0190	0,0483	0,0063	0,0033	0,0019	5
—	—	—	—	—	—	0,0020	0,0004	—	6
—	—	—	—	—	—	—	0,0001	—	7
—	—	—	0,0000	—	0,0033	—	0,0036	—	8
—	—	—	0,0000	0,0001	0,0167	—	0,0000	—	9
—	—	—	—	—	—	—	0,0290	—	10
0,0002	0,0001	0,0002	0,0012	0,0005	0,0192	0,0247	0,0019	—	11
0,0097	0,0028	0,0045	0,0015	0,0062	0,0207	0,0033	0,0629	0,0144	12
0,0000	—	0,0007	0,0052	0,0055	0,0750	0,0002	0,0019	0,0005	13
0,0004	0,0005	0,0008	0,0044	0,0005	0,0240	0,0005	0,0044	0,0003	14
0,0004	0,0002	0,0058	0,0002	0,0025	0,0686	0,0021	0,0009	—	15
0,0054	—	—	0,0085	0,0025	—	—	—	—	16
0,0044	0,0027	0,0074	0,0143	0,0346	0,0080	0,0026	0,0003	0,0102	17
0,0051	0,0138	0,0108	0,0019	0,0216	0,0022	0,0145	0,0021	0,0196	18
—	—	—	—	—	—	—	0,0003	—	19
—	—	—	—	0,0000	—	—	0,0001	—	20
—	—	0,0000	—	—	—	—	0,0006	—	21
0,0000	—	0,0090	—	0,0004	—	—	0,0004	—	22
0,0001	0,0004	—	0,0014	0,0015	—	—	0,0003	—	23
0,0000	—	—	0,0040	0,0031	—	—	0,0001	—	24
0,2530	0,2208	0,0286	0,0006	0,0122	0,0002	0,0003	0,0008	0,0002	25
0,0007	0,0448	—	—	—	0,0001	0,0006	0,0006	—	26
0,0057	0,0138	0,1335	0,0004	—	0,0008	—	0,0029	—	27
0,0058	—	0,0024	0,2465	0,0691	0,0024	—	0,0001	—	28
0,0112	0,0017	0,0244	0,0166	0,1534	0,0219	0,0037	0,0026	0,0007	29
0,0006	0,0006	0,0005	0,0029	0,0008	0,0547	—	—	—	30
0,0124	0,0050	0,0041	0,0010	0,0055	0,0030	0,0071	0,0042	0,0126	31
0,0000	0,0000	0,0000	0,0006	0,0003	0,0187	0,0498	0,0036	0,0942	32
0,0716	0,0834	0,0680	0,0576	0,0579	0,0812	0,0108	0,0081	0,0146	33
0,3908	0,3972	0,3204	0,4167	0,4382	0,5015	0,1286	0,1379	0,1693	Totalt

Tabell II. M33: BV. Direkt åtgång av primära varugrupper per enhet output

Förteckning över varugrupper återfinns i kapitel VI

	1	2	3	4	5	6	7	8
0198	—	—	—	0,0275	0,0012	0,0017	0,0041	0,0006
1001—1005	0,0016	0,0001	0,0000	—	—	—	—	—
1006—1007	—	—	0,0005	0,0040	—	—	—	—
1008—1011, 1198	0,0001	—	0,0049	0,0440	0,0667	0,0196	0,0297	0,0183
1012—1063	0,0003	—	0,0189	0,0080	0,0473	0,1294	0,0685	0,0452
1064—1070	0,0004	—	0,0001	0,0010	0,0035	0,0027	0,0017	0,0035
1071—1075	0,0001	—	0,0002	0,0001	0,0003	0,0003	0,0003	0,0004
1076—1083	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0005	0,0004	0,0001	0,0006
1084—1096	0,0013	0,0000	—	—	—	—	—	—
1097—1103	0,0004	0,0000	0,0001	0,0001	0,0007	0,0028	0,0004	0,0004
1104—1108	0,0001	0,0001	0,0002	0,0000	0,0003	0,0065	0,0018	0,0008
1109—1116	0,0123	0,0005	0,0033	0,0017	0,0040	0,0045	0,0017	0,0057
0201	0,0109	0,0011	0,0159	0,0141	0,0138	0,0053	0,0072	0,0068
0202	0,0002	—	0,0024	0,0037	0,0002	0,0001	0,0004	0,0001
0203	0,0035	0,0005	0,0010	0,0018	0,0011	0,0009	0,0008	0,0007
1201	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
1202	0,0007	—	0,0102	0,0162	0,0008	0,0006	0,0019	0,0004
1203	0,0132	0,0020	0,0037	0,0069	0,0042	0,0034	0,0030	0,0029
1301	—	—	0,0005	0,0009	0,0004	0,0000	0,0001	0,0001
1302	0,0006	0,0000	—	—	—	—	—	—
1303	—	—	—	—	—	—	—	—
1304	—	—	—	—	—	—	—	—
1305	—	—	—	0,0067	—	—	—	—
1306	—	—	—	0,0073	0,0015	0,0005	0,0013	0,0009
1307	0,0044	—	0,0008	0,0003	0,0001	0,0000	0,0006	0,0002
1309	0,0087	0,0000	0,0028	0,0018	0,0010	0,0006	0,0000	0,0002
0401	—	—	0,0307	0,0269	0,0790	0,0555	0,1166	0,1190
0402	—	—	0,1559	0,0812	0,2189	0,1408	0,1799	0,2216
0403	—	—	—	0,0000	0,0012	0,0000	0,0001	0,0009
0404	-0,0013	—	—	—	—	—	—	—
0405	0,0122	0,0016	0,0016	0,0038	0,0052	0,0019	0,0017	0,0015
0406	0,0014	0,0000	0,0021	0,0008	0,0050	0,0143	0,0072	0,0049
199, 407	0,0571	0,3525	0,6033	0,0795	0,1305	0,1229	0,1777	0,2738
2201.1	—	—	0,4966	0,5170	0,1948	0,0845	0,1071	0,1224
2202.1	—	—	0,0855	0,1222	0,0066	0,0048	0,0055	0,0003
2203.1	—	—	0,0040	0,0012	0,0028	0,0040	0,0035	0,0015
2203.2	—	—	0,0208	0,0610	0,0454	0,0215	0,0202	0,0222
2301.1	—	—	0,0041	0,0075	0,0033	—	0,0011	0,0011
2401.1	—	—	0,0008	0,0008	0,0021	0,0016	0,0037	0,0036
2401.2	—	—	0,0006	0,0007	0,0025	0,0016	0,0028	0,0034
2401.3	—	—	0,0001	0,0001	0,0008	0,0003	0,0006	0,0006
2402.1	—	—	0,0103	0,0054	0,0195	0,0114	0,0155	0,0167
2402.2	—	—	0,0003	0,0003	0,0030	0,0002	0,0003	0,0024
2402.3	—	—	0,0207	0,0136	0,0443	0,0244	0,0343	0,0408
1011—1127, 1201—1203	0,0308	0,0028	0,0425	0,0823	0,1285	0,1703	0,1092	0,0782
1301—1309	0,0138	0,0000	0,0041	0,0170	0,0030	0,0010	0,0020	0,0015
1001—1127, 1201—1309	0,0445	0,0028	0,0466	0,0993	0,1316	0,1713	0,1111	0,0797
201—301	0,0285	0,0037	0,0337	0,0437	0,0206	0,0104	0,0135	0,0111
0401—0403	0,3705	0,5168	0,1866	0,1081	0,2991	0,1962	0,2965	0,3415
199, 401—407	0,4400	0,8710	0,7936	0,1922	0,4399	0,3353	0,4831	0,6217
199, 401—403, 407	0,4276	0,8693	0,7899	0,1877	0,4296	0,3192	0,4742	0,6153
0198—0407, 1001—1407	0,4990	0,8754	0,8594	0,3386	0,5877	0,5148	0,6067	0,7096

9	10	11	12	13	14	15	16	
0,0022	0,0014	0,0032	0,0008	—	—	—	—	0198
—	—	—	—	0,0000	0,0089	0,0010	0,0067	1001—1005
—	—	—	—	0,0000	—	—	0,0022	1008—1007
0,0651	0,0731	0,0502	0,0111	0,0064	0,0001	0,0025	—	1008—1011, 1198
0,0782	0,0823	0,0336	0,0916	0,0021	0,0005	0,0059	0,0034	1012—1063
0,0013	0,0003	0,0032	0,0007	0,0170	0,0001	0,0017	0,0003	1064—1070
0,0002	0,0006	0,0004	0,0002	0,0005	0,0005	0,0116	0,0016	1071—1075
0,0002	0,0001	0,0009	0,0001	0,0015	0,0000	0,0008	0,0002	1076—1083
—	—	—	—	0,0000	—	—	—	1084—1096
0,0001	0,0005	0,0012	0,0015	0,0004	0,0000	0,0074	0,0008	1097—1103
0,0007	0,0003	0,0012	0,0027	0,0001	0,0001	0,0021	0,0001	1104—1108
0,0025	0,0023	0,0102	0,0062	0,0041	0,0001	0,0126	0,0172	1109—1116
0,0071	0,0048	0,0080	0,0071	0,0293	0,0099	0,0087	0,0320	0201
0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0012	0,0000	0,0000	0,0000	0202
0,0014	0,0004	0,0009	0,0011	0,0114	0,0007	0,0005	0,0081	0203
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0001	0,0001	0,0002	1201
0,0008	0,0007	0,0006	0,0004	0,0050	0,0000	0,0001	0,0001	1202
0,0054	0,0016	0,0034	0,0043	0,0435	0,0026	0,0017	0,0311	1203
0,0015	0,0002	0,0004	0,0018	0,0118	0,0004	0,0000	0,0028	1301
—	—	—	—	—	—	0,0034	—	1302
—	—	0,0001	—	0,0000	—	—	—	1303
—	—	—	—	—	—	0,0003	—	1304
—	—	—	—	—	—	—	—	1305
0,0002	—	0,0086	0,0001	0,0000	—	—	—	1306
0,0002	0,0002	0,0009	0,0008	0,0092	—	—	0,0000	1307
0,0004	—	0,0012	0,0001	0,0070	—	0,0013	0,0009	1309
0,1158	0,0701	0,1613	0,0991	0,0674	0,0286	0,0581	0,0196	0401
0,1850	0,1964	0,1876	0,3235	0,2717	0,1540	0,2449	0,1111	0402
0,0002	0,0000	0,0006	0,0001	0,0001	—	0,0009	0,0000	0403
—	—	—	—	—	—	—	—	0404
0,0036	0,0012	0,0015	0,0028	0,0047	0,0017	0,0012	0,0035	0405
0,0077	0,0101	0,0049	0,0108	0,0010	0,0000	0,0024	0,0015	0406
0,1461	0,0774	0,2241	0,0802	0,2750	0,1251	0,1585	0,1913	199, 407
0,1626	0,0710	0,1369	0,1568	0,5380	0,1796	0,0835	1,4457	2201.1
0,0043	0,0042	0,0010	0,0032	0,0297	0,0001	0,0005	0,0010	2202.1
0,0022	0,0026	0,0020	0,0054	0,0159	0,0097	0,0036	0,0023	2203.1
0,0461	0,0117	0,0265	0,0289	0,3529	0,0048	0,0065	0,2287	2203.2
0,0131	0,0019	0,0031	0,0154	0,1882	0,0033	0,0002	0,0238	2301.1
0,0042	0,0026	0,0049	0,0040	0,0020	0,0008	0,0017	0,0007	2401.1
0,0023	0,0009	0,0034	0,0033	0,0018	0,0008	0,0016	0,0003	2401.2
0,0006	0,0004	0,0012	0,0008	0,0056	0,0025	0,0053	0,0012	2401.3
0,0147	0,0135	0,0129	0,0324	0,0256	0,0174	0,0247	0,0091	2402.1
0,0006	0,0002	0,0035	0,0002	0,0024	0,0003	0,0014	0,0002	2402.2
0,0324	0,0296	0,0339	0,0686	0,0574	0,0352	0,0547	0,0207	2402.3
0,1545	0,1617	0,1051	0,1190	0,0810	0,0131	0,0473	0,0640	1001—1127, 1201—1203
0,0023	0,0004	0,0111	0,0027	0,0281	0,0004	0,0050	0,0038	1301—1309
0,1568	0,1621	0,1162	0,1217	0,1091	0,0134	0,0523	0,0678	1001—1127, 1201—1309
0,0164	0,0080	0,0136	0,0149	0,1023	0,0137	0,0111	0,0745	201—301
0,3011	0,2665	0,3495	0,4227	0,3392	0,1827	0,3039	0,1307	0401—0403
0,4585	0,3551	0,5800	0,5164	0,6198	0,3094	0,4660	0,3269	199, 0401—0403
0,4472	0,3439	0,5736	0,5028	0,6142	0,3077	0,4624	0,3219	199, 401—403, 407
0,6261	0,5240	0,7084	0,6473	0,7706	0,3334	0,5275	0,4349	0198—0407, 1001—1407

Tabell II (forts.)

	17	18	19	20	21	22	23	24
0198	—	—	—	—	—	—	—	—
1001—1005	0,0006	—	0,0535	0,0064	0,0000	0,0046	0,0146	0,002
1008—1007	—	—	—	—	—	—	—	—
1008—1011, 1198	0,0002	0,0014	—	—	0,0002	0,0000	0,0003	0,000
1012—1063	0,0043	0,0008	0,0007	0,0018	0,0013	0,0004	0,0046	0,003
1064—1070	0,0003	0,0000	—	0,0001	0,0007	0,0000	0,0012	0,002
1071—1075	0,0013	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0003	0,001
1076—1083	0,0064	0,0088	0,0021	0,0016	0,0003	0,0002	0,0014	0,000
1084—1096	0,0000	0,0000	0,0092	0,0082	0,0003	0,0496	0,0072	0,004
1097—1103	0,0043	0,0005	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,000
1104—1108	0,0001	0,0003	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,000
1109—1116	0,0071	0,0052	0,0020	0,0028	0,0014	0,0012	0,0611	0,003
0201	0,0248	0,0063	0,0119	0,0058	0,0045	0,0023	0,0028	0,003
0202	0,0000	0,0001	0,0001	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,000
0203	0,0061	0,0006	0,0019	0,0034	0,0017	0,0006	0,0008	0,001
1201	0,0001	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,000
1202	0,0000	0,0003	0,0006	0,0010	0,0000	0,0001	0,0000	0,000
1203	0,0235	0,0021	0,0073	0,0132	0,0066	0,0025	0,0031	0,006
1301	0,0075	0,0001	0,0001	0,0001	0,0010	0,0001	0,0000	0,000
1302	0,0000	0,0000	0,0039	0,0410	0,0001	0,0003	0,2699	0,042
1303	—	—	—	—	—	—	—	—
1304	0,0000	0,0010	—	—	—	—	—	—
1305	—	—	—	—	—	—	—	—
1306	—	—	—	—	—	—	—	—
1307	0,0004	—	0,0004	0,0000	0,0003	0,0007	0,0006	0,000
1309	0,0028	0,0011	0,0002	0,0002	0,0003	0,0000	0,0009	0,000
0401	0,0363	0,1504	0,0296	0,0391	0,0187	0,0164	0,0194	0,026
0402	0,1226	0,2436	0,1390	0,0632	0,0489	0,0533	0,0439	0,070
0403	0,0003	0,0006	0,0000	0,0000	—	0,0000	0,0000	—
0404	—	—	—	—	-0,2208	—	-0,0003	—
0405	0,0032	0,0015	0,0296	0,1557	0,1278	0,0125	0,0008	0,581
0406	0,0016	0,0008	0,0092	0,0066	0,0004	0,0116	0,0374	0,002
199, 407	0,1129	0,2120	0,1424	0,1782	0,0159	0,0229	0,0805	0,088
2201.1	0,6620	0,0599	0,2106	0,1143	0,0640	0,0279	0,0338	0,055
2202.1	0,0001	0,0010	0,0012	0,0078	0,0003	0,0002	0,0003	0,000
2203.1	0,0014	0,0018	0,0063	0,0017	0,0043	0,0035	0,0015	0,008
2203.2	0,1797	0,0113	0,0236	0,1247	0,0344	0,0172	0,0240	0,043
2301.1	0,0637	0,0004	0,0036	0,0073	0,0062	0,0011	0,0015	0,005
2401.1	0,0008	0,0027	0,0007	0,0008	0,0003	0,0003	0,0004	0,000
2401.2	0,0011	0,0064	0,0008	0,0010	0,0008	0,0008	0,0006	0,000
2401.3	0,0027	0,0115	0,0026	0,0031	0,0017	0,0016	0,0018	0,002
2402.1	0,0097	0,0172	0,0099	0,0036	0,0041	0,0039	0,0027	0,005
2402.2	0,0023	0,0046	0,0039	0,0033	0,0005	0,0009	0,0029	0,000
2402.3	0,0261	0,0467	0,0302	0,0145	0,0103	0,0104	0,0107	0,014
1001—1127, 1201—1203	0,0482	0,0195	0,0758	0,0354	0,0109	0,0585	0,0939	0,025
1301—1309	0,0107	0,0022	0,0045	0,0414	0,0016	0,0011	0,2714	0,043
1001—1127, 1201—1309	0,0589	0,0217	0,0803	0,0767	0,0125	0,0596	0,3653	0,068
201—301	0,0621	0,0094	0,0220	0,0237	0,0138	0,0055	0,0067	0,011
0401—0403	0,1591	0,3946	0,1686	0,1023	0,0676	0,0697	0,0634	0,097
199, 0401—0403	0,2768	0,6089	0,3497	0,4428	-0,0091	0,1169	0,1817	0,769
199, 401—403, 407	0,2720	0,6066	0,3109	0,2805	0,0836	0,0927	0,1439	0,185
0198—0407, 1001—1407	0,3666	0,6375	0,4440	0,5290	0,0096	0,1794	0,5506	0,842

25	26	27	28	29	30	31	32	33	
—	—	—	—	—	—	—	—	—	0198
0,0001	0,0000	0,0105	0,0001	0,0019	0,0000	—	0,0000	0,0000	1001—1005
—	—	—	0,0087	0,0000	—	—	—	—	1008—1007
—	—	—	0,0087	0,0022	0,0076	0,0002	0,0015	—	1008—1011, 1198
0,0013	0,0028	0,0061	0,0040	0,0065	0,0222	0,0068	0,0027	0,0002	1012—1063
0,0000	—	0,0001	0,0010	0,0018	0,0099	0,0000	0,0002	0,0002	1064—1070
0,0000	0,0000	0,0002	0,0003	0,0005	0,0044	0,0001	0,0004	0,0000	1071—1075
0,0004	0,0005	0,0007	0,0011	0,0027	0,0002	0,0007	0,0001	0,0011	1076—1083
0,0002	0,0000	0,0556	0,0007	0,0006	—	—	0,0001	—	1084—1096
0,0858	0,1777	0,0173	0,0004	0,0058	0,0001	0,0002	0,0004	0,0001	1097—1103
0,0011	0,0027	0,0365	0,0001	—	0,0002	—	0,0007	—	1104—1108
0,0073	0,0007	0,0103	0,0567	0,0790	0,0087	0,0015	0,0010	0,0003	1109—1116
0,0078	0,0025	0,0072	0,0421	0,0062	0,0060	0,0043	0,0116	0,0098	0201
0,0000	0,0000	0,0000	0,0026	0,0005	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0202
0,0030	0,0006	0,0017	0,0030	0,0020	0,0010	0,0002	0,0063	0,0007	0203
0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	1201
0,0001	0,0001	0,0002	0,0111	0,0021	0,0002	0,0005	0,0010	0,0007	1202
0,0116	0,0023	0,0064	0,0116	0,0075	0,0040	0,0006	0,0242	0,0025	1203
0,0017	0,0001	0,0011	0,0024	0,0023	0,0000	—	0,0040	—	1301
—	—	—	0,0005	0,0375	—	—	0,0000	—	1302
—	—	0,0640	—	—	—	—	—	—	1303
0,0739	0,0000	0,0015	—	—	—	—	—	—	1304
—	—	—	—	—	—	—	—	—	1305
—	—	—	—	—	—	—	—	—	1306
—	—	0,0002	0,0683	0,0019	—	—	—	—	1307
0,0020	—	0,0088	0,0245	0,0280	0,0002	—	—	—	1309
0,0724	0,0897	0,0742	0,0405	0,0727	0,0058	—	—	—	0401
0,1902	0,2339	0,2107	0,1131	0,0749	0,0262	—	—	—	0402
0,0050	0,0089	0,0085	0,0000	0,0008	0,0000	—	—	—	0403
-0,0008	—	—	—	-0,0094	—	—	—	—	0404
0,0013	0,0007	0,0034	0,0024	0,0512	0,0041	0,0008	0,0111	0,0027	0405
0,0102	0,0189	0,0070	0,0045	0,0066	0,0028	0,0006	0,0005	0,0001	0406
0,1345	0,0608	0,1473	0,1743	0,1758	0,0522	0,3237	0,4637	0,3431	199, 407
0,1407	0,0217	0,1022	1,8831	0,1156	0,0005	—	—	—	2201.1
0,0000	0,0003	0,0009	0,0011	0,0003	0,0000	—	—	—	2202.1
0,0012	0,0013	0,0028	0,0014	0,0016	0,0004	—	—	—	2203.1
0,0696	0,0136	0,0423	0,0772	0,0328	0,0004	—	—	—	2203.2
0,0131	0,0010	0,0092	0,0068	0,0192	0,0001	—	—	—	2301.1
0,0014	0,0019	0,0018	0,0017	0,0016	0,0002	—	—	—	2401.1
0,0015	0,0024	0,0022	0,0007	0,0020	0,0002	—	—	—	2401.2
0,0041	0,0068	0,0039	0,0001	0,0011	0,0001	—	—	—	2401.3
0,0092	0,0054	0,0178	0,0084	0,0057	0,0020	—	—	—	2402.1
0,0218	0,0046	0,0057	0,0018	0,0022	0,0000	—	—	—	2402.2
0,0396	0,0623	0,0481	0,0221	0,0162	0,0042	—	—	—	2402.3
0,1080	0,1868	0,1439	0,1047	0,1106	0,0575	0,0105	0,0322	0,0052	1001—1127, 1201—1203
0,0775	0,0002	0,0757	0,0958	0,0697	0,0002	—	0,0041	—	1301—1309
0,1855	0,1870	0,2196	0,2005	0,1803	0,0577	0,0105	0,0363	0,0052	1001—1127, 1201—1309
0,0243	0,0056	0,0167	0,0731	0,0206	0,0113	0,0057	0,0474	0,0139	201—301
0,2677	0,3325	0,2935	0,1537	0,1484	0,3745	0,5312	0,3325	0,4689	0401—0403
0,4128	0,4129	0,4512	0,3349	0,3726	0,4335	0,8563	0,8078	0,8148	199, 0401—0403
0,4021	0,3933	0,4408	0,3280	0,3242	0,4267	0,8549	0,7963	0,8119	199, 401—403, 407
0,6092	0,6030	0,6797	0,5832	0,5616	0,4984	0,8714	0,8622	0,8306	0198—0407, 1001—1407

Tabell III. M33: (I—GAV)$^{-1}$. Total åtgång av producerade varugrupper per enhet

Förteckning över varugrupper återfinns i kapitel VI

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	1,6066	0,0005	0,0002	0,0004	0,0006	0,0014	0,0005	0,0008
2	0,0038	1,0072	0,0054	0,0049	0,0068	0,0069	0,0053	0,0072
3	0,0013	0,0002	1,0658	0,0884	0,0239	0,0142	0,0170	0,0113
4	0,0186	0,0047	0,0407	2,3272	0,6256	0,3711	0,4472	0,2949
5	0,0201	0,0013	0,0118	0,0104	1,0604	0,0670	0,0596	0,0329
6	0,0036	0,0018	0,0005	0,0011	0,0012	1,0951	0,0017	0,0012
7	0,0012	0,0006	0,0002	0,0008	0,0005	0,0507	1,0490	0,0010
8	0,0007	0,0007	0,0037	0,0015	0,0014	0,0214	0,0201	1,0332
9	0,0002	0,0002	0,0024	0,0019	0,0017	0,0056	0,0040	0,0033
10	0,0010	0,0029	0,0003	0,0005	0,0003	0,0004	0,0003	0,0002
11	0,0014	0,0008	0,0035	0,0053	0,0073	0,0246	0,0241	0,0223
12	0,0313	0,0150	0,0035	0,0068	0,0097	0,0065	0,0085	0,0062
13	0,0051	0,0004	0,0008	0,0159	0,0104	0,0104	0,0083	0,0087
14	0,0031	0,0007	0,0048	0,0059	0,0072	0,0071	0,0071	0,0083
15	0,0006	0,0002	0,0002	0,0011	0,0033	0,0027	0,0022	0,0018
16	0,0026	0,0004	0,0016	0,0025	0,0047	0,0051	0,0022	0,0045
17	0,0060	0,0009	0,0020	0,0063	0,0124	0,0131	0,0057	0,0119
18	0,0028	0,0024	0,0013	0,0045	0,0085	0,0120	0,0067	0,0150
19	0,0099	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
20	0,0068	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
21	0,0219	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
22	0,0013	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0004	0,0001	0,0001
23	0,0361	0,0002	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001
24	0,0007	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001
25	0,0043	0,0004	0,0006	0,0011	0,0029	0,0098	0,0030	0,0022
26	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
27	0,0019	0,0011	0,0013	0,0009	0,0021	0,0360	0,0100	0,0046
28	0,0301	0,0026	0,0219	0,0063	0,0064	0,0049	0,0031	0,0059
29	0,0287	0,0016	0,0031	0,0086	0,0125	0,0198	0,0085	0,0170
30	0,0005	0,0003	0,0004	0,0015	0,0018	0,0046	0,0019	0,0013
31	0,0095	0,0054	0,0016	0,0033	0,0063	0,0059	0,0053	0,0078
32	0,0352	0,1009	0,0087	0,0183	0,0120	0,0135	0,0111	0,0085
33	0,0420	0,0042	0,0234	0,0761	0,0825	0,1095	0,0837	0,0592

output

9	10	11	12	13	14	15	16	
0,0004	0,0006	0,0008	0,0013	0,0005	0,0004	0,0016	0,0012	1
0,0040	0,0090	0,0083	0,0047	0,0140	0,5912	0,1743	0,4314	2
0,0185	0,0185	0,0109	0,0057	0,0019	0,0003	0,0019	0,0069	3
0,4853	0,4855	0,2776	0,1465	0,0398	0,0071	0,0385	0,0206	4
0,0386	0,0620	0,0221	0,0399	0,0077	0,0042	0,0345	0,0079	5
0,0036	0,0010	0,0010	0,1165	0,0019	0,0016	0,0017	0,0045	6
0,0032	0,0155	0,0007	0,0377	0,0006	0,0006	0,0006	0,0015	7
0,0169	0,0269	0,0046	0,0181	0,0005	0,0007	0,0007	0,0011	8
1,0223	0,0261	0,0013	0,0056	0,0002	0,0002	0,0004	0,0004	9
0,0003	1,0017	0,0003	0,0003	0,0003	0,0030	0,0010	0,0021	10
0,0199	0,0325	1,0464	0,0273	0,0018	0,0008	0,0021	0,0019	11
0,0076	0,0068	0,0072	1,0284	0,0165	0,0139	0,0150	0,0390	12
0,0088	0,0099	0,0122	0,0050	1,0964	0,0013	0,0059	0,0053	13
0,0047	0,0123	0,0069	0,0052	0,0093	1,0788	0,1896	0,0288	14
0,0010	0,0086	0,0097	0,0018	0,0011	0,0002	1,0793	0,0006	15
0,0023	0,0029	0,0073	0,0027	0,0111	0,0008	0,0125	1,0097	16
0,0059	0,0076	0,0188	0,0070	0,0294	0,0021	0,0322	0,0053	17
0,0079	0,0089	0,0077	0,0069	0,0084	0,0018	0,0109	0,0023	18
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	19
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	20
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	21
0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0000	0,0001	0,0002	0,0001	22
0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0003	0,0001	0,0002	0,0002	23
0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0002	0,0002	24
0,0010	0,0030	0,0043	0,0073	0,0018	0,0004	0,0190	0,0019	25
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	26
0,0040	0,0024	0,0064	0,0183	0,0012	0,0013	0,0118	0,0019	27
0,0057	0,0036	0,0174	0,0045	0,0098	0,0017	0,0176	0,0392	28
0,0082	0,0128	0,0152	0,0234	0,0063	0,0017	0,0268	0,0039	29
0,0021	0,0495	0,0023	0,0083	0,0014	0,0003	0,0005	0,0049	30
0,0052	0,0155	0,0073	0,0057	0,0054	0,0040	0,0068	0,0037	31
0,0115	0,0153	0,0089	0,0096	0,0095	0,1027	0,0355	0,0714	32
0,0894	0,1049	0,0626	0,0820	0,0714	0,0068	0,0657	0,0250	33

Tabell III (forts.)

	17	18	19	20	21	22	23	24
1	0,0017	0,0013	0,4227	0,3701	1,4620	1,1858	0,1580	0,0434
2	0,2341	0,0549	0,0116	0,0088	0,0060	0,0041	0,0114	0,0061
3	0,0035	0,0012	0,0007	0,0007	0,0016	0,0011	0,0015	0,0006
4	0,0211	0,0130	0,0108	0,0104	0,0252	0,0158	0,0260	0,0130
5	0,0138	0,0070	0,0097	0,0117	0,0257	0,0169	0,0302	0,0084
6	0,0045	0,0019	0,0030	0,0019	0,0045	0,0031	0,0020	0,0010
7	0,0015	0,0006	0,0010	0,0006	0,0015	0,0010	0,0006	0,0003
8	0,0009	0,0004	0,0006	0,0004	0,0011	0,0006	0,0004	0,0002
9	0,0003	0,0002	0,0002	0,0001	0,0003	0,0002	0,0002	0,0001
10	0,0013	0,0005	0,0005	0,0004	0,0022	0,0008	0,0005	0,0002
11	0,0030	0,0023	0,0016	0,0010	0,0024	0,0014	0,0013	0,0007
12	0,0390	0,0160	0,0267	0,0162	0,0390	0,0271	0,0170	0,0091
13	0,0061	0,0019	0,0022	0,0040	0,0068	0,0040	0,0059	0,0083
14	0,0367	0,0093	0,0036	0,0026	0,0044	0,0028	0,0037	0,0050
15	0,0005	0,0005	0,0007	0,0009	0,0012	0,0006	0,0024	0,0089
16	0,4184	0,0970	0,0178	0,0137	0,0044	0,0037	0,0140	0,0049
17	1,1203	0,2594	0,0474	0,0363	0,0108	0,0091	0,0359	0,0080
18	0,0142	1,0521	0,0123	0,0092	0,0067	0,0047	0,0157	0,0082
19	0,0000	0,0000	1,2127	0,0032	0,0095	0,0101	0,0111	0,0003
20	0,0002	0,0001	0,0495	1,2336	0,0072	0,0064	0,0260	0,0132
21	0,0001	0,0000	0,0199	0,0254	1,0201	0,0211	0,0300	0,0009
22	0,0001	0,0001	0,0009	0,0007	0,0019	1,2606	0,0080	0,0001
23	0,0010	0,0003	0,0637	0,0224	0,0362	0,0333	1,0502	0,0051
24	0,0003	0,0002	0,0005	0,0006	0,0006	0,0005	0,0007	1,0447
25	0,0093	0,0040	0,0025	0,0020	0,0043	0,0035	0,0038	0,0008
26	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
27	0,0017	0,0021	0,0018	0,0008	0,0023	0,0015	0,0007	0,0007
28	0,0224	0,0073	0,0107	0,0094	0,0283	0,0229	0,0219	0,0029
29	0,0228	0,0248	0,0248	0,0187	0,0315	0,0268	0,1693	0,0116
30	0,0031	0,0021	0,0011	0,0010	0,0015	0,0007	0,0013	0,0012
31	0,0055	0,0381	0,0085	0,0049	0,0106	0,0094	0,0080	0,0024
32	0,0437	0,0160	0,0182	0,0153	0,0756	0,0279	0,0178	0,0050
33	0,0569	0,0536	0,0775	0,0614	0,0461	0,0451	0,1204	0,0313

25	26	27	28	29	30	31	32	33	
0,0039	0,0014	0,0178	0,0020	0,0523	0,0016	0,0004	0,0020	0,0003	1
0,0066	0,0040	0,0062	0,0227	0,0265	0,0351	0,0027	0,0038	0,0043	2
0,0006	0,0004	0,0008	0,0299	0,0039	0,0053	0,0006	0,0013	0,0003	3
0,0068	0,0076	0,0165	0,0570	0,0378	0,1340	0,0147	0,0330	0,0072	4
0,0058	0,0096	0,0237	0,0125	0,0274	0,0612	0,0083	0,0083	0,0038	5
0,0019	0,0011	0,0011	0,0007	0,0016	0,0035	0,0031	0,0079	0,0026	6
0,0006	0,0004	0,0004	0,0003	0,0005	0,0012	0,0004	0,0030	0,0009	7
0,0004	0,0002	0,0002	0,0004	0,0004	0,0049	0,0005	0,0057	0,0008	8
0,0001	0,0001	0,0001	0,0003	0,0003	0,0184	0,0001	0,0012	0,0002	9
0,0003	0,0004	0,0003	0,0004	0,0004	0,0011	0,0015	0,0293	0,0028	10
0,0013	0,0008	0,0010	0,0024	0,0018	0,0236	0,0266	0,0049	0,0013	11
0,0167	0,0095	0,0093	0,0062	0,0136	0,0303	0,0076	0,0657	0,0222	12
0,0006	0,0005	0,0017	0,0089	0,0089	0,0895	0,0009	0,0029	0,0011	13
0,0016	0,0015	0,0032	0,0083	0,0043	0,0435	0,0018	0,0058	0,0016	14
0,0009	0,0007	0,0075	0,0009	0,0036	0,0790	0,0027	0,0014	0,0002	15
0,0118	0,0061	0,0067	0,0209	0,0253	0,0074	0,0030	0,0009	0,0065	16
0,0116	0,0116	0,0169	0,0253	0,0569	0,0193	0,0079	0,0022	0,0173	17
0,0105	0,0201	0,0165	0,0057	0,0302	0,0078	0,0162	0,0034	0,0217	18
0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0004	0,0000	0,0000	0,0004	0,0000	19
0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	20
0,0001	0,0000	0,0003	0,0001	0,0008	0,0000	0,0000	0,0006	0,0001	21
0,0002	0,0002	0,0132	0,0001	0,0007	0,0001	0,0000	0,0006	0,0001	22
0,0003	0,0005	0,0006	0,0021	0,0033	0,0002	0,0000	0,0004	0,0001	23
0,0002	0,0001	0,0002	0,0057	0,0044	0,0002	0,0000	0,0001	0,0000	24
1,3399	0,3106	0,0453	0,0020	0,0204	0,0031	0,0011	0,0021	0,0008	25
0,0010	1,0471	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0006	0,0001	26
0,0092	0,0189	1,1547	0,0009	0,0007	0,0030	0,0006	0,0047	0,0008	27
0,0128	0,0036	0,0082	1,3315	0,1115	0,0094	0,0012	0,0011	0,0007	28
0,0194	0,0080	0,0358	0,0279	1,1875	0,0327	0,0057	0,0055	0,0026	29
0,0011	0,0010	0,0009	0,0044	0,0017	1,0586	0,0003	0,0020	0,0004	30
0,0188	0,0116	0,0077	0,0033	0,0100	0,0068	1,0084	0,0054	0,0144	31
0,0119	0,0123	0,0104	0,0128	0,0140	0,0373	0,0524	1,0066	0,0979	32
0,1033	0,1164	0,0906	0,0862	0,0877	0,1132	0,0161	0,0185	1,0199	33

Tabell IV. M33: BV $(I—GAV)^{-1}$. Total åtgång av primära varugrupper per enhet output

Förteckning över varugrupper återfinns i kapitel VI

	1	2	3	4	5	6	7	8
0198	0,0006	0,0002	0,0012	0,0639	0,0185	0,0125	0,0167	0,0088
1001—1005	0,0039	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0005	0,0002	0,0002
1006—1007	0,0003	0,0000	0,0009	0,0095	0,0026	0,0016	0,0018	0,0013
1008—1011, 1198	0,0033	0,0010	0,0086	0,1044	0,0992	0,0462	0,0570	0,0358
1012—1063	0,0060	0,0024	0,0222	0,0222	0,0575	0,1552	0,0820	0,0530
1064—1070	0,0010	0,0001	0,0003	0,0028	0,0047	0,0041	0,0028	0,0044
1071—1075	0,0003	0,0001	0,0003	0,0004	0,0006	0,0005	0,0005	0,0006
1076—1083	0,0004	0,0001	0,0001	0,0005	0,0009	0,0010	0,0005	0,0010
1084—1096	0,0028	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0020	0,0006	0,0003
1097—1103	0,0014	0,0002	0,0003	0,0004	0,0013	0,0049	0,0011	0,0010
1104—1108	0,0005	0,0003	0,0003	0,0002	0,0005	0,0086	0,0024	0,0011
1109—1116	0,0267	0,0011	0,0053	0,0058	0,0073	0,0091	0,0044	0,0089
0201	0,0215	0,0028	0,0192	0,0366	0,0263	0,0159	0,0172	0,0142
0202	0,0005	0,0001	0,0027	0,0090	0,0027	0,0017	0,0022	0,0013
0203	0,0063	0,0012	0,0013	0,0048	0,0028	0,0024	0,0021	0,0018
1201	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001
1202	0,0020	0,0002	0,0118	0,0388	0,0115	0,0073	0,0097	0,0056
1203	0,0241	0,0047	0,0051	0,0183	0,0106	0,0092	0,0080	0,0068
1301	0,0005	0,0005	0,0007	0,0025	0,0013	0,0008	0,0008	0,0007
1302	0,0122	0,0001	0,0001	0,0003	0,0005	0,0008	0,0003	0,0007
1303	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0023	0,0006	0,0003
1304	0,0003	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0008	0,0002	0,0002
1305	0,0001	0,0000	0,0003	0,0156	0,0042	0,0025	0,0030	0,0020
1306	0,0002	0,0000	0,0004	0,0171	0,0062	0,0036	0,0049	0,0034
1307	0,0094	0,0002	0,0024	0,0014	0,0009	0,0007	0,0011	0,0009
1309	0,0157	0,0001	0,0037	0,0050	0,0030	0,0026	0,0015	0,0016
0401	0,0126	0,0032	0,0382	0,0716	0,1085	0,0987	0,1512	0,1443
0402	0,0327	0,0086	0,1802	0,2187	0,3037	0,2441	0,2636	0,2821
0403	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0014	0,0006	0,0003	0,0011
0404	-0,0072	-0,0000	-0,0000	-0,0001	-0,0001	-0,0002	-0,0001	-0,0002
0405	0,0267	0,0030	0,0025	0,0100	0,0092	0,0059	0,0049	0,0043
0406	0,0048	0,0004	0,0026	0,0024	0,0063	0,0176	0,0088	0,0060
199, 407	0,1563	0,4099	0,6711	0,2904	0,2567	0,2718	0,2999	0,3673
2201.1	0,0976	0,0127	0,6014	1,2826	0,5819	0,3583	0,3932	0,3312
2202.1	0,0029	0,0007	0,0963	0,2925	0,0859	0,0529	0,0626	0,0379
2203.1	0,0007	0,0001	0,0045	0,0036	0,0042	0,0058	0,0049	0,0024
2203.2	0,0131	0,0017	0,0286	0,1531	0,0957	0,0627	0,0588	0.0515
2301.1	0,0032	0,0005	0,0054	0,0218	0,0118	0,0072	0,0074	0,0067
2401.1	0,0004	0,0001	0,0010	0,0020	0,0029	0,0028	0,0047	0,0043
2401.2	0,0004	0,0001	0,0008	0,0018	0,0033	0,0028	0,0037	0,0041
2401.3	0,0004	0,0001	0,0002	0,0006	0,0013	0,0009	0,0010	0,0011
2402.1	0,0028	0,0008	0,0121	0,0149	0,0258	0,0195	0,0219	0,0212
2402.2	0,0005	0,0001	0,0005	0,0008	0,0036	0,0013	0,0010	0,0030
2402.3	0,0068	0,0017	0,0247	0,0368	0,0595	0,0437	0,0496	0,0519
1001—1127, 1201—1203	0,0728	0,0104	0,0555	0,2037	0,1973	0,2503	0,1712	0,1200
1301—1309	0,0385	0,0011	0,0078	0,0421	0,0165	0,0141	0,0126	0,0097
1001—1127, 1201—1309	0,1113	0,0115	0,0632	0,0246	0,2138	0,2644	0,1838	0,1297
201—301	0,0550	0,0095	0,0410	0,1101	0,0554	0,0374	0,0402	0,0304
0401—0403	0,6793	0,5710	0,2362	0,3371	0,4639	0,4080	0,4644	0,4668
199, 0401—0403	0,8599	0,9842	0,9123	0,6399	0,7360	0,7031	0,7780	0,8442
199, 401—403, 407	0,8356	0,9809	0,9073	0,6275	0,7206	0,6798	0,7643	0,8341
0198—0407, 1001—1407	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

9	10	11	12	13	14	15	16	
0,0157	0,0150	0,0110	0,0054	0,0011	0,0002	0,0011	0,0006	0198
0,0001	0,0002	0,0002	0,0003	0,0003	0,0097	0,0030	0,0071	1001—1005
0,0020	0,0020	0,0013	0,0006	0,0003	0,0000	0,0003	0,0026	1006—1007
0,0924	0,1037	0,0669	0,0263	0,0098	0,0014	0,0075	0,0029	1008—1011, 1198
0,0892	0,0972	0,0404	0,1178	0,0053	0,0030	0,0110	0,0093	1012—1063
0,0023	0,0020	0,0041	0,0018	0,0187	0,0002	0,0023	0,0006	1064—1070
0,0003	0,0011	0,0007	0,0004	0,0007	0,0005	0,0127	0,0017	1071—1075
0,0005	0,0005	0,0013	0,0005	0,0021	0,0001	0,0014	0,0004	1076—1083
0,0002	0,0001	0,0004	0,0011	0,0001	0,0001	0,0007	0,0002	1084—1096
0,0005	0,0011	0,0021	0,0031	0,0009	0,0002	0,0103	0,0012	1097—1103
0,0010	0,0006	0,0016	0,0044	0,0003	0,0003	0,0028	0,0005	1104—1108
0,0053	0,0062	0,0142	0,0105	0,0064	0,0010	0,0181	0,0207	1109—1116
0,0172	0,0163	0,0158	0,0133	0,0355	0,0132	0,0164	0,0371	0201
0,0021	0,0021	0,0013	0,0008	0,0015	0,0001	0,0003	0,0003	0202
0,0028	0,0020	0,0020	0,0020	0,0130	0,0018	0,0017	0,0093	0203
0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001	0,0001	0,0002	1201
0,0091	0,0091	0,0057	0,0033	0,0064	0,0003	0,0011	0,0011	1202
0,0106	0,0075	0,0078	0,0077	0,0498	0,0069	0,0064	0,0355	1203
0,0023	0,0011	0,0011	0,0023	0,0134	0,0009	0,0008	0,0035	1301
0,0003	0,0005	0,0006	0,0009	0,0003	0,0001	0,0048	0,0002	1302
0,0003	0,0002	0,0005	0,0012	0,0001	0,0001	0,0008	0,0001	1303
0,0001	0,0002	0,0003	0,0006	0,0001	0,0000	0,0018	0,0001	1304
0,0032	0,0033	0,0019	0,0010	0,0003	0,0000	0,0003	0,0001	1305
0,0040	0,0040	0,0110	0,0016	0,0004	0,0001	0,0004	0,0002	1306
0,0009	0,0008	0,0024	0,0014	0,0108	0,0001	0,0014	0,0028	1307
0,0019	0,0017	0,0029	0,0015	0,0083	0,0001	0,0030	0,0022	1309
0,1451	0,1077	0,1861	0,1330	0,0818	0,0342	0,0826	0,0300	0401
0,2596	0,2885	0,2464	0,4007	0,3202	0,1754	0,3303	0,1441	0402
0,0004	0,0003	0,0008	0,0005	0,0002	0,0000	0,0012	0,0001	0403
–0,0001	–0,0001	–0,0002	–0,0002	–0,0001	–0,0000	–0,0003	–0,0001	0404
0,0068	0,0051	0,0042	0,0058	0,0063	0,0041	0,0047	0,0059	0405
0,0090	0,0119	0,0060	0,0141	0,0016	0,0004	0,0037	0,0025	0406
0,2633	0,2237	0,3176	0,1859	0,3566	0,4000	0,3306	0,4144	199, 407
0,4662	0,3852	0,3663	0,2952	0,6733	0,2082	0,2382	1,5692	2201.1
0,0659	0,0661	0,0365	0,0229	0,0377	0,0011	0,0060	0,0046	2202.1
0,0034	0,0041	0,0031	0,0068	0,0179	0,0106	0,0063	0,0031	2203.1
0,0859	0,0545	0,0582	0,0514	0,3995	0,0076	0,0274	0,2404	2203.2
0,0198	0,0092	0,0098	0,0196	0,2093	0,0043	0,0059	0,0267	2301.1
0,0051	0,0037	0,0056	0,0050	0,0024	0,0010	0,0024	0,0011	2401.1
0,0030	0,0019	0,0041	0,0042	0,0023	0,0010	0,0023	0,0006	2401.2
0,0010	0,0009	0,0017	0,0013	0,0064	0,0028	0,0066	0,0015	2401.3
0,0202	0,0205	0,0173	0,0387	0,0300	0,0196	0,0329	0,0120	2402.1
0,0012	0,0010	0,0042	0,0010	0,0029	0,0004	0,0025	0,0004	2402.2
0,0457	0,0463	0,0449	0,0832	0,0674	0,0399	0,0731	0,0274	2402.3
0,2136	0,2316	0,1467	0,1780	0,1012	0,0239	0,0777	0,0841	1001—1127, 1201—1203
0,0130	0,0117	0,0207	0,0104	0,0337	0,0015	0,0130	0,0093	1301—1309
0,2266	0,2432	0,1674	0,1883	0,1350	0,0254	0,0907	0,0933	1001—1127, 1201—1309
0,0442	0,0382	0,0338	0,0295	0,1198	0,0231	0,0268	0,0870	201—301
0,4565	0,4807	0,4748	0,5846	0,4495	0,5548	0,5511	0,4367	0401—0403
0,7356	0,7214	0,8025	0,7902	0,8139	0,9593	0,8899	0,8594	199, 0401—0403
0,7198	0,7045	0,7924	0,7705	0,8061	0,9548	0,8818	0,8511	199, 401—403, 407
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0198—0407, 1001—1407

Tabell IV (forts.)

	17	18	19	20	21	22	23	24
0198	0,0007	0,0004	0,0003	0,0003	0,0008	0,0005	0,0008	0,0004
1001—1005	0,0039	0,0010	0,0671	0,0092	0,0037	0,0089	0,0168	0,0031
1006—1007	0,0012	0,0003	0,0002	0,0002	0,0004	0,0003	0,0003	0,0001
1008—1011, 1198	0,0033	0,0031	0,0019	0,0018	0,0045	0,0028	0,0045	0,0023
1012—1063	0,0123	0,0052	0,0056	0,0056	0,0087	0,0056	0,0102	0,0051
1064—1070	0,0008	0,0004	0,0005	0,0006	0,0017	0,0008	0,0020	0,0031
1071—1075	0,0022	0,0006	0,0003	0,0003	0,0004	0,0002	0,0006	0,0018
1076—1083	0,0075	0,0111	0,0033	0,0025	0,0008	0,0007	0,0026	0,0007
1084—1096	0,0002	0,0002	0,0127	0,0109	0,0029	0,0646	0,0087	0,0054
1097—1103	0,0063	0,0023	0,0011	0,0009	0,0015	0,0012	0,0017	0,0004
1104—1108	0,0004	0,0006	0,0004	0,0002	0,0006	0,0004	0,0002	0,0002
1109—1116	0,0191	0,0117	0,0154	0,0122	0,0267	0,0222	0,0819	0,0059
0201	0,0453	0,0182	0,0237	0,0147	0,0254	0,0193	0,0112	0,0057
0202	0,0002	0,0002	0,0004	0,0004	0,0005	0,0004	0,0003	0,0001
0203	0,0111	0,0033	0,0048	0,0063	0,0079	0,0056	0,0027	0,0022
1201	0,0003	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000
1202	0,0009	0,0008	0,0016	0,0019	0,0021	0,0016	0,0014	0,0005
1203	0,0424	0,0127	0,0185	0,0239	0,0302	0,0213	0,0103	0,0084
1301	0,0100	0,0025	0,0008	0,0007	0,0017	0,0005	0,0010	0,0006
1302	0,0012	0,0011	0,0251	0,0577	0,0124	0,0115	0,2911	0,0466
1303	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000
1304	0,0007	0,0014	0,0002	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0001
1305	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0001
1306	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0003	0,0002	0,0003	0,0001
1307	0,0022	0,0007	0,0032	0,0025	0,0089	0,0078	0,0032	0,0006
1309	0,0049	0,0029	0,0051	0,0044	0,0148	0,0118	0,0079	0,0013
0401	0,0627	0,1757	0,0506	0,0579	0,0342	0,0322	0,0459	0,0349
0402	0,2211	0,3138	0,2045	0,1032	0,0892	0,0966	0,0952	0,0915
0403	0,0004	0,0008	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0000
0404	−0,0002	−0,0002	−0,0052	−0,0063	−0,2274	−0,0064	−0,0088	−0,0004
0405	0,0079	0,0048	0,0539	0,2020	0,1532	0,0368	0,0213	0,6111
0406	0,0035	0,0020	0,0153	0,0101	0,0052	0,0186	0,0417	0,0028
199, 407	0,3604	0,3418	0,2782	0,2969	0,1906	0,1562	0,2126	0,1278
2201.1	1,4264	0,4069	0,3605	0,2224	0,1719	0,1187	0,1768	0,0962
2202.1	0,0039	0,0031	0,0035	0,0113	0,0041	0,0027	0,0044	0,0029
2203.1	0,0035	0,0029	0,0084	0,0026	0,0052	0,0051	0,0026	0,0095
2203.2	0,3062	0,0849	0,0545	0,1698	0,0503	0,0339	0,0530	0,0549
2301.1	0,0842	0,0207	0,0100	0,0134	0,0103	0,0044	0,0098	0,0085
2401.1	0,0016	0,0033	0,0012	0,0012	0,0007	0,0008	0,0011	0,0008
2401.2	0,0018	0,0072	0,0014	0,0015	0,0013	0,0013	0,0014	0,0011
2401.3	0,0040	0,0131	0,0038	0,0042	0,0022	0,0024	0,0027	0,0025
2402.1	0,0180	0,0228	0,0149	0,0066	0,0075	0,0074	0,0068	0,0076
2402.2	0,0031	0,0057	0,0054	0,0044	0,0011	0,0016	0,0040	0,0012
2402.3	0,0456	0,0610	0,0442	0,0231	0,0186	0,0192	0,0214	0,0187
1001—1127, 1201—1203	0,1009	0,0500	0,1288	0,0702	0,0842	0,1307	0,1414	0,0371
1301—1309	0,0194	0,0089	0,0348	0,0656	0,0387	0,0323	0,3040	0,0494
1001—1127, 1201—1309	0,1202	0,0589	0,1636	0,1358	0,1228	0,1630	0,4454	0,0866
201—301	0,1102	0,0378	0,0499	0,0480	0,0678	0,0489	0,0269	0,0177
0401—0403	0,4510	0,5706	0,4650	0,3397	0,7212	0,6060	0,2729	0,1636
199, 0401—0403	0,8225	0,9190	0,8072	0,8425	0,8426	0,8112	0,5397	0,9050
199, 401—403, 407	0,8114	0,9125	0,7432	0,6366	0,9117	0,7622	0,4855	0,2914
0198—0407, 1001—1407	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

25	26	27	28	29	30	31	32	33	
0,0002	0,0002	0,0005	0,0016	0,0011	0,0039	0,0005	0,0011	0,0002	0198
0,0004	0,0003	0,0123	0,0005	0,0027	0,0007	0,0001	0,0002	0,0001	1001—1005
0,0002	0,0001	0,0002	0,0118	0,0012	0,0006	0,0001	0,0001	0,0000	1006—1007
0,0012	0,0013	0,0028	0,0156	0,0076	0,0221	0,0032	0,0071	0,0014	1008—1011, 1198
0,0046	0,0055	0,0100	0,0084	0,0121	0,0347	0,0098	0,0137	0,0038	1012—1063
0,0002	0,0001	0,0003	0,0018	0,0026	0,0127	0,0002	0,0005	0,0003	1064—1070
0,0001	0,0001	0,0004	0,0006	0,0008	0,0058	0,0002	0,0005	0,0001	1071—1075
0,0010	0,0011	0,0013	0,0018	0,0041	0,0009	0,0009	0,0002	0,0014	1076—1083
0,0008	0,0012	0,0649	0,0010	0,0010	0,0002	0,0000	0,0004	0,0001	1084—1096
0,1156	0,2132	0,0243	0,0010	0,0091	0,0015	0,0006	0,0009	0,0003	1097—1103
0,0019	0,0039	0,0423	0,0002	0,0002	0,0007	0,0002	0,0011	0,0002	1104—1108
0,0128	0,0045	0,0165	0,0790	0,1026	0,0152	0,0027	0,0025	0,0012	1109—1116
0,0136	0,0077	0,0121	0,0606	0,0178	0,0165	0,0063	0,0137	0,0124	0201
0,0001	0,0001	0,0002	0,0038	0,0011	0,0008	0,0002	0,0004	0,0002	0202
0,0045	0,0020	0,0026	0,0049	0,0039	0,0032	0,0007	0,0067	0,0015	0203
0,0001	0,0000	0,0001	0,0004	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	1201
0,0005	0,0004	0,0008	0,0162	0,0046	0,0033	0,0008	0,0017	0,0010	1202
0,0174	0,0075	0,0101	0,0186	0,0149	0,0123	0,0026	0,0254	0,0059	1203
0,0026	0,0009	0,0017	0,0038	0,0037	0,0017	0,0003	0,0043	0,0006	1301
0,0008	0,0004	0,0016	0,0026	0,0458	0,0016	0,0002	0,0004	0,0001	1302
0,0006	0,0012	0,0739	0,0001	0,0000	0,0002	0,0000	0,0003	0,0001	1303
0,0990	0,0230	0,0051	0,0002	0,0015	0,0003	0,0001	0,0002	0,0001	1304
0,0000	0,0001	0,0001	0,0004	0,0003	0,0009	0,0001	0,0002	0,0000	1305
0,0001	0,0001	0,0002	0,0005	0,0003	0,0013	0,0004	0,0003	0,0001	1306
0,0010	0,0003	0,0010	0,0912	0,0102	0,0017	0,0001	0,0002	0,0001	1307
0,0037	0,0012	0,0118	0,0338	0,0369	0,0026	0,0003	0,0004	0,0002	1309
0,1049	0,1244	0,0996	0,0641	0,1059	0,0418	0,0102	0,0147	0,0080	0401
0,2741	0,3230	0,2762	0,1795	0,1423	0,1327	0,0190	0,0412	0,0195	0402
0,0069	0,0111	0,0102	0,0001	0,0011	0,0003	0,0001	0,0001	0,0000	0403
-0,0013	-0,0003	-0,0005	-0,0003	-0,0115	-0,0003	-0,0001	-0,0002	-0,0000	0404
0,0036	0,0024	0,0071	0,0091	0,0656	0,0086	0,0020	0,0122	0,0043	0405
0,0143	0,0234	0,0094	0,0067	0,0094	0,0047	0,0011	0,0019	0,0006	0406
0,2470	0,1718	0,2409	0,3203	0,3162	0,2165	0,3745	0,4980	0,4149	199, 407
0,2501	0,1022	0,1838	2,6133	0,4622	0,2053	0,0295	0,0436	0,0337	2201.1
0,0019	0,0017	0,0035	0,0114	0,0060	0,0202	0,0020	0,0047	0,0011	2202.1
0,0019	0,0020	0,0037	0,0026	0,0028	0,0034	0,0003	0,0007	0,0003	2203.1
0,1018	0,0424	0,0619	0,1217	0,0730	0,0538	0,0053	0,0076	0,0069	2203.2
0,0196	0,0067	0,0139	0,0142	0,0305	0,0213	0,0012	0,0023	0,0020	2301.1
0,0021	0,0026	0,0024	0,0025	0,0025	0,0012	0,0003	0,0005	0,0002	2401.1
0,0022	0,0032	0,0030	0,0013	0,0029	0,0012	0,0003	0,0004	0,0003	2401.2
0,0058	0,0087	0,0050	0,0005	0,0021	0,0015	0,0003	0,0002	0,0004	2401.3
0,0139	0,0101	0,0230	0,0135	0,0109	0,0115	0,0015	0,0037	0,0017	2402.1
0,0294	0,0119	0,0079	0,0027	0,0036	0,0009	0,0003	0,0002	0,0002	2402.2
0,0570	0,0814	0,0623	0,0348	0,0299	0,0260	0,0037	0,0081	0,0039	2402.3
0,1567	0,2393	0,1863	0,1568	0,1636	0,1107	0,0215	0,0544	0,0160	1001—1127, 1201—1203
0,1078	0,0272	0,0954	0,1324	0,0988	0,0102	0,0016	0,0062	0,0013	1301—1309
0,2645	0,2665	0,2816	0,2893	0,2624	0,1209	0,0232	0,0607	0,0173	1001—1127, 1201—1309
0,0388	0,0186	0,0275	0,1082	0,0461	0,0379	0,0111	0,0522	0,0218	201—301
0,4534	0,5263	0,4461	0,3041	0,3340	0,6251	0,5916	0,4056	0,5484	0401—0403
0,7171	0,7235	0,7030	0,6399	0,7137	0,8547	0,9691	0,9175	0,9683	199, 0401—0403
0,7004	0,6981	0,6869	0,6244	0,6502	0,8416	0,9660	0,9036	0,9634	199, 401—403, 407
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0198—0407, 1001—1407

Tabell V. M13: GAV. Direkt åtgång av producerade varugrupper per enhet output

Förteckning över varugrupper återfinns i kapitel VI

	1	2	3	4	5	6
1	0,3610	0,0000	—	—	—	0,0000
2	0,0002	0,0066	0,0017	—	—	0,0027
3	—	—	0,0600	0,0356	—	0,0001
4	0,0001	—	0,0119	0,5678	0,1474	0,0126
5	0,0262	0,0081	0,0199	0,0081	0,1287	0,0183
6	0,0023	—	0,0002	0,0061	0,0043	0,0872
7	0,0022	0,0018	0,0053	0,0044	0,0156	0,0339
8	0,0424	0,0003	—	—	—	0,0003
9	0,0016	0,0001	0,0002	0,0002	0,0021	0,0009
10	0,0006	0,0004	0,0009	0,0002	0,0074	0,0006
11	0,0236	0,0023	0,0167	0,0038	0,0113	0,0093
12	—	—	0,0002	0,0005	0,0077	0,0010
13	0,0408	0,1050	0,0235	0,0346	0,0622	0,0624
Totalt	0,5010	0,1246	0,1405	0,6613	0,3867	0,2293

7	8	9	10	11	12	13	
0,0001	0,3715	0,0008	0,0020	0,0184	—	0,0000	1
0,2451	0,0002	0,0001	0,0002	0,0080	0,0021	0,0001	2
0,0013	—	—	—	0,0062	—	—	3
0,0021	0,0006	—	—	0,0083	0,0304	0,0008	4
0,0225	0,0127	0,0114	0,0222	0,0208	0,1082	0,0454	5
0,0024	0,0020	0,0000	0,0007	0,0054	0,0750	0,0009	6
0,2167	0,0185	0,0163	0,0247	0,0516	0,1028	0,0220	7
0,0002	0,1416	0,0002	0,0091	0,0052	—	0,0006	8
0,0033	0,0001	0,2580	0,0286	0,0086	0,0003	0,0006	9
0,0017	0,0002	0,0086	0,1335	0,0001	0,0008	0,0010	10
0,0181	0,0263	0,0114	0,0268	0,2353	0,0243	0,0016	11
0,0014	0,0005	0,0006	0,0005	0,0014	0,0547	—	12
0,0468	0,0414	0,0856	0,0721	0,0624	0,1030	0,0832	13
0,5617	0,6156	0,3930	0,3204	0,4317	0,5016	0,1562	Totalt

Tabell VI. M13: BV. Direkt åtgång av primära varugrupper per enhet output

Förteckning över varugrupper återfinns i kapitel VI

	1	2	3	4	5	6
0198	—	—	—	0,0275	0,0019	—
1001—1005	0,0016	0,0001	0,0000	—	—	0,0000
1006—1007	—	—	0,0005	0,0040	—	0,0000
1008—1011, 1198	0,0001	—	0,0049	0,0440	0,0431	0,0064
1012—1063	0,0003	—	0,0189	0,0080	0,0711	0,0021
1064—1070	0,0004	—	0,0001	0,0010	0,0022	0,0170
1071—1075	0,0001	—	0,0002	0,0001	0,0003	0,0005
1076—1083	0,0001	0,0001	0,0000	0,0001	0,0004	0,0015
1084—1096	0,0013	0,0000	—	—	—	0,0000
1097—1103	0,0004	0,0000	0,0001	0,0001	0,0010	0,0004
1104—1108	0,0001	0,0001	0,0002	0,0000	0,0018	0,0001
1109—1116	0,0123	0,0005	0,0033	0,0017	0,0047	0,0041
0201	0,0109	0,0011	0,0159	0,0141	0,0079	0,0293
0202	0,0002	—	0,0024	0,0037	0,0002	0,0012
0203	0,0035	0,0005	0,0010	0,0018	0,0009	0,0114
1201	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	0,0002
1202	0,0007	—	0,0102	0,0162	0,0008	0,0050
1203	0,0132	0,0020	0,0037	0,0069	0,0036	0,0435
1301	—	—	0,0005	0,0009	0,0006	0,0118
1302	0,0006	0,0000	—	—	—	—
1303	—	—	—	—	0,0000	0,0000
1304	—	—	—	—	—	—
1305	—	—	—	0,0067	—	—
1306	—	—	—	0,0073	0,0017	0,0000
1307	0,0044	—	0,0008	0,0003	0,0004	0,0092
1309	0,0087	0,0000	0,0028	0,0018	0,0005	0,0070
0401	—	—	0,0307	0,0269	0,1008	0,0674
0402	—	—	0,1559	0,0812	0,2080	0,2717
0403	—	—	—	0,0000	0,0004	0,0001
0404	-0,0013	—	—	—	—	—
0405	0,0122	0,0016	0,0016	0,0038	0,0026	0,0047
0406	0,0014	0,0000	0,0021	0,0008	0,0080	0,0010
199, 407	0,0571	0,3525	0,6033	0,0795	0,1503	0,2750
2201.1	—	—	0,4966	0,5170	0,1331	0,5380
2202.1	—	—	0,0855	0,1222	0,0004	0,0297
2203.1	—	—	0,0040	0,0012	0,0030	0,0159
2203.2	—	—	0,0208	0,0610	0,0287	0,3529
2301.1	—	—	0,0041	0,0075	0,0049	0,1882
2401.1	—	—	0,0008	0,0008	0,0033	0,0020
2401.2	—	—	0,0006	0,0007	0,0025	0,0018
2401.3	—	—	0,0001	0,0001	0,0007	0,0056
2402.1	—	—	0,0103	0,0054	0,0173	0,0256
2402.2	—	—	0,0003	0,0003	0,0014	0,0024
2402.3	—	—	0,0207	0,0136	0,0391	0,0574
1001—1127, 1201—1203	0,0308	0,0028	0,0425	0,0823	0,1290	0,0810
1301—1309	0,0138	0,0000	0,0041	0,0170	0,0032	0,0281
1001—1127, 1201—1309	0,0445	0,0028	0,0466	0,0993	0,1322	0,1091
201—301	0,0285	0,0037	0,0337	0,0437	0,0140	0,1023
0401—0403	0,3705	0,5168	0,1866	0,1081	0,3093	0,3392
199, 0401—0403	0,4400	0,8710	0,7936	0,1922	0,4702	0,6198
199, 401—403, 407	0,4276	0,8693	0,7899	0,1877	0,4596	0,6142
0198—0407, 1001—1407	0,4990	0,8754	0,8594	0,3386	0,6132	0,7706

7	8	9	10	11	12	13	
—	—	—	—	—	—	—	0198
0,0040	0,0120	0,0001	0,0105	0,0013	0,0000	0,0000	1001—1005
0,0006	—	—	—	0,0027	—	—	1006—1007
0,0006	0,0002	—	—	0,0042	0,0076	0,0005	1008—1011, 1198
0,0030	0,0018	0,0019	0,0061	0,0057	0,0222	0,0015	1012—1063
0,0004	0,0008	—	0,0001	0,0015	0,0099	0,0002	1064—1070
0,0024	0,0003	0,0000	0,0002	0,0004	0,0044	0,0001	1071—1075
0,0029	0,0009	0,0005	0,0007	0,0022	0,0002	0,0007	1076—1083
0,0000	0,0172	0,0001	0,0556	0,0006	—	0,0000	1084—1096
0,0023	0,0001	0,1194	0,0173	0,0041	0,0001	0,0002	1097—1103
0,0004	0,0000	0,0017	0,0365	0,0000	0,0002	0,0002	1104—1108
0,0088	0,0118	0,0049	0,0103	0,0720	0,0087	0,0006	1109—1116
0,0188	0,0046	0,0059	0,0072	0,0175	0,0060	0,0100	0201
0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0012	0,0000	0,0002	0202
0,0039	0,0015	0,0021	0,0017	0,0023	0,0010	0,0025	0203
0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001	1201
0,0001	0,0002	0,0001	0,0002	0,0049	0,0002	0,0008	1202
0,0151	0,0056	0,0082	0,0064	0,0088	0,0040	0,0095	1203
0,0026	0,0003	0,0011	0,0011	0,0023	0,0000	0,0013	1301
0,0005	0,0563	—	—	0,0259	—	0,0000	1302
—	—	—	0,0640	—	—	—	1303
0,0002	—	0,0469	0,0015	—	—	—	1304
—	—	—	—	—	—	—	1305
—	—	—	—	—	—	—	1306
0,0001	0,0004	—	0,0002	0,0228	—	—	1307
0,0012	0,0003	0,0013	0,0088	0,0269	0,0002	—	1309
0,0489	0,0231	0,0787	0,0742	0,0626	0,0058	—	0401
0,1600	0,0663	0,2062	0,2107	0,0870	0,0262	—	0402
0,0003	0,0000	0,0065	0,0085	0,0005	0,0000	—	0403
—	-0,0391	-0,0005	—	-0,0065	—	—	0404
0,0024	0,1342	0,0011	0,0034	0,0358	0,0041	0,0053	0405
0,0012	0,0116	0,0134	0,0070	0,0059	0,0028	0,0003	0406
0,1569	0,0738	0,1076	0,1473	0,1754	0,0522	0,3811	199, 407
0,6076	0,0735	0,0972	0,1022	0,6719	0,0005	—	2201.1
0,0005	0,0012	0,0005	0,0009	0,0006	0,0000	—	2202.1
0,0038	0,0043	0,0013	0,0028	0,0015	0,0004	—	2203.1
0,1079	0,0375	0,0492	0,0423	0,0468	0,0004	—	2203.2
0,0222	0,0037	0,0087	0,0092	0,0153	0,0001	—	2301.1
0,0012	0,0005	0,0016	0,0018	0,0016	0,0002	—	2401.1
0,0016	0,0008	0,0018	0,0022	0,0016	0,0002	—	2401.2
0,0038	0,0020	0,0051	0,0039	0,0008	0,0001	—	2401.3
0,0143	0,0048	0,0078	0,0178	0,0065	0,0020	—	2402.1
0,0015	0,0018	0,0155	0,0057	0,0020	0,0000	—	2402.2
0,0334	0,0142	0,0479	0,0481	0,0181	0,0040	—	2402.3
0,0409	0,0510	0,1368	0,1439	0,1088	0,0575	0,0144	1001—1127, 1201—1203
0,0046	0,0573	0,0493	0,0757	0,0779	0,0002	0,0013	1301—1309
0,0455	0,1083	0,1861	0,2196	0,1867	0,0577	0,0157	1001—1127, 1201—1309
0,0406	0,0123	0,0174	0,0167	0,0372	0,0113	0,0243	201—301
0,2092	0,0894	0,2913	0,2935	0,1501	0,3745	0,4287	0401—0403
0,3698	0,2700	0,4129	0,4512	0,3607	0,4335	0,8154	199, 0401—0403
0,3661	0,1632	0,3989	0,4408	0,3254	0,4267	0,8098	199, 401—403, 407
0,4380	0,3843	0,6069	0,6797	0,5684	0,4984	0,8438	0198—0407, 1001—1407

Tabell VII. M13: $(I—GAV)^{-1}$. Total åtgång av producerade varugrupper per enhet

Förteckning över varugrupper återfinns i kapitel VI

	1	2	3	4	5	6
1	1,6131	0,0004	0,0008	0,0006	0,0009	0,0009
2	0,0043	1,0082	0,0047	0,0050	0,0081	0,0160
3	0,0012	0,0003	1,0655	0,0884	0,0153	0,0019
4	0,0213	0,0057	0,0395	2,3277	0,3977	0,0431
5	0,0564	0,0159	0,0276	0,0302	1,1603	0,0301
6	0,0052	0,0003	0,0009	0,0160	0,0093	1,0964
7	0,0142	0,0063	0,0107	0,0189	0,0318	0,0520
8	0,0800	0,0005	0,0002	0,0002	0,0004	0,0006
9	0,0044	0,0004	0,0009	0,0012	0,0043	0,0019
10	0,0018	0,0007	0,0014	0,0010	0,0103	0,0013
11	0,0543	0,0038	0,0243	0,0149	0,0213	0,0157
12	0,0006	0,0001	0,0006	0,0016	0,0098	0,0015
13	0,0859	0,1175	0,0337	0,0962	0,1012	0,0844

output

7	8	9	10	11	12	13	
0,0017	0,6995	0,0030	0,0126	0,0438	0,0016	0,0007	1
0,3172	0,0105	0,0088	0,0116	0,0334	0,0408	0,0082	2
0,0029	0,0012	0,0006	0,0009	0,0103	0,0054	0,0009	3
0,0224	0,0199	0,0101	0,0147	0,0412	0,1298	0,0223	4
0,0436	0,0469	0,0268	0,0388	0,0424	0,1485	0,0587	5
0,0042	0,0054	0,0007	0,0018	0,0089	0,0895	0,0017	6
1,2845	0,0390	0,0346	0,0447	0,0922	0,1540	0,0328	7
0,0009	1,1999	0,0009	0,0132	0,0103	0,0006	0,0008	8
0,0066	0,0029	1,3489	0,0455	0,0160	0,0024	0,0014	9
0,0033	0,0014	0,0139	1,1551	0,0011	0,0029	0,0018	10
0,0329	0,0651	0,0223	0,0440	1,3134	0,0420	0,0043	11
0,0024	0,0012	0,0012	0,0011	0,0025	1,0596	0,0006	12
0,1096	0,0977	0,1339	0,1063	0,1075	0,1562	1,0991	13

Tabell VIII. M13: BV $(I—GAV)^{-1}$. Total åtgång av primära varugrupper per enhet

Förteckning över varugrupper återfinns i kapitel VI

	1	2	3	4	5	6
0198	0,0007	0,0002	0,0011	0,0640	0,0131	0,0012
1001—1005	0,0037	0,0001	0,0001	0,0001	0,0003	0,0003
1006—1007	0,0002	0,0000	0,0008	0,0095	0,0017	0,0003
1008—1011, 1198	0,0038	0,0010	0,0083	0,1044	0,0679	0,0104
1012—1063	0,0054	0,0014	0,0227	0,0227	0,0866	0,0052
1064—1070	0,0010	0,0001	0,0003	0,0028	0,0033	0,0188
1071—1075	0,0003	0,0000	0,0003	0,0004	0,0006	0,0008
1076—1083	0,0004	0,0002	0,0002	0,0004	0,0007	0,0019
1084—1096	0,0037	0,0001	0,0001	0,0001	0,0006	0,0001
1097—1103	0,0016	0,0001	0,0004	0,0005	0,0020	0,0010
1104—1108	0,0004	0,0002	0,0003	0,0003	0,0025	0,0003
1109—1116	0,0253	0,0010	0,0057	0,0058	0,0083	0,0064
0201	0,0210	0,0027	0,0187	0,0366	0,0174	0,0351
0202	0,0004	0,0001	0,0027	0,0090	0,0018	0,0015
0203	0,0063	0,0009	0,0013	0,0049	0,0024	0,0131
1201	0,0001	0,0000	0,0001	0,0002	0,0001	0,0002
1202	0,0019	0,0002	0,0117	0,0388	0,0078	0,0064
1203	0,0239	0,0034	0,0051	0,0186	0,0091	0,0499
1301	0,0004	0,0002	0,0007	0,0025	0,0014	0,0133
1302	0,0069	0,0001	0,0006	0,0004	0,0006	0,0005
1303	0,0001	0,0000	0,0001	0,0001	0,0007	0,0001
1304	0,0002	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0001
1305	0,0001	0,0000	0,0003	0,0156	0,0027	0,0003
1306	0,0003	0,0001	0,0003	0,0171	0,0049	0,0004
1307	0,0085	0,0001	0,0015	0,0013	0,0012	0,0105
1309	0,0156	0,0001	0,0038	0,0050	0,0021	0,0083
0401	0,0131	0,0024	0,0388	0,0715	0,1329	0,0819
0402	0,0287	0,0055	0,1796	0,2182	0,2888	0,3184
0403	0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0007	0,0002
0404	-0,0055	-0,0000	-0,0002	-0,0001	-0,0002	-0,0001
0405	0,0332	0,0025	0,0031	0,0102	0,0061	0,0066
0406	0,0042	0,0002	0,0027	0,0025	0,0100	0,0016
199, 407	0,1570	0,4051	0,6711	0,2919	0,2705	0,3599
2201.1	0,0735	0,0119	0,5767	1,2818	0,4078	0,6596
2202.1	0,0030	0,0007	0,0960	0,2925	0,0507	0,0380
2203.1	0,0008	0,0001	0,0045	0,0036	0,0044	0,0179
2203.2	0,0121	0,0018	0,0281	0,1532	0,0662	0,3970
2301.1	0,0029	0,0004	0,0056	0,0217	0,0116	0,2082
2401.1	0,0004	0,0001	0,0010	0,0020	0,0042	0,0024
2401.2	0,0004	0,0001	0,0008	0,0018	0,0033	0,0022
2401.3	0,0004	0,0000	0,0002	0,0005	0,0011	0,0064
2402.1	0,0022	0,0005	0,0121	0,0149	0,0235	0,0298
2402.2	0,0005	0,0001	0,0005	0,0008	0,0020	0,0029
2402.3	0,0057	0,0011	0,0246	0,0366	0,0538	0,0669
1001—1127, 1201—1203	0,0719	0,0080	0,0561	0,2047	0,1916	0,1020
1301—1309	0,0322	0,0008	0,0074	0,0421	0,0137	0,0335
1001—1127, 1201—1309	0,1041	0,0087	0,0635	0,2468	0,2053	0,1354
201—301	0,0541	0,0075	0,0403	0,1105	0,0400	0,1195
0401—0403	0,6787	0,5796	0,2359	0,3344	0,4736	0,4458
199, 0401—0403	0,8676	0,9874	0,9127	0,6389	0,7600	0,8137
199, 401—403, 407	0,8357	0,9847	0,9071	0,6263	0,7441	0,8056
0198—0407, 1001—1407	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

output

7	8	9	10	11	12	13	
0,0007	0,0006	0,0003	0,0005	0,0012	0,0038	0,0007	0198
0,0053	0,0158	0,0004	0,0125	0,0024	0,0008	0,0002	1001—1005
0,0009	0,0003	0,0001	0,0002	0,0038	0,0007	0,0001	1006—1007
0,0039	0,0036	0,0018	0,0026	0,0094	0,0212	0,0041	1008—1011, 1198
0,0076	0,0066	0,0051	0,0106	0,0116	0,0364	0,0062	1012—1063
0,0008	0,0015	0,0002	0,0003	0,0024	0,0126	0,0004	1064—1070
0,0032	0,0006	0,0002	0,0004	0,0009	0,0052	0,0003	1071—1075
0,0039	0,0014	0,0009	0,0012	0,0032	0,0011	0,0009	1076—1083
0,0002	0,0217	0,0010	0,0645	0,0011	0,0002	0,0001	1084—1096
0,0041	0,0012	0,1615	0,0258	0,0076	0,0012	0,0005	1097—1103
0,0008	0,0003	0,0029	0,0423	0,0003	0,0007	0,0004	1104—1108
0,0143	0,0282	0,0089	0,0163	0,0966	0,0151	0,0017	1109—1116
0,0270	0,0168	0,0108	0,0121	0,0278	0,0173	0,0126	0201
0,0002	0,0004	0,0001	0,0002	0,0017	0,0007	0,0003	0202
0,0057	0,0049	0,0035	0,0027	0,0041	0,0036	0,0030	0203
0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001	0,0001	1201
0,0008	0,0016	0,0005	0,0008	0,0075	0,0032	0,0013	1202
0,0220	0,0187	0,0134	0,0105	0,0157	0,0139	0,0114	1203
0,0037	0,0008	0,0019	0,0017	0,0036	0,0020	0,0016	1301
0,0015	0,0698	0,0007	0,0019	0,0346	0,0012	0,0002	1302
0,0002	0,0001	0,0009	0,0739	0,0001	0,0002	0,0001	1303
0,0006	0,0001	0,0633	0,0039	0,0008	0,0001	0,0001	1304
0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0003	0,0009	0,0001	1305
0,0002	0,0002	0,0001	0,0002	0,0004	0,0012	0,0003	1306
0,0010	0,0051	0,0006	0,0014	0,0303	0,0019	0,0002	1307
0,0026	0,0083	0,0025	0,0117	0,0361	0,0026	0,0003	1309
0,0710	0,0397	0,1134	0,0990	0,0946	0,0414	0,0088	0401
0,2231	0,1054	0,2953	0,2746	0,1494	0,1238	0,0210	0402
0,0005	0,0001	0,0089	0,0102	0,0009	0,0002	0,0001	0403
-0,0003	-0,0483	-0,0009	-0,0008	-0,0090	-0,0003	-0,0001	0404
0,0058	0,1728	0,0034	0,0084	0,0502	0,0085	0,0065	0405
0,0023	0,0159	0,0186	0,0096	0,0088	0,0049	0,0009	0406
0,3736	0,1984	0,2163	0,2442	0,3211	0,2221	0,4398	199, 407
0,8247	0,1761	0,1781	0,1944	0,9778	0,2606	0,0439	2201.1
0,0038	0,0043	0,0020	0,0031	0,0070	0,0192	0,0029	2202.1
0,0052	0,0057	0,0020	0,0038	0,0028	0,0032	0,0004	2203.1
0,1448	0,0569	0,0733	0,0611	0,0797	0,0632	0,0076	2203.2
0,0303	0,0077	0,0133	0,0134	0,0246	0.0227	0,0016	2301.1
0,0018	0,0009	0,0023	0,0024	0,0025	0.0012	0,0003	2401.1
0,0023	0,0013	0,0026	0,0029	0,0024	0,0011	0,0002	2401.2
0,0051	0,0027	0,0071	0,0050	0,0016	0,0013	0,0002	2401.3
0,0198	0,0079	0,0120	0,0227	0,0114	0,0103	0,0017	2402.1
0,0022	0,0025	0,0211	0,0075	0,0032	0,0008	0,0002	2402.2
0,0463	0,0222	0,0681	0,0621	0,0307	0,0232	0,0041	2402.3
0,0681	0,1017	0,1969	0,1881	0,1626	0,1123	0,0278	1001—1127, 1201—1203
0,0099	0,0846	0,0700	0,0948	0,1061	0,0101	0,0028	1301—1309
0,0780	0,1863	0,2668	0,2829	0,2687	0,1223	0,0306	1001—1127, 1201—1309
0,0596	0,0433	0,0303	0,0281	0,0606	0,0410	0,0303	201—301
0,5069	0,4522	0,4810	0,4404	0,3253	0,6169	0,5057	0401—0403
0,8882	0,7910	0,7184	0,7016	0,6964	0,8521	0,9528	199, 0401—0403
0,8805	0,6506	0,6973	0,6845	0,6464	0,8390	0,9455	199, 401—403, 407
1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0198—0407, 1001—1407

SUMMARY

Model and Observations

A STUDY OF EMPIRICAL IMPLEMENTATION AND AGGREGATION FOR A LINEAR PRODUCTION MODEL

The subject matter of economics is those aspects of the society which often in summary are called its economic system. The aim of economics is to explain and to predict events which are observed within this system and which for some reason are considered important. To explain and to predict events means to subsume them under regularities, to show that they occur in accordance with general laws. To discover and to explore such laws is the main purpose of all scientific research.

An important feature of this work is the construction of models of the factual system. Such a model is a logical system which corresponds to the factual one in a relevant way. It is an abstraction in the sense that only some characteristics of the factual system are included. Experience shows that such an abstraction is both necessary and effective. There must, however, always exist some connection between the model and the factual system, whatever the degree of abstraction. This connection can be more or less general in its form, but without it the model does not have any relevance for the actual system.

A characteristic of economics as a science is the existence of models which are well explored as to their formal aspects. Very often these models are of a high level of abstraction and the connection established between them and the factual economic system is of a general character. It is the general aspects of the economic systems which are included in the models, while the specific ones are left out, either because of lack of knowledge or because of a belief that observed characteristics are of a casual nature.

There is a connection between specification and validity. The lower the specification, the higher is the possibility that the statements of a model will be compatible with observed events. Through a low level of specification one can, therefore, attain a model with a high level of validity.[1]

From a general scientific point of view there is always a desire to make statements of both high validity and high specification. At the same time there often is a need to use existing models for explanation and prediction in special situations, in the latter case often as a basis for action. A general connection between the model and the factual system then very often is unsufficient. For a special event to be explained or predicted there must exist a relation between that sort of events and other events. Such a relation —on which consequently a special claim for specification may be actual— may be deduced from or based on the abstract model. That does not mean that every term of the model has to be given a precise and direct empirical meaning. It is, as a principle, sufficient that those entities between which the relation obtains are specified so that their empirical counterpart can be identified.[2]

The difficulty in including high validity with a high level of specification gives rise to compromises. If high validity is the primary aim, a low level of

---

[1] The general idea behind this is: A statement about $y=2x$ has a higher level of specification than a statement about $y=f(x)$; "all high school pupils in Sweden study English and French" has a higher level of specification than "all high school pupils in Sweden study foreign languages". More generally, two statements $(\forall x \in A_1)\ P_1x$ and $(\forall x \in A_2)\ P_2x$ have the same level of specification if $P_1x \Leftrightarrow P_2x$, and the first one has a higher level of specification than the second one if $P_1x \Rightarrow P_2x$ and they do not have the same level of specification. Cf. Karl R. Popper, *The Logic of Scientific Discovery,* London 1959, p. 121 ff. This level of specification Popper calls *degree of precision*. Popper also defines *level of universality*. The two statements have the same level of universality if A_1 and A_2 are the same. The first statement has a higher level of universality than the second one if A_1 contains A_2 as a proper subset. (Popper, however, does not use a set-theoretical notation.) Validity concerns the correspondence between statements and observations. Validity then obviously is connected with specification so that a lower level of specification cannot make a valid statement invalid while the reverse is possible. Validity, therefore, very often can be attained by lowering the level of specification. In addition validity is connected with universality. A lowering of the level of universality cannot make a valid statement invalid while the reverse is possible. An aim of scientific work is to make valid statements with high level of both specification and universality.

[2] Cf. the author's "Form och fakta i ekonomisk teori", Ekonomisk Tidskrift, Vol. LVII (1955).

specification may have to be accepted. If, on the other hand, a high level of specification is the primary aim the claim to validity may have to be lower. If the claim to high level of specification means that some entities of the model should be given numerically estimated values, the possibilities are limited by the actual access to empirical observations. As a result the estimation may refer to another model than the one primarily aimed at.

The last-mentioned case describes a situation happening rather often. It gives rise to a series of problems which all have to do with the connection between specification and validity. One such problem is how the obtained model is related to a more basic one which from a theoretical point of view may be more satisfactory. A second problem is under what circumstances the obtained model can replace the primary one. A third problem is how great the discrepancy is between the two models. It is problems of this kind that are studied here.

The starting point is an economic model containing a production model as its most elaborated part. The study foremost concerns this production model. It is described in Chapter II. In that Chapter is also discussed how the production model can be fitted into two kinds of models for the whole economic system. The production model is a general activity model with a number of commodities and primary processes and where the production activity is supposed to be carried out in establishments. It is assumed that this model is realistic in the following sense; if its parameters could be given correctly estimated numerical values, and if it could be used in the way described in Chapter II, statements based on the model would be in good agreement with observations of the factual system. In other words, the model would be acceptable concerning both validity and specification.

One weakness of the described model, however, is that it is not practically possible for the moment to estimate numerical values of its parameters. This has to do with the character of the accessible empirical data on the activity of the factual economic system. In Chapter III the actual situation as to this problem in Sweden is described, and this situation is taken as the starting point for the following discussion. It is shown how the available data can be used in estimating numerical values of combinations of primary processes instead of individual primary processes. Such combinations are called derived processes; together they form a derived model. While the primary model gives relations between activity levels for primary processes and final product and consumption of individual commodities, the derived model gives relations between activity levels for derived process, which at the same time is total production of commodity groups, and final product and consumption of commodity groups. These relations, however, can be directly connected with observed relations, just what above was stated as a necessary characteristic when it comes to explanation or prediction of special events.

The problem, then, is when such derived processes can replace the primary ones in the use of the model. When this is possible, so that the result obtained from the derived processes coincides with or at least does not contradict the result obtained from the primary processes, the derived processes are said to form a consistent derived model. In Chapter IV the conditions for consistency are studied. It is shown that consistency is attained when primary processes which are combined into a derived process either are used in a constant proportion or have the same proportion between input and output. Derived processes with one of these characteristics are called stable.

A derived model is attained from a primary one by aggregation of commodities, processes and establishments. The procedure giving specific empirical content to the model hence automatically leads to an aggregation problem. This kind of problem has been discussed in a more general context in the literature and has then been stated in different forms. In this special case there is given a microtheory in microvariables, macrovariables defined in terms of microvariables, and a macrotheory in macrovariables; the problem is when the macrotheory is consistent with the microtheory. It turns out that the most crucial point here is aggregation over processes, while aggregation over commodities and establishments are crucial only in a study of equilibrium situations. Chapter IV ends with further discussion of the way the aggregation over commodities and processes influences specification and validity.

Up to this point the discussion has followed two lines. One is the possibility of estimating derived processes, the other is the conditions for these processes to form a consistent derived model. In Chapter V these two lines are joined. If a method of estimation is combined with assumptions of consistency and if the estimation is carried out one get a derived model with numerically specified parameters. This production model is an input-output model of the usual (open) type. In this model commodity groups have replaced commodities and derived processes have replaced primary processes. It is shown how this production model fits into the general model for the economic system described in Chapter II. In Chapter V is also studied the suitable grouping of commodities in an input-output model when the requirements as to consistency are taken into account. The relevant matter is the stability of derived processes, since this is a characteristic that can be put into direct correspondence to observable properties of the actual production system.

By the described procedure one gets a production model with numerically specified parameters and in this sense a high level of specification. It also makes it possible to study validity in a more precise way. What influences validity is the aggregation of commodities and processes. Every input-output model is considered as derived from a more primary model by aggregation, and there is always a certain degree of arbitrariness in the choice of aggregation level and commodity grouping. One therefore gets a picture of the importance of aggregation by comparing two models with different levels of aggregation. The problem of aggregation in input-output models is discussed in Chapter V, the earlier discussion of aggregation in the more general activity model being used as a foundation. At the end of the Chapter there is also a discussion of the suitable way of studying the aggregation in numerically specified models. The method chosen is to aggregate a given model in two stages, to compute comparable results from the different models and to test the consistency.

In Chapter VI the commodity grouping is given for three models with 127, 33 and 13 produced commodity groups and derived processes. The three models are designated M127, M33 and M13, respectively. Furthermore, there is a list of 25 kinds of final demand for which the actual figures for 1957 are known by observation.

The validity of a derived model depends upon whether the conditions of consistency are fulfilled or not, and the model is always valid if the derived processes are stable. Since the stability conditions cannot be expected to be exactly fulfilled for any actual grouping of the commodities, the interesting problem, however, is not only to ascertain if the derived processes are stable or not, but also to study the effect of instability upon the consistency and, if consistency is not obtained, to get an idea about the importance of the discrepancies for a given grouping of the commodities. This gives rise to the problem of finding a relevant measure of the errors introduced by the aggregation of a given model to another one with a fewer number of derived processes and produced commodity groups. The measure chosen is the sum of absolute error for each separate commodity group in absolute terms and in percentage of total indirect consumption. These measures are computed for final product of each separate commodity group and for 25 kinds of final demand 1957. The result is given in Chapter VII.

Three overall measures of discrepancies between each pair of the three models are computed, and these measures demonstrate the following average characteristics:

(a) Final demand requiring a relatively large amount of indirect consumption showed smaller discrepancies than final demand requiring a relatively small amount of indirect consumption.

(b) The discrepancies between M33 and M127 are larger for final product of separate commodity groups than for separate kinds of final demand 1957, while the opposite is true for the discrepancies between M13 and M127.

(c) The discrepancies between M33 and M127 are larger than the discrepancies between M13 and M127 for final product of separate commodity groups but smaller for final demand 1957.

(d) Measured at the same level of specification the discrepancies between M33 and M127 are smaller than the discrepancies between M13 and M127.

(e) The discrepancies for produced commodity groups are larger than the discrepancies for primary commodity groups when the latter are registered at a usual level of specification.

Given the discrepancies between the models there remains the problem of judging whether they are large enough to influence the usefulness of the models. Although this is a question that ultimately has to be answered by an actual user of the models, an attempt is made to throw some light upon the issue. This is done by comparing the discrepancies found in the present study and discrepancies found between an input-output model and observed relations between final demand and total production. Since no such observations are available for Sweden, a test of the input-output model for USA 1947 carried out by M. Hatanaka is used instead. He tested the model against observed relations between total production and final demand for the years 1946 and 1948—1950 and found a discrepancy of 9.5—10.1 % when agriculture was included and 8.2—9.1 % when agriculture was excluded. Comparing this with the result for M33 and M127 we find that of the 25 kinds of final demand 1957 12 showed a smaller and 13 showed a larger discrepancy than the higher limits (10.1 and 9.1) in Hatanaka's test. From this is concluded that errors introduced by the inevitable aggregation may be crucial for the usefulness of an input-output model.

LIST OF TABLES

APPENDIX I

LITTERATUR

ALLEN, R. G. D., *Mathematical Economics,* London 1956.

ARA, K., The Aggregation Problem in Input-Output Analysis, *Econometrica,* vol. 27 (1959).

BALDERSTON, J. B. & WHITIN, TH. M., Aggregation in the Input-Output Model, i Morgenstern, O. (Ed.), *Economic Activity Analysis,* New York 1954.

BARNA, T., Classification and Aggregation in Input-Output-Analysis, i T. Barna (Ed.), *The Structural Interdependence of the Economy,* Milano 1955.

— *The Structural Interdependence of the Economy,* Milano 1955.

BENTZEL, R., Om aggregation av produktionsfunktioner, *25 Economic Essays in Honour of Erik Lindahl,* Stockholm 1956.

CHENERY, H. B. & CLARK, P. G., *Interindustry Economics,* New York 1959.

DEBREU, G., *Theory of Value,* New York 1959.

DORFMAN, R., SAMUELSON, A. & SOLOW, R., *Linear Programming and Economic Analysis,* New York 1958.

EVANS, W. D. & HOFFENBERG, M., Input-Output-Computations, i T. Barna (Ed.), *The Structural Interdependence of the Economy,* Milano 1955.

— The Nature of and Use of Interindustry Relations Data and Methods, i National Bureau of Economic Research (Ed.), *Input-Output-Analysis: An Appraisal,* Princeton 1957.

FISCHER, W. D., Criteria for Aggregation in Input-Output Analysis, *The Review of Economics and Statistics,* vol. XL (1958).

GALE, D., *The Theory of Linear Economic Models,* New York 1960.

GHOSH, A., *Experiments with Input-Output Models,* Cambridge 1964.

GREEN, H. A. J., *Aggregation in Economic Analysis,* Richmond Va. 1964.

HALMOS, P. R., *Finite Dimensional Vector Spaces,* Princeton 1958.

HATANAKA, M., Note on Consolidation within a Leontief System, *Econometrica,* vol. 20 (1952).

— *Testing the Workability of Input-Output Analysis,* Economics Research Project, Princeton University 1957, stencil.

HOLZMAN, M., Problems of Classification and Aggregation, i Leontief, W. W., m.fl. *Studies in the Structure of the American Economy, 1919—1939,* New York 1953.

HÖGLUND, B., Form och fakta i ekonomisk teori, *Ekonomisk Tidskrift,* 1955.

HÖGLUND, B. & WERIN, L., *The Production System of the Swedish Economy. An Input-Output Study,* Uppsala 1964.

— *Input-output-tabeller för Sverige år 1957,* Stockholm 1964, stencil.

KEMENY, J. G., SNELL, J. & THOMPSON, L., *Introduction to Finite Mathematics,* Englewood Cliffs, N.J. 1957.

KOOPMANS, T. C., (Ed.) *Activity Analysis of Production and Allocation,* New York 1951.

— *Three Essays on the State of Economic Science,* New York 1957.

LEONTIEF, W., Structural Change, i Leontief, W. m.fl., *Studies in the Structure of the American Economy,* New York 1953.

— *The Structure of American Economy, 1919—1939,* New York 1951.

MALINVAUD, E., Aggregation Problems in Input-Output Models, i T. Barna (Ed.), *The Structural Interdependence of the Economy,* Milano 1955.

MCMANUS, M., General Consistent Aggregation in Leontief Models, *Yorkshire Bulletin,* vol. 8 (1956).

— On Hatanaka's Note on Consolidation, *Econometrica,* vol. 24 (1956).

MORISHIMA, M., & SETON, F., Aggregation in Leontief Matrices and the Labour Theory of Value, *Econometrica,* vol. 29 (1961).

ODHNOFF, J., *Linjär Algebra,* Företagsekonomiska institutionen, Lund, 1965, stencil.

POPPER, R., *The Logic of Scientific Discovery,* London 1959.

STONE, R., *Input-Output and National Accounts,* Paris 1961.

THEIL, H., *Linear Aggregation of Economic Relations,* Amsterdam 1954.

— Linear Aggregation in Input-Output Analysis, *Econometrica,* vol. 25 (1957).

WAUGH, F. V., Inversion of the Leontief Matrix by Power Series, *Econometrica,* vol. 18 (1950).